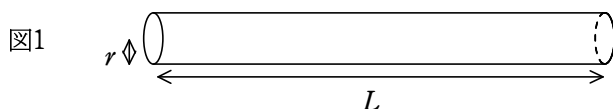


## G053電球のフィラメント

1

電球のフィラメントに関する以下の文章の (①) から (③) の [ ] 内に文字が示されている場合はその文字を用いた式を、[数値]とある場合は当てはまる数値を入れよ。

白熱電球はフィラメントに電流を流し、その発熱によりフィラメントの温度を上げる。フィラメントの温度が2000℃から3000℃になると、まぶしく光ることになる。電球はこの原理を利用して明かりを得る装置である。



フィラメントは3000℃ほどまで加熱されるため、その温度に耐えられる物質で構成されていなければならない。融点が3000℃を超える物質が必要である。融点の最も高い元素はタングステンであり、その融点は3410℃である。素材としてはタングステンとなる。タングステンの抵抗率を $\rho$ とし、フィラメントを半径 $r$ 長さ $L$ の円柱と考えることにする。フィラメントの断面積 $S$ は $S =$  (①[ $r$ ]) となるので、フィラメントの抵抗 $R$ は $R =$  (②[ $\rho, r, L$ ]) となる。フィラメントにかかる電圧を $V$ 、流れる電流を $I$ とすると、フィラメントの消費電力 $P$ は $P =$  (③[ $I, V$ ]) となる。オームの法則より $I =$  (④[ $V, R$ ]) となるので、 $R = \frac{V^2}{P}$  となる。よって、

$$\frac{L}{r^2} = \frac{\pi V^2}{\rho P} \quad (\text{i})$$

フィラメントの単位表面積当たりの発熱量を $Q$ とする。 $r \ll L$ と予想されるので底面積を無視できるとすると、フィラメントの表面積は側面積のみで $2\pi rL$ となる。よって、フィラメント全体の発熱量は (⑤[ $r, L, Q$ ]) である。これが消費電力と等しいので、

$$P = (\text{⑤}) \quad (\text{ii})$$

となる。(i)(ii)を連立させて解くと

$$r = \sqrt[3]{\frac{\rho P^2}{2\pi^2 Q V^2}} \quad L = \sqrt[3]{\frac{P V^2}{4\pi Q^2 \rho}} \quad (\text{iii})$$

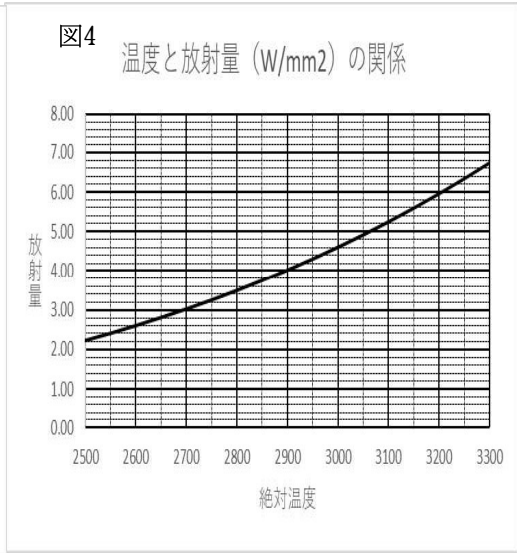
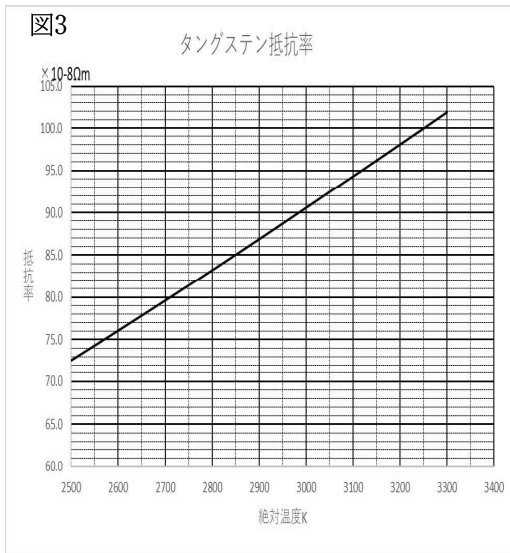
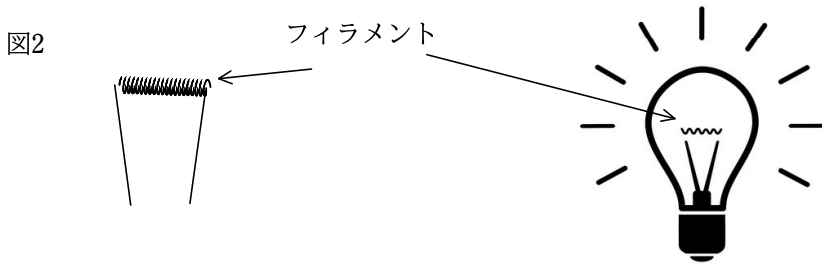
となる。

