# G047地殻の厚さ

以下の文章は、地球のマントルの上に浮いているとされている大陸地殻の厚さを標高から推定する方法を示したものである。文章中の（①）～（⑬）の[　]内に文字が指定されている場合はその文字を用いた式を、[数値]とある場合は当てはまる数値を入れよ。

地球には密度 $\rho_0$の マントルがあり、その上に厚さ $x_A$ 、密度 $\rho_A$ の海洋地殻が存在している。海洋では海洋地殻の上に厚さ $x_B$ 、密度 $\rho_B$の 海水が存在し、大陸側では海洋地殻の上に厚さ $x_C$ 、密度 $\rho_C$の大陸地殻が存在しているという。この様子を図示したのが図１である。海水面を標高0としたとき、陸上での標高 $h$ と大陸地殻の厚さ、モホ面（マントルと地殻の境界線）の深さを理論的に導いてみよう。

図１

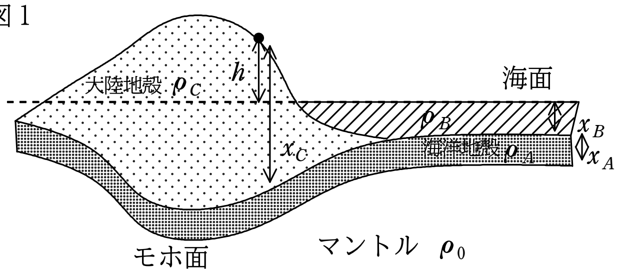



図２

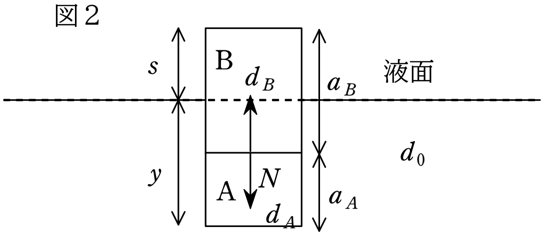
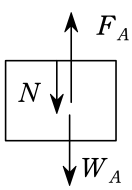



図３




断面積 $S$，高さ $a_A$ の円柱Aと同じ断面積で高さ $a_B$ の円柱Bを接触させた。円柱Aの密度は $d_A$ 、Bの密度は $d_B$ である。この円柱ABを接触させたまま密度 $d_0$ の液体中に入れると図１のように浮いた状態で静止した。円柱Aの体積は（① $S,a_A$]）　であり、質量は（②[ $d_A,S,a_A$ ]）となるので、円柱Aに働く重力の大きさ $W_A$ は重力加速度の大きさを $g$ とすると、 $W_A$ ＝（③[ $d_A,S,a_A,g$ ]）となる。円柱Aに働く浮力の大きさ $F_A$ はAの密度 $d_A$ を液体の密度 $d_0$ に置き換えるとよいので、 $F_A$ ＝（④[ $d_0,S,a_A,g$ ]）となる。 円柱Aが円柱Bから大きさ $N$ の垂直抗力を受けているとすれば、つり合いの式は、図２より、

（⑤[$N,W_A,F_A$]）　　　　　(i)

円柱Bに働く重力の大きさ $W_B$ をAの場合と同じようにして求めると、 $W_B = d_B S a_B g$ となる。円柱Aの下端が液面より $y$ 下であり、円柱Bの上端が液面より $s$ 上にあるとすれ

ば、円柱Bに働く浮力の大きさ $F_B$ は $F_B=$（⑥[ $d_0,S,y,a_A,g$ ]）となる。よって、円柱Bのつり合いの式は

（⑦[$W_B,F_B,N$]）　　　(ii)

となる。

また、

$y=$（⑧[$a_A,a_B,s$]）　　　(iii)

である。(i),(ii),(iii)を用いて $N$， $a_A$ を消去すると、

$$s=\frac{(d_0-d_A)a_A+(d_0-d_B)a_B}{d_0} \qquad \text{(iv)}$$

ここで、液体をマントル、円柱Aを海洋地殻、円柱Bを海水と考えることにしよう。

マントルの密度を $\rho_0$ 、海洋地殻の密度を $\rho_A$ 、海水の密度を $\rho_B$ 、海洋地殻の厚さを $x_A$ 、海水の厚さを $x_B$ とし、 $s$ に該当する数値を $s_1$ とすると、

$$s_1=\frac{(\rho_0-\rho_A)x_A+(\rho_0-\rho_B)x_B}{\rho_0} \qquad \text{(v)}$$

同様に、液体をマントル、円柱Aを海洋地殻、円柱Bを大陸地殻と考えることにしよう。

大陸地殻の密度を $\rho_C$ 、海洋地殻の厚さを $x_A$ 、大陸地殻の厚さを $x_C$ とし、 $s$ に該当する数値を $s_2$ とすると、

$$s_2=\frac{(\rho_0-\rho_A)x_A+(\rho_0-\rho_C)x_C}{\rho_0} \qquad \text{(vi)}$$

大陸における標高 $h$ は海水面からの高さなので、 $h=$（⑨[$s_2,s_1$]） と置ける。

よって、

$$h=\frac{(\rho_0-\rho_C)x_C-(\rho_0-\rho_B)x_B}{\rho_0} \qquad \text{(vii)}$$

となる。

(vii)を $x_C$ について解くと大陸地殻の厚さ $x_C$ が求められる。

$$x_C=\frac{(\rho_0-\rho_B)x_B+\rho_0 h}{\rho_0-\rho_C}$$

となる。この式が標高から大陸地殻の厚さを求める式となる。

$\rho_0=3.3\times10^3\mathrm{kg/m^3}$、$\rho_A=3.0\times10^3\mathrm{kg/m^3}$ 、海水の密度を $\rho_B=1.0\times10^3\mathrm{kg/m^3}$、$\rho_C=2.7\times10^3\mathrm{kg/m^3}$、 $x_B=4.8\times10^3\mathrm{m}$ とし、 $x_C$[m]= $D_1$[km]、 $h$[m]= $H$[km]と単位修正すると、

