

G063バレーボール最速サーブ

1

バレーボールのサーブにおいて理論上最も速いサーブの速さを物理的に算出する以下の文章の(①)～(⑫)内の[]に文字が示されている場合はその文字を用いた式を、[数値]とある場合は当てはまる数値を入れよ。

バレーボールの最速サーブの速さを物理的に求めてみよう。簡単のために次のように問題設定をする。バレーボールコートは横18.0m縦9.0mで、中央のネットの高さは2.5mとする。図1のように、今A点よりネットのすぐ上のC点を通して反対側のコートの端ぎりぎりのB点に着地するサーブを考える。Bを目指して低く打てばそれだけ速い球を打てるがネットにかかってしまい、ネットよりはるかに上を通過させるとラインをオーバーしてしまうので、最も速いサーブはネットの上すれすれを通過してB点に達するサーブである。なお空気抵抗は考えないものとする。

図2は打点Aの真下のコート上の点を原点とし、ボールの落下点Bに向けてB方向に x 軸を取り、原点より鉛直上向きに y 軸を取る。打点Aの高さを h とし、打点Bの高さを0、ネットの高さを h_0 とする。AB間の水平距離、BC間の水平距離を共に L とすると、それぞれの位置座標はA $(0, h)$ 、B $(2L, 0)$ 、C (L, h_0) である。

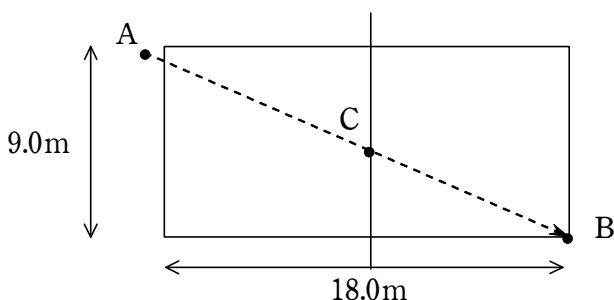


図1

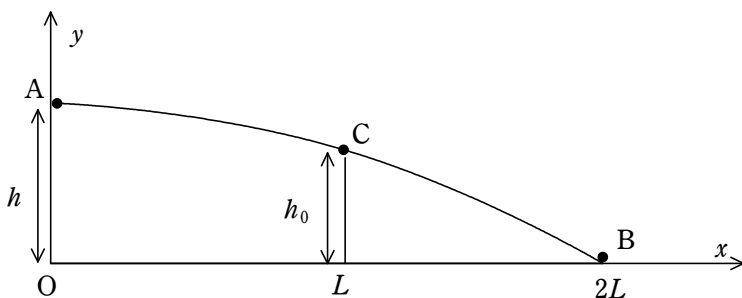


図2

A点での初速度の水平成分を v_{0x} 、鉛直成分を v_{0y} とする。サーブを打った瞬間の時刻を0、重力加速度の大きさを g とすると、時刻 t における速度の x 成分 v_x 、鉛直成分 v_y

G063バレーボール最速サーブ

は、

$$v_x = \textcircled{1}[v_{0x}]$$

$$v_y = \textcircled{2}[v_{0y}, g, t]$$

となる。

時刻 t におけるボールの位置座標を x, y とすると

$$x = \textcircled{3}[v_{0x}, t]$$

$$y = \textcircled{4}[h, v_{0y}, g, t]$$

Cを通過する時刻 t_C は $t_C = \textcircled{5}[L, v_{0x}]$ 、Bを通過する時刻 t_B は $t_B = 2 \times \textcircled{5}$

であるので、

$$\text{Cの } y \text{ 座標は } y_C = h + v_{0y} \frac{L}{v_{0x}} - \frac{1}{2} g \left(\frac{L}{v_{0x}} \right)^2 = h_0 \quad (\text{i})$$

$$\text{Bの } y \text{ 座標は } y_B = h + v_{0y} \frac{2L}{v_{0x}} - \frac{1}{2} g \left(\frac{2L}{v_{0x}} \right)^2 = 0 \quad (\text{ii})$$

である。

$$(\text{i}) \times 4 - (\text{ii}) \text{ を計算すると、 } 3h + v_{0y} \frac{2L}{v_{0x}} = 4h_0$$

$$\text{よって、 } \frac{v_{0y}}{v_{0x}} = \frac{4h_0 - 3h}{2L} \quad (\text{iii})$$

この式を(ii)に代入すると

$$v_{0x}^2 = \frac{gL^2}{2h_0 - h} \quad (\text{iv})$$

となる。

(iii)より

$$v_{0y}^2 = \left(\frac{4h_0 - 3h}{2L} \right)^2 v_{0x}^2 = \left(\frac{4h_0 - 3h}{2L} \right)^2 \frac{gL^2}{2h_0 - h} = \left(\frac{4h_0 - 3h}{2} \right)^2 \frac{g}{2h_0 - h}$$

初速度の大きさと v_0 とすると、

$$v_0^2 = v_{0x}^2 + v_{0y}^2 = \frac{gL^2}{2h_0 - h} + \left(\frac{4h_0 - 3h}{2} \right)^2 \frac{g}{2h_0 - h}$$