40W電球のフィラメントの温度を2850Kとして計算を進めることにする。 $V = 100\text{V}$ 、 $P = 40\text{W}$ 、図3より、 $\rho =$  (⑥[数値])  $\times 10^{-8}\Omega\text{m}$ 、図4より、 $Q =$  (⑦[数値])  $\text{W}/\text{mm}^2 =$  (⑦)  $\times 10^6\text{W}/\text{m}^2$ となる。これらの数値を(iii)に代入すると、

$$r = 1.22 \times 10^{-5}\text{m} = 12.2\mu\text{m} \quad L = 0.137\text{m} = 13.7\text{cm}$$

これを電球内に収めるために、コイルのように巻いて図2のようにフィラメントを作っている。以降フィラメントの熱膨張は考えないものとする。

# G053電球のフィラメント



フィラメントの  $r, L$  が決定したことで、様々な温度における抵抗率からフィラメントの抵抗を求めることができる。  $P = (3)$  を (i)、(ii) に代入して  $I, V$  を求めると、

$$I = \pi \sqrt{\frac{2r^3 Q}{\rho}} \quad V = L \sqrt{\frac{2\rho Q}{r}} \quad (\text{iv})$$

まず、各温度  $T$  における  $\rho$ 、 $Q$  を図3、図4より求める。次に(iv)式を用いて、 $I, V$  を求め、その  $I, V$  の関係をグラフにしたのが図5である。図5では、同様の計算で求めた60W電球の  $I, V$  の関係も付け加えている。図6は温度  $T$  と電圧  $V$  の関係をグラフにしたものである。すべての電球はフィラメントの温度が2850Kとなるように設計されているので100Vの電圧を加えたときはすべて、2850Kである。そのため、図6の実線の絶対温度のグラフは電球のワット数と関係なくすべて同じグラフとなる。フィラメントの温度が50K上昇すると、寿命が60%になる。100Vの電圧をかけたときの寿命を1として、各電圧をかけたときの寿命を示したのが図6の破線のグラフである。

# G053電球のフィラメント

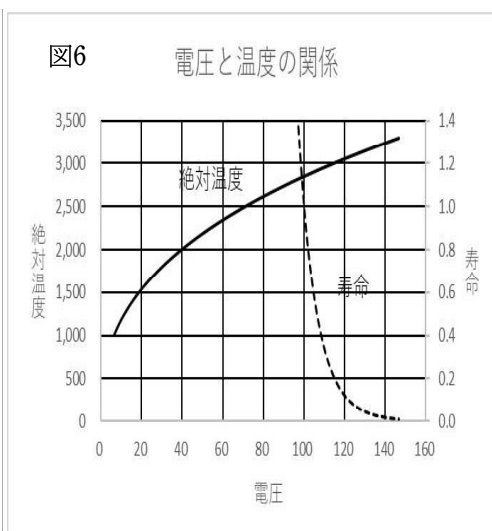
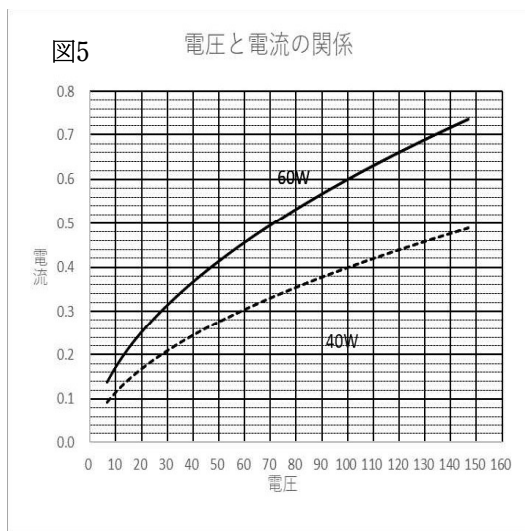


図5を見ると、60W電球の方がより多くの電流が流れるので抵抗が小さいことがよくわかる。高い電圧をかければフィラメントの温度が上がるのがわかる。フィラメントは高い温度となるので、長時間使うと切れてしまい、寿命がある。温度が低いほど長寿命で温度が高くなるほど早く切れ、短寿命である。タングステンは融点が3650Kであり、この温度となれば一瞬で切れてしまうので、その温度以下の電圧でなければならない。

次に電球の明るさを考えてみよう。図4のように電球は温度が上がるごとに多くのエネルギーを放出するが、目に見えない赤外線と見える可視光線が放出されている。温度によって、可視光線の割合が高くなるので、温度が高いほど効率よく光を放出し明るくなる。

