

G067自転車坂下り

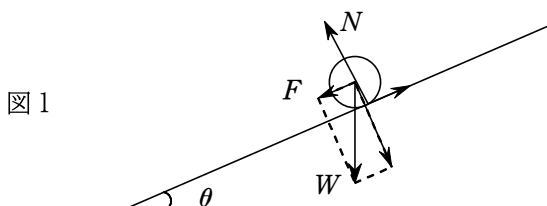
1

下の文章は坂を下るときの自転車の危険性について物理的に検討したものである。文章中(①)～(③)の[]内に文字が指定している場合はその文字を用いた式を、[数値]とある場合は当てはまる数値を入れよ。

まず、自転車が坂を下るときに、ブレーキをかけなければどれだけの速さが出るのかを計算してみよう。ここで用いる自転車のモデルとして、一般的な電動自転車を考える。自転車の質量を $M=20\text{kg}$ 、運転者の体重を $m=60\text{kg}$ とする。

自転車の走行時の抵抗は路面からの転がり摩擦力と空気抵抗である。転がり摩擦の摩擦係数 λ は $\lambda=0.0082$ とされている。

運転者の質量を m 、自転車の質量を M とすると、重力の大きさ W は重力加速度の大きさを g (9.8m/s^2) として $W = (\text{①}[M, m, g]) = 784\text{N}$ となる。また、垂直抗力の大きさを N とするときの自転車の転がり摩擦力の大きさ F_1 は動摩擦力と同様に考えてよいので、 $F_1 = (\text{②}[\lambda, N])$ とあらわすことができる。



角度 θ の斜面を下るときの重力の大きさ W の物体に働いている垂直抗力の大きさ N は $N=W\cos\theta$ であらわされるので、数値的に $F_1=6.44\cos\theta$ となる。

空気抵抗の大きさ F_2 は空気密度 ρ 、前面投影面積 S 、自転車の速さ v 、 C_D を比例定数として $F_2 = \frac{1}{2}C_D\rho S v^2$ で表されることが知られている。 C_D は通常1.1程度である。前面投影面積 S は 0.44 m^2 程度とされているので、 $C_D=1.1$ 、 $S=0.44\text{ m}^2$ を用いることにする。空気密度 ρ は $\rho=1.20\text{kg/m}^3$ である。これらの数値を用いると、 $F_2=0.290v^2$ と計算される。よって、摩擦抵抗の大きさは

$$F_1 + F_2 = 6.44 \cos\theta + 0.290v^2$$

これが、推進力 F と等しくなるときが最高速度である。推進力 F は図 1 より、 $F=W\sin\theta$ とあらわされ、数値的に $784\sin\theta$ となる。よって、

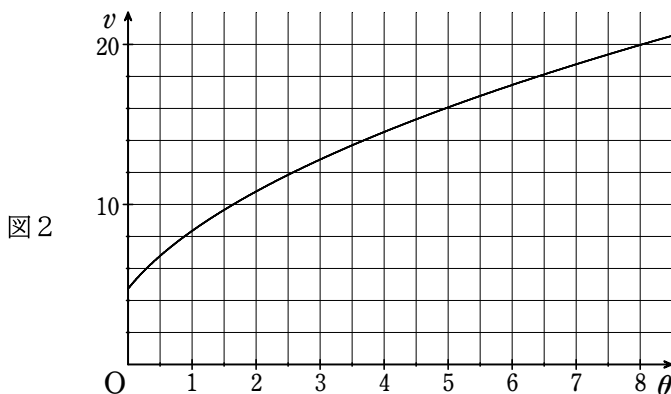
$$784 \sin\theta = 6.44 \cos\theta + 0.290v^2$$

が成立するので、

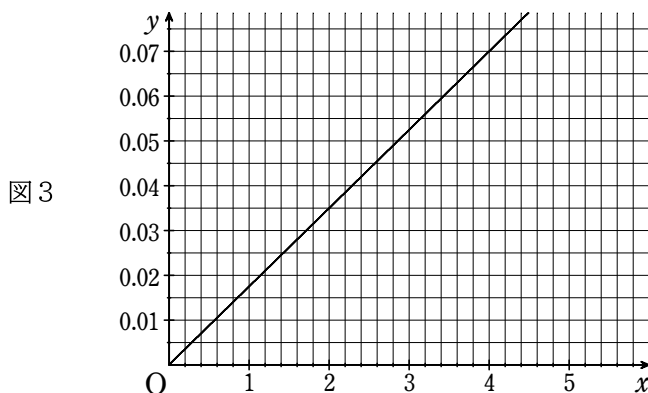
$$v = \sqrt{2703\sin\theta - 22.2\cos\theta}$$

となる。これをグラフにすると図 2 のようになる。

G067自転車坂下り



次に安古市高校周辺の道路の平均傾斜角 θ を求めてみよう。地図で調べると安古市高校の校門の標高は124m。毘沙門台入り口の標高は20mである。また、毘沙門台入り口から安古市高校までの道のりは1600mである。このことから $\tan \theta =$ (③[数値]) となる。



