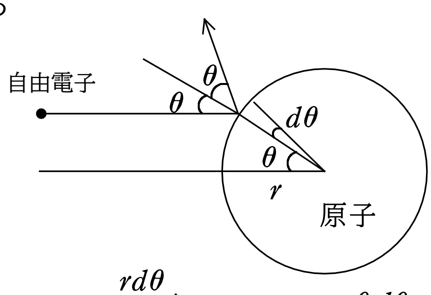
Z04電子の運動量

１．電子の運動量

半径rの原子に，自由電子が弾性衝突をする場合を考える。

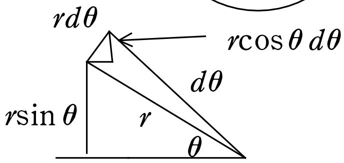


原子の表面に入射角θで弾性衝突をした速度vの自由電子は反射角θで跳ね返される。

電子の質量をmとした時，衝突後の電子の運動量の水平成分は，

$-mv\cos 2\theta$

である。



原子表面のθ～$\theta+d\theta$の範囲の断面は幅

$r\cos\theta\, d\theta$，半径$r\sin\theta$の円周部分である。

よって断面積は

$2\pi r\sin\theta\cdot r\cos\theta\, d\theta$

この部分に衝突する単位時間（１秒間）の自由電子の存在領域は，

$v\cdot 2\pi r\sin\theta\cdot r\cos\theta\, d\theta$

自由電子密度をnとすると，自由電子数は

$n\cdot v\cdot 2\pi r\sin\theta\cdot r\cos\theta\, d\theta$

この断面にぶつかる自由電子の総運動量は，

$m\cdot n\cdot v\cdot 2\pi r\sin\theta\cdot r\cos\theta\, d\theta$

衝突後のこの自由電子の総運動量水平成分は

$-m\cdot n\cdot v\cdot 2\pi r\sin\theta\cdot r\cos\theta\, d\theta\cos 2\theta$

$=-\pi mnvr^2\cdot\sin 2\theta\cos 2\theta\, d\theta$

$=-\dfrac{1}{2}\pi mnvr^2\cdot\sin 4\theta\, d\theta$

この水平成分を原子の前面（$0\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{2}$）で積分すれば，衝突後の電子の運動量が求められる。

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} -\frac{\pi}{2}mnvr^2\sin 4\theta\, d\theta$$

$$=-\frac{\pi}{2}mnvr^2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin 4\theta\, d\theta=0$$

この結果は原子に衝突した後の自由電子の平均速度は0であることを意味している。