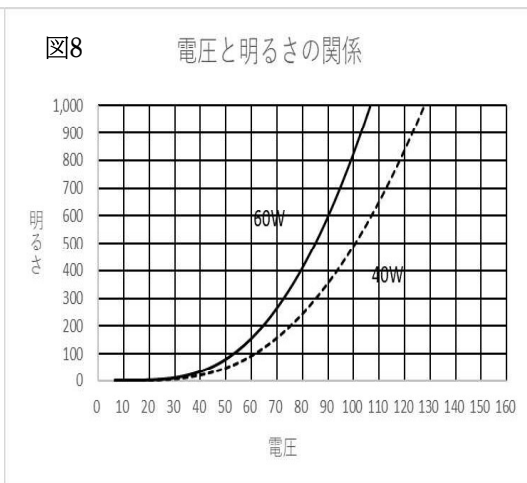
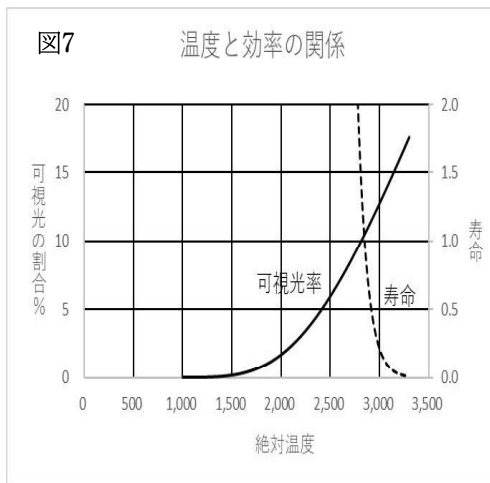
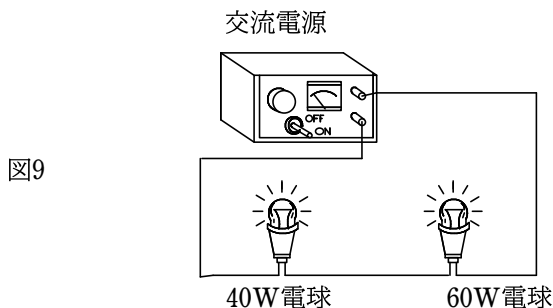


図7は温度による全放射エネルギーに対する可視光の割合を示している。温度が高いほど可視光の割合が高くなるが、寿命が短くなるのである。3000Kで、13%程度が可視光であり、残りが目に見えない赤外線である。図8はそれを元に算出した40W電球と60W電球の明るさを示したグラフである。明るさの単位はlm（ルーメン）で、放射される可視光線の量を表している。lmの目安はトイレが500lm程度、4.5畳の部屋が2700lm程度が理想

## G053電球のフィラメント

と言われている。また、30W級の蛍光灯の明るさは3300lmほどである。電球は蛍光灯よりは遙かに発光効率が悪い。

白熱電球は温度を上げれば、明るくなるが寿命が短くなり、温度を下げれば、寿命は長くなるが、可視光の比率が悪くなり暗くなる。妥当な線として100Vで2850K程度となるように設計されている。60W電球及び40W電球に100Vの電圧をかけると60W電球で(⑧[数値])lm、40W電球で500lmとなる。



それでは、図9のように100V交流電源に40W電球と60W電球を直列につなぐとどうなるであろうか。直列なので両方の電球に同じ電流が流れ、それぞれの電圧の和が100Vになる。図5のグラフを用いてその条件を満たしている電流を読み取ると(⑨[数値])Aであり、40W電球は(⑩[数値])V、60W電球は(⑪[数値])Vの電圧になることがわかる。図8を見ると、40W電球が150lm、60W電球はほぼ光らないという結果になり、40W電球の方が明るくなるのである。また、図6をみると、このときの40W電球のフィラメントの温度が(⑫[数値])Kになっているのに対して60W電球は2000Kに達していないので60W電球はほとんど光らないのである。

図10 1Wあたりの明るさ

器具	白熱電球	蛍光灯	LED	Naランプ	水銀ランプ	ハロゲン
lm/W	13	⑬	100	180	60	30

60W電球は100V・60Wで800lmなので13lm/W、40W電球では100V・40Wで500lmなので、12.5lm/Wと100Vで大体13lm/Wである。蛍光灯は30Wで3300lmなので、(⑬[数値])lm/Wとなり効率がいいのであるが、寿命は長くはない。電球を他の灯器と比較すると図10のようになり、遙かに効率が悪い。そのため、効率の良い蛍光灯やLEDに置き換わっている。最も効率の良いNaランプは常時点灯しておくトンネル内でよく使われている。

## G053電球のフィラメント

---

解説

- ① 半径  $r$  の円の面積なので,  $\pi r^2$
- ②  $R = \rho \frac{l}{S} = \rho \frac{L}{\pi r^2}$
- ③ 電力の式より  $P = IV$
- ④ オームの法則より  $I = \frac{V}{R}$
- ⑤  $Q$  は単位面積当たりの発熱量なので,  $S = 2\pi rL$  なので,  $2\pi rLQ$
- ⑥ 図3で2850Kの時の値を読み取ると 85.0
- ⑦ 図4で2850Kの時の値を読み取ると 3.8
- ⑧ 図8で60Wのグラフの100Vの値を読み取ると 800
- ⑨ 図5において, 同じ電流で40Wと60Wの電球の電圧の和が100Vになっている電流を読み取ると, 0.32
- ⑩ ⑨における40W電球の電圧を読み取ると 70
- ⑪ ⑨における60W電球の電圧を読み取ると 30
- ⑫ 図6の70V時の音頭を読み取ると 2500
- ⑬ 30Wで3300lmなので1Wあたり, 110