G042相対速度と雨粒の直径

1

以下の文章は速度ベクトルを用いて，雨粒の直径を測定する方法を述べたものである。文章中の（①）～（⑮）の[　]内に文字が示されている場合は，その文字を用いた式を，[数値]とある場合は当てはまる数値を，[成分]とある場合はベクトル成分を成分表示で入れよ。

速度は方向要素を含むのでベクトルで表して考える。ベクトルの表現方法は始点を原点としたときの終点の座標で表す方法（図１A→直交成分表示）と，ベクトルの大きさと角度で表す方法（図１B→極成分表示）とがある。

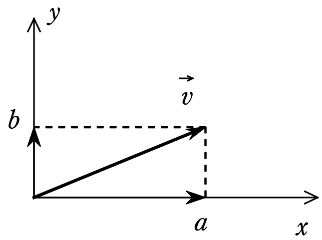


図１A

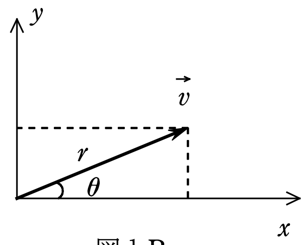


図１B

図１A，Bともに同じベクトル$\vec{v}$を表しているとすれば，$\vec{v}=(a,b)$と表すことができる。これをx成分がa，y成分がbであることを意味している。極成分表示は三角比を使うことにより直交成分表示に変換することが可能である。

$a=$（①$[r,\theta]$），$b=$（②$[r,\theta]$）

となる。逆に直交成分を極成分に変換することも可能である。また，

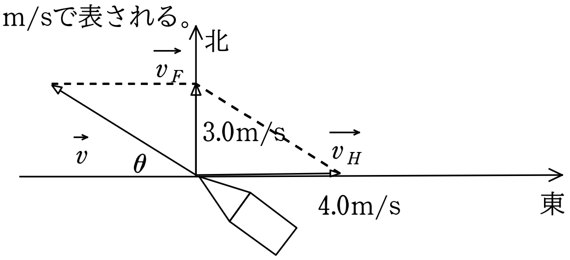
$r=$（③$[a,b]$），$\tan\theta=$（④$[a,b]$）

となる。

速度ベクトルは合成することが可能である。東方向に4.0m/sの一様な速さで流れている川を水流と直角（北方向に）3.0m/sで船を進めたい。東方向をx成分，北方向をy成分で表すと，水の流れの速度$\overrightarrow{v_H}$は$\overrightarrow{v_H}=(4,0)$m/s，実際の船の進む方向$\overrightarrow{v_F}$は

$\overrightarrow{v_F}=$（⑤[成分]） m/sで表される。

図２



この時水面に対する船の速さ$\vec{v}$は，$\overrightarrow{v_F}=$（⑥$[\vec{v},\overrightarrow{v_H}]$）のベクトル式 となるので，

$\vec{v}=$（⑦[成分]） となる。よって，静水中のこの船の速さは（⑧[数値]）m/sで，西方向からの角度をθとすると，$\tan\theta=$（⑨[数値]） となる。

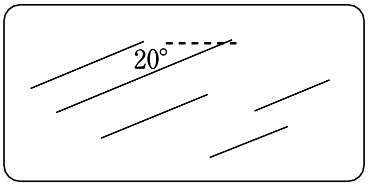
G042相対速度と雨粒の直径

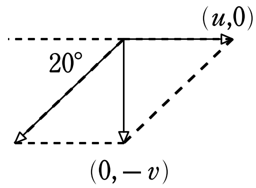
静水中の船の速さは水に対する船の速さになるので，静水から見た相対速度となる。静水の速度を止めて考えると，静水から見ると周りの景色は逆に流れているように見える。よって，景色の速度は（⑩[$\overrightarrow{v_H}$]） となる。景色の中で船が $\overrightarrow{v_F}$ で動いているので，相対速度 $\vec{v}$ は $\vec{v}$ ＝（⑪[$\overrightarrow{v_F}, \overrightarrow{v_H}$]）で表すことも可能である。

この相対速度の考え方を利用して雨の日に電車に乗っているときに電車の窓に雨粒が作る線が見える。この線から雨粒の直径を求める方法を考えてみよう。

ある雨の日に電車に乗った。電車にGPSを持ち込んで電車の速さを測定すると108km/hであった。そのとき，電車の窓ガラスを見ると，雨粒が図３のような線を描いていた。

図３





分度器を用いて雨粒の描いた直線と水平線のと角度を測定すると20°であることが分かった。雨粒の落下の速さを v とする。電車の速さを時速から秒速に変換し， u[m/s]とすると，u＝（⑫[数値]）m/sとなる。図４は角度の正接（tan）をグラフにしたものである。このグラフより $\tan 20°$ ＝（⑬[数値]）となるので， v ＝（⑭[数値]）m/sと計算できる。