$y = \tan x$ のグラフが図3である。図2と図3を読むことにより、傾斜角 $\theta = 3.8^\circ$ であり、この自転車がブレーキをかけずに下るときの速さは (④[数値]) m/sとなる。

G067自転車坂下り

次にこの速さでブレーキをかけた時、安全に止まれる距離はどれほどか考えてみよう。
角度 θ の傾斜がある場合、次ページの図4のように x 軸、 y 軸を設定する。

前輪の中心を O_1 、後輪の中心を O_2 とし、共に半径は R とする。前輪と路面の接点を S_1 、後輪と路面の接点を S_2 とし、 G の真下の路面上の点を H とする。車軸距離 $S_1S_2 = L$ 、 $HS_2 = d$ 、 $GH = h$ とする。車輪に働く垂直抗力の大きさを前後それぞれ N_1, N_2 、摩擦力の大きさを前後それぞれ f_1, f_2 とし、静止摩擦係数を μ とする。

この場合は加速度運動なので、回転中心を重心と考え、反時計回りを正とすると、 f_1 、 f_2 による力のモーメントはそれぞれ、 f_1h 、 f_2h となり、垂直抗力 N_1, N_2 による力のモーメントはそれぞれ、 $(5)[N_1, L, d]$ 、 $(6)[N_2, d]$ となるので、回転のつり合いの式は $f_1h + f_2h + (5) + (6) = 0$ (i)

重力 W の x 成分は $-W\sin\theta$ 、 y 成分は $-W\cos\theta$ となるので、 y 軸方向の釣り合いの式は

$$(7)[N_1, N_2, W, \theta] = 0 \quad \text{..... (ii)}$$

となり、 x 軸方向の運動方程式は

$$(M+m)a = (8)[f_1, f_2, W, \theta] \quad \text{..... (iii)}$$

となる。

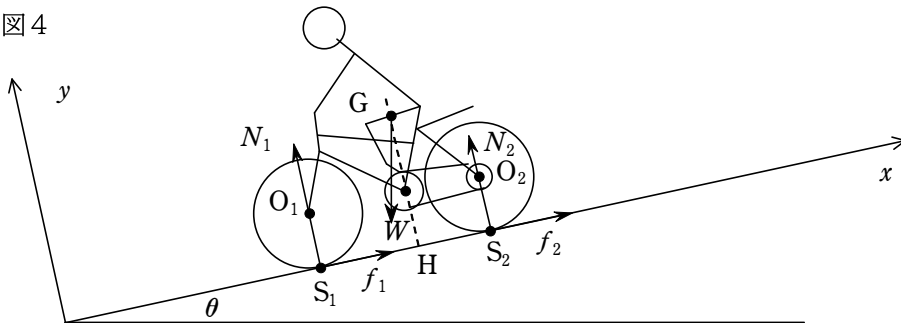
(i), (ii), (iii)を連立させて解くと

$$N_1 = \frac{(M+m)ah + W\sin\theta + Wd\cos\theta}{L} \quad N_2 = \frac{W\cos\theta(L-d) - (M+m)ah - W\sin\theta}{L}$$