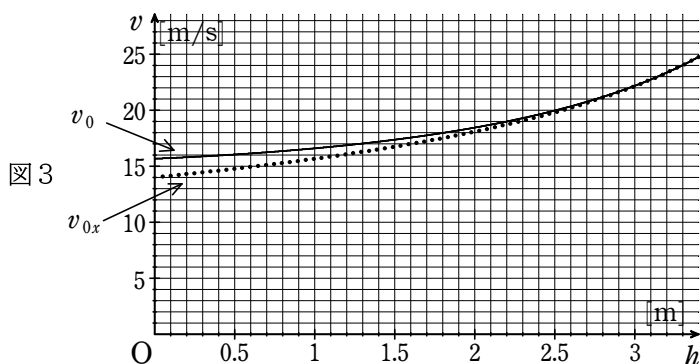
ここで、 $h_0 = 2.5\text{m}$ 、 $L = 10\text{m}$ 、 $g = 9.8\text{m/s}^2$ を代入すると

$$v_0 = \sqrt{\frac{4.9(9h^2 - 60h + 500)}{10 - 2h}} \quad (\text{v})$$

$$\text{となる。また、(iv)を数値化すると、 } v_{0x} = \sqrt{\frac{980}{5 - h}} \quad (\text{vi})$$

(v)、(vi)をグラフにすると、図3のようになる。図3を見ると打点が高い時は v_0 と v_{0x} はほとんど同じ値をとることがわかる。これは初速度がほとんど水平方向であることを意味している。

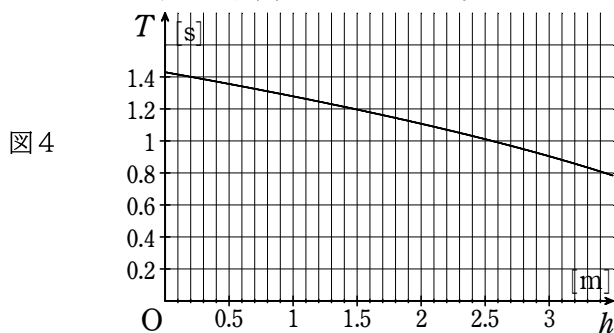
G063バレーボール最速サーブ



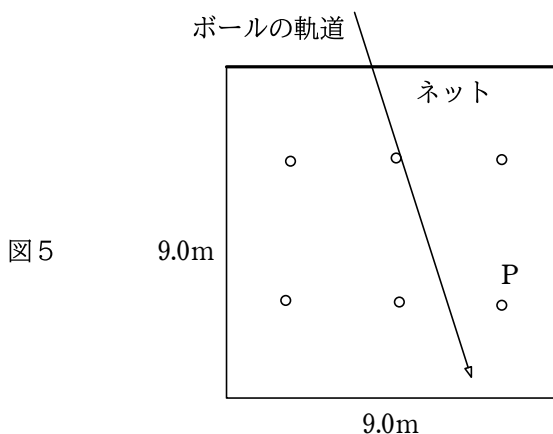
サーブを打ってからB点に落下するまでの時間 T は $T = (⑥[L, v_{0x}])$ となる。

(vi)より、 $T = 20 \sqrt{\frac{5-h}{980}}$

これをグラフにすると、図4のようになる。



ネットと同じ高さの打点からサーブをすると、(⑦[数値]) m/sの速さとなり、B点に落下するまでの時間は(⑧[数値]) sである。3.0mの高さからサーブすると、(⑨[数値]) m/sの速さにでき、(⑩[数値]) sでB点に達する。打点を高くすればするほど、ボールを速くすることができ、その分レシーブが難しくなる。打点を高くして打つサーブはジャンプフローターサーブと言われており、最もレシーブしにくいサーブである。



サーブボールがコートの後部に図5のように飛んできたとき、選手Pがこのボールをレ

G063バレーボール最速サーブ

シーブする場合を考えてみよう。選手と選手との間は平均3.0m程度離れており、サーブボールがその真ん中を抜けると仮定する。ボールの軌道と選手との最短距離 d は $d = 1.5$ m ほどとなり、レシーブするには体を1.5m動かす必要がある。サーブを打ってからレシーバーがその軌道を把握するのに0.20sかかる다고されている。また、選手の横ステップの加速度の大きさ a は訓練した人で $a = 5.0 \text{ m/s}^2$ とされている。静止していた物体が加速度

5.0 m/s^2 で加速し、1.5mに達する時間は $(\text{㉑}[d,a]) = 0.77\text{s}$ となる。軌道を把握するまでの時間と合わせて $(\text{㉒}[数値]) \text{ s}$ となる。B点に $(\text{㉓}) \text{ s}$ で達するサーブボールはレシーブ不可能といえる。

G063バレーボール最速サーブ

解説

① 水平方向の速度は一定なので、初速度と同じ v_{0x}

② 上向きを正としているので、 $v_{0y} - gt$

③ $v_{0x}t$

④ 変位が $v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$ なので、 $h + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$

⑤ 距離を速さで割ればよい $\frac{L}{v_{0x}}$

⑥ 距離 $2L$ を速さで割ればよい $\frac{2L}{v_{0x}}$

⑦ 図3で $h = 2.5\text{m}$ の値を読むと 20

⑧ 図4で $h = 2.5\text{m}$ の値を読むと 1.0

⑨ 図3で $h = 3.0$ の値を読むと 22

⑩ 図4で $h = 3$ の値を読むと 0.90

⑪ 最短距離 d に達する時間を t とすると $d = \frac{1}{2}at^2$

(初速度0、最終速度 at なので、平均速度は $\frac{1}{2}at$ 、それに時間 t をかけると $\frac{1}{2}at^2$)

これを t に関して解くと

$$t = \sqrt{\frac{2d}{a}}$$

⑫ 到達時間0.77sに反応時間0.20sを加えると 0.97