図４

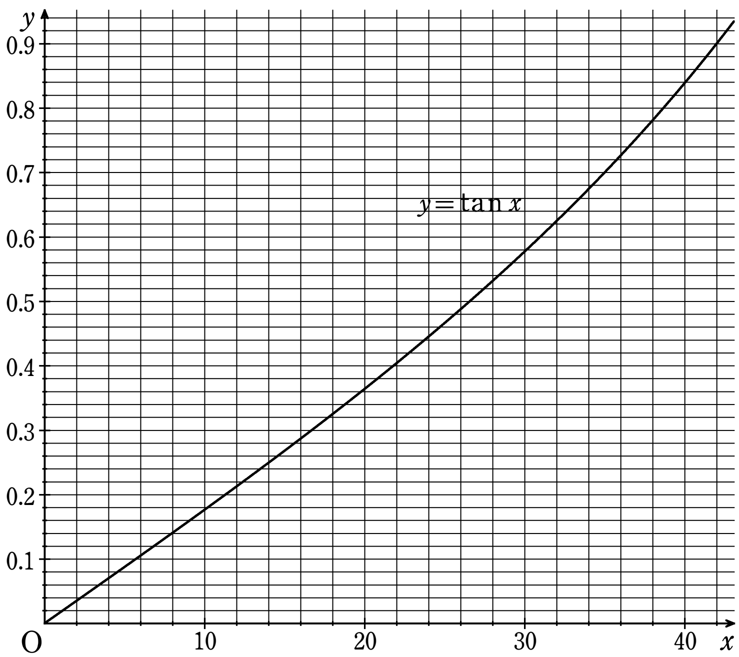


図５

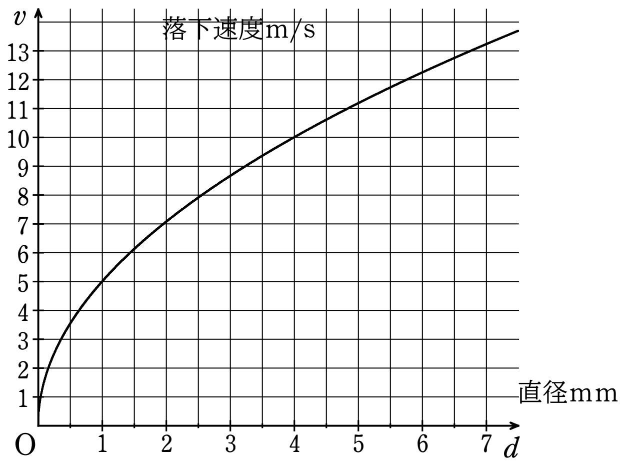


図５は雨粒の直径と雨粒の落下速度との関係を示したものである。 このグラフを利用すると，v ＝（⑭）m/sなので，この時の雨粒の直径は（⑮[数値]）mm程度と推定される。

G042相対速度と雨粒の直径

(解説)

① 図１より　$a = r\cos\theta$

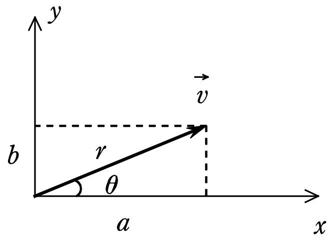
② 図１より　$b = r\sin\theta$

③ ベクトルの長さなので、三平方の定理より

$r = \sqrt{a^2 + b^2}$

④ 図１より　$\tan\theta = \dfrac{b}{a}$

図１



⑤ 東へ0m/s、北へ3m/sなので、　$\overrightarrow{v_F} = (0,3)$

⑥ 図２より　$\overrightarrow{v_F} = \vec{v} + \overrightarrow{v_H}$

⑦ 静水中の速度は$\vec{v}$である。

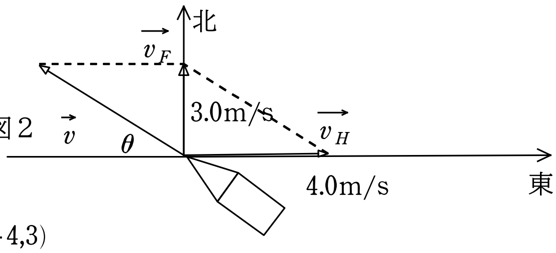
$\overrightarrow{v_F} = (0,3)$、$\overrightarrow{v_H} = (4,0)$

より、$\overrightarrow{v_F} = \vec{v} + \overrightarrow{v_H}$

は、$\vec{v} = \overrightarrow{v_F} - \overrightarrow{v_H} = (0,3) - (4,0) = (-4,3)$

計算しなくても図２を見ればわかる。

図２



⑧ $\vec{v}$のおおきさなので、$\sqrt{(-4)^2 + 3^2} = 5.0$

⑨ 図２より　$\tan\theta = \dfrac{3}{4} = 0.75$　　物理では特に指定がない限り少数で回答すること。

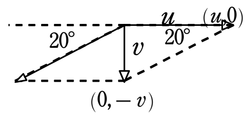
⑩ 景色の速度は流れの速度$\overrightarrow{v_H}$の逆である。　よって、　$-\overrightarrow{v_H}$

⑪ 相対速度は静水から見た速度なので、$\vec{v}$である。よって、$\vec{v} = \overrightarrow{v_F} - \overrightarrow{v_H}$

あるいは実際の速度に景色の速度を加えて　$\overrightarrow{v_F} + (-\overrightarrow{v_H})$ でもよい。

⑫ 108km/h＝108×1000m/3600s＝30m/s

⑬ グラフを読み取ればよい。$\tan 20° = 0.36$



⑭ 図より　$\tan 20° = \dfrac{v}{u} = 0.36$

$v = 0.36\,u = 0.36 \times 30 = 11\text{m/s}$

⑮ 図５のグラフより v ＝11m/sに対応する d を読み取ると、$d = 4.8\text{mm}$