

M05 開平・開立数値計算

1. 開平計算

数値の平方根を直接計算することができる。ここでは、その方法を説明しよう。まず、整式で計算方法を確認し、次に数値で計算する。

(1) 例 $\sqrt{x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 4x + 1}$ の平方根

$$\begin{array}{r} x^2 \stackrel{\text{積}}{\longrightarrow} +2x \stackrel{\text{積}}{\longrightarrow} -1 \\ \begin{array}{c} x^2 \stackrel{\text{積}}{\longrightarrow} \sqrt{x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 4x + 1} \\ \hline x^4 \\ \hline \end{array} \\ \begin{array}{c} \text{和 } 2x^2 + 2x \stackrel{\text{積}}{\longrightarrow} 4x^3 + 2x^2 \\ \hline 2x \end{array} \\ \begin{array}{c} \text{和 } 2x^2 + 4x - 1 \stackrel{\text{積}}{\longrightarrow} -2x^2 - 4x + 1 \\ \hline -1 \end{array} \\ \begin{array}{c} \text{和 } 2x^2 + 4x - 2 \\ \hline 0 \end{array} \end{array}$$

[1] $x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 4x + 1$ を2項ずつに区切る（上の図の点線）。区切った中で最も左側の x^4 の平方根は x^2 である。これを①とする。①を左側で加えて $2x^2$ とする。

[2] $x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 4x + 1$ より①×①の結果を引き算し、次の2項をおろすと、 $4x^3 + 2x^2$ となる。

[3] 次に x の一次項②を立てるが、①を2回加えた $2x^2$ とこの一次項をかけた式が $4x^3 + 2x^2$ の $+4x^3$ となるように②を立てると $2x$ である。これが②である。

[4] 同様にして、左側の列では次々に加えていき、右側の列ではかけた式を次々と引いていく。最後に0になると、平方根が計算されている。この場合平方根は

$$x^2 + 2x - 1$$

である。右の列の最後は平方根の2倍になっていることに注意。

(2) 例 $\sqrt{2}$

$$\begin{array}{r} 1.414 \\ \begin{array}{r} \sqrt{2} \\ \hline 1 \\ \hline + 1 \\ \hline 24 \\ \hline + 4 \end{array} \\ \begin{array}{r} 24 \times 4 \longrightarrow 96 \\ \hline 281 \\ \hline + 1 \end{array} \\ \begin{array}{r} 281 \times 1 \longrightarrow 281 \\ \hline 2824 \\ \hline + 4 \end{array} \\ \begin{array}{r} 2824 \times 4 \longrightarrow 11296 \\ \hline 2836 \end{array} \end{array}$$

計算方法は、文字式と基本的に同じである。

M05 開平・開立数値計算

2. 開立計算

最近は電卓・パソコンで計算するので、立方根を直接計算する必要はほとんどないが一応紹介しておく。整式で計算方法を確認して、数値計算すればよい。

例 $\sqrt[3]{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}$

$$\begin{array}{r}
 x \stackrel{\textcircled{1}}{\text{①}} \xrightarrow{x \times \textcircled{1}} x^2 \\
 x \stackrel{\textcircled{1}}{\text{①}} \quad x^2 \\
 \underline{x \stackrel{\textcircled{1}}{\text{①}}} \quad x^2 \\
 \hline
 3x + 1 \stackrel{\textcircled{2}}{\text{②}} \xrightarrow{1 \times \textcircled{2}} 3x^2 \\
 1 \stackrel{\textcircled{2}}{\text{②}} \xrightarrow{3x + 1} 3x + 1 \\
 \hline
 1
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 x \stackrel{\textcircled{1}}{\text{①}} + 1 \stackrel{\textcircled{2}}{\text{②}} \\
 \sqrt[3]{x^3 + 3x^2 + 3x + 1} \\
 \hline
 x^3 \\
 \hline
 3x^2 + 3x + 1 \\
 \xrightarrow{3x^2 + 3x + 1} 3x^2 + 3x + 1 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

3x + 1 $\xrightarrow{3(x+1)^2}$
 3(x+1) $\xrightarrow{3(x+1)^2}$

立方根は $x+1$ である。第一列は立方根の3倍、第二列は立方根の2乗の3倍を作るよう計算すればよい。

数値例 $\sqrt[3]{3}$

$$\begin{array}{r}
 1 \xrightarrow{\times 1} 1 \\
 1 \quad 1 \\
 \underline{1} \quad \underline{1} \\
 \hline
 34 \xrightarrow{\times 4} 136 \\
 4 \quad 436 \\
 \hline
 424 \xrightarrow{\times 4} 1696 \\
 4 \quad 60496 \\
 \hline
 4322 \xrightarrow{\times 2} 8644 \\
 2 \quad 6228844 \\
 \hline
 4326 \quad 6237492
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 1. \quad 4 \quad 4 \quad 2 \\
 \sqrt[3]{3} \\
 \hline
 2000 \\
 1744 \\
 \hline
 256000 \\
 241984 \\
 \hline
 14016000 \\
 12457688 \\
 \hline
 1558312
 \end{array}$$