$D_1=18.4+5.5H$　　　[km]

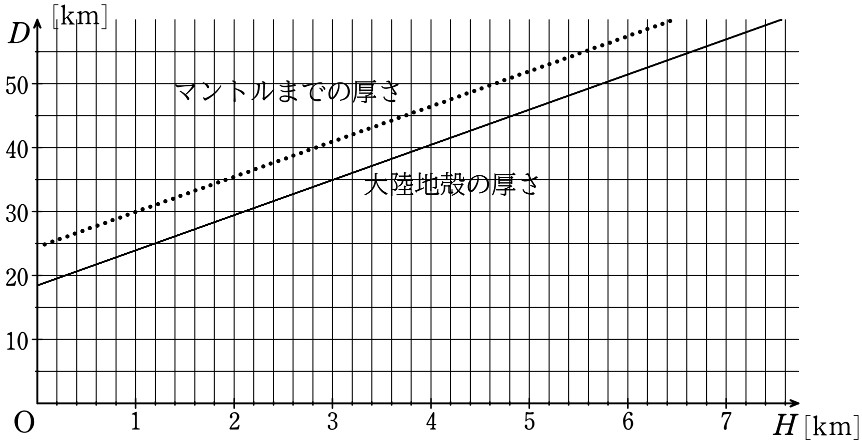
が求められる。

海洋地殻の平均の厚さが6.0kmとされているので、マントルまでの厚さ $D_2$ は $D_1$ に6.0を加えればよい。よって、

$D_2=24.4+5.5H$　　　[km]

となる。これをグラフにしたのが図４である。

図４



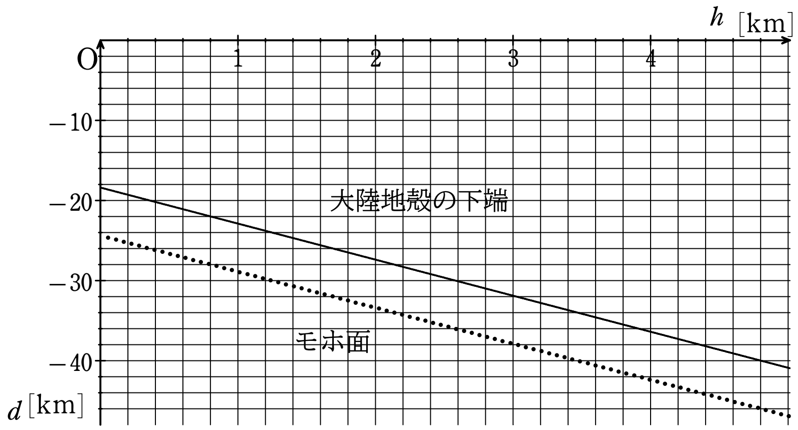

このグラフによれば、海岸（標高0）の位置での大陸地殻の厚さは（⑩[数値]）km程で、モホ面までは（⑪[数値]）kmほどとなる。

次に大陸地殻の下端 $T_1$、およびモホ面の海面からの深さ（標高） $T_2$ を求めてみよう。これは $D_1$， $D_2$ を標高から減じると求めることができる。

$$T_1 = H - D_1、\ T_2 = H - D_2$$

である。これをグラフにしたのが図５である。

図５




このグラフによれば、標高3000m級の山々が並んでいる日本アルプスの下では、海面より（⑫[数値]）km下まで大陸地殻が連なっており、モホ面は海面下（⑬[数値]）km程の位置にあることになる。

# G047地殻の厚さ

(解説)

① 体積なので、断面積と高さをかければよい。 $Sa_A$

② 質量は密度と体積の積 $d_A \times Sa_A = d_A Sa_A$

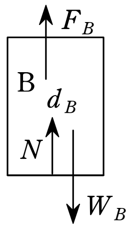
③ 重力は質量に重力加速度をかければよい。 $d_A Sa_A g$

④ 浮力は液中の物体を液体に置き換えたときの重力と等しいので、③の $d_A$ を $d_0$ に置き換えるとよい。$d_0 Sa_A g$

⑤ 図３より、 $N + W_A = F_A$

⑥ 液中の高さは $y - a_A$ なので、液中部分の体積は $S(y - a_A)$ 、これを液体と考えると、質量は $d_0 S(y - a_A)$ となるので、液体の重力は$d_0 S(y - a_A) g$。これと浮力は等しいので、

$d_0 S(y - a_A) g$




⑦ 右図より $W_B = F_B + N$

⑧ 図３より、 $y = a_A + a_B - s$

⑨ $s_1$ が海面の状態の高さになるので、

標高はそこからの高さとなる。よって、 $s_2 - s_1$

⑩ 図４のグラフの $H = 0$の値を読み取ると 大陸地殻の厚さは 18km

⑪ マントルまでの厚さがモホ面までの厚さとなるので、図4のグラフの $H = 0$ を読み取ると、 モホ面までの厚さは 25km

⑫ 図５のグラフで $h = 3$の大陸下端の位置を読み取ると $d = -32$kmなので、

海面下 32km

⑬ 図５のグラフで $h = 3$のモホ面の位置を読み取ると $d = -38$km なので、

海面下 38km