$$f_1 + f_2 = (M+m)a + W\sin\theta \quad \text{..... (iv)}$$

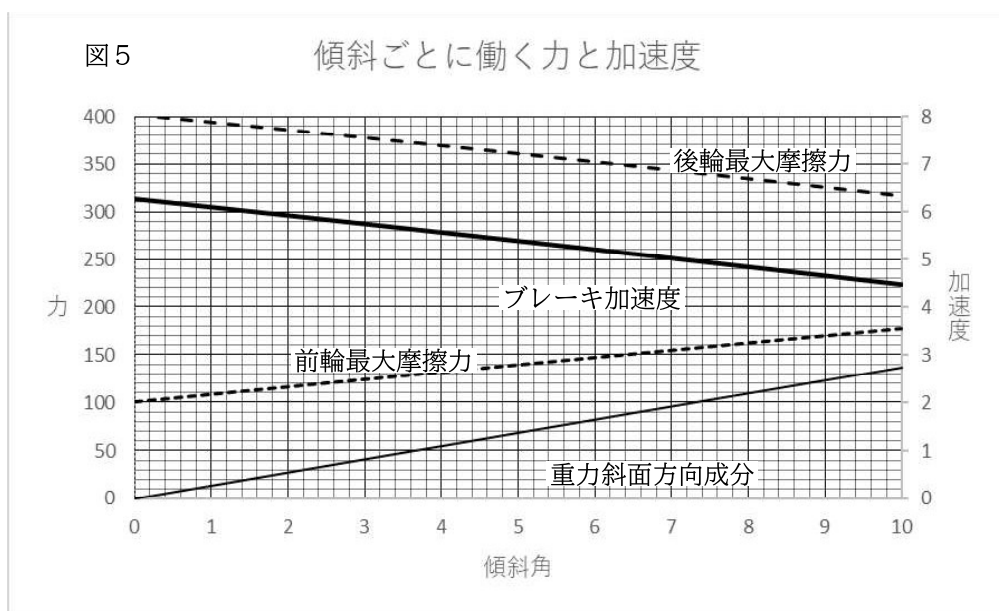
となる。

図4



路面とタイヤとの静止摩擦係数は0.8程度であるが、限界に近い場合、路面のわずかな変化によってスリップ事故を起こす危険があるので80%安全率を考えて静止摩擦係数 μ を $\mu=0.64$ とする。 $M+m=80\text{kg}$ 、 $h=1.0\text{m}$ 、 $L=1.0\text{m}$ 、 $d=0.40\text{m}$ として、自転車がブレーキを加速度 a を生じたときの前後輪の最大摩擦力の大きさ μN_1 、 μN_2 、重力の斜面方向成分、最大摩擦力をかけた時のブレーキの加速度を(iv)式を用いて傾斜角ごとにグラフ化したのが図5である。

図5を見ると、水平面ではブレーキによる加速度の大きさが 6.3m/s^2 であるが、毘沙門台の平均傾斜角 3.8° では、加速度の大きさが $(9[\text{数値}])\text{m/s}^2$ となっており、下りではブレーキが効きにくい状態になっていることがわかる。



初速度 v_0 だった自転車が加速度 a で減速するとき、静止するまでの減速時間は

(⑩ $[v_0, a]$) であり、その間の平均速度は $\frac{v_0}{2}$ であるから、ブレーキが効き始めてから静止

するまでの距離は (⑪ $[v_0, a]$) であらわすことができる。実際は危険と判断してからブレーキが利き始めるまでに1.0sほどかかるといわれている。この間に 自転車は v_0 進むので、危険を認識してから止まるまでの距離 x は $x = \text{(⑪)} + v_0$ となる。加速度が 6.3m/s^2 の場合と (⑨) m/s^2 の場合でこれをグラフにしたのが図6である。

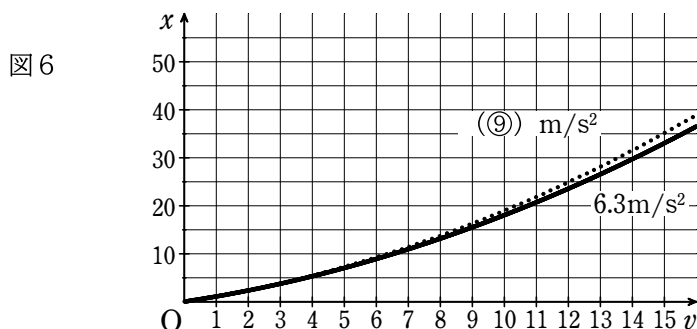


図6を見ると、水平面の場合 14m/s の速度を出していた場合、安全に静止できる距離は (⑫[数値]) m であるが、 3.8° の下り傾斜では 32m となっている。ブレーキで止まるまでの距離はほとんど変わらないが、下りはスピードが出やすいので注意が必要である。通常のゆっくりと走っている自転車の速さは 4.0m/s 程度であり、この場合 (⑬[数値]) m ほどで止まれるのである。スピードの出しすぎが如何に危険かということがよくわかる。

G067自転車坂下り

解説

- ① 質量が $M + m$ となるので、重力は $(M + m)g$
- ② 動摩擦力は動摩擦係数と垂直抗力の積なので、 λN
- ③ $\frac{104}{1600} = 0.065$ この値は微小なので、 $\tan$ と $\sin$ は等しいと考えてよい。
- ④ 図2で 3.8° に対応する速度を読み取ると 14m/s で、これは 50km/h に該当する。 14
- ⑤ Gを回転中心としているので、モーメントは $S_1H \times N_1$ となる。 $S_1H = L - d$ であり、
回転方向が時計回りになるので、このモーメントは負である。 $-N_1(L - d)$
- ⑥ $S_2H \times N_2$ となるので、 N_2d 使用文字に問題あるので、 N_2d で正解
- ⑦ 上向きの力と下向きの力は等しい。よって、 $N_1 + N_2 = W \cos \theta$ となるので、
 $N_1 + N_2 - W \cos \theta$
- ⑧ 左向きの力と右向きの力は等しい。よって、 $f_1 + f_2 = W \sin \theta$ 。
 $f_1 + f_2 - W \sin \theta$
- ⑨ 図5の 3.8° の時の右端の値を読み取る。 5.6
- ⑩ 初速度 v_0 で加速度が a なので、 $\frac{v_0}{a}$
- ⑪ 平均速度が $\frac{v_0}{2}$ で 減速時間が $\frac{v_0}{a}$ なので、移動距離は $\frac{v_0^2}{2a}$
- ⑫ 図6で $v = 14\text{m/s}$ のときの太線のグラフを読み取ると 30
- ⑬ 図6で、 $v = 4$ における太線のグラフの値を読み取ると、5.0