

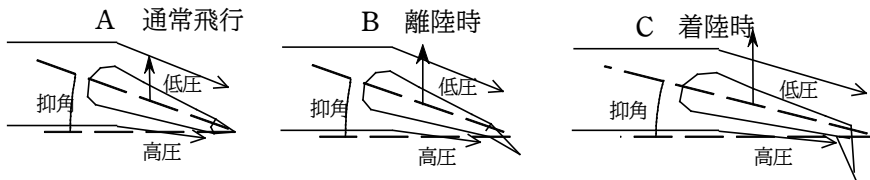
# 飛行機のフライト

1

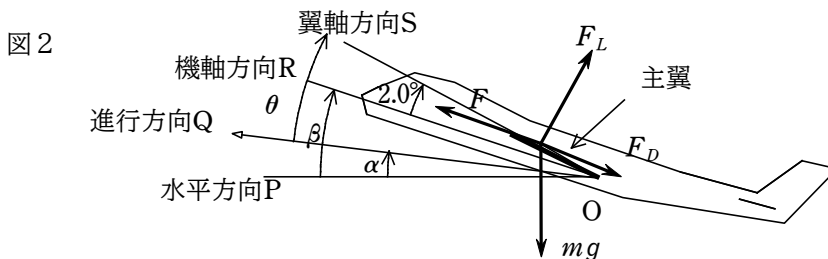
羽田→広島間の搭乗航空機B767-300A25の飛行に関する以下の文章の(①)～(⑬)の[ ]内に文字が指定されている場合はその文字を用いた式を, [数値]とある場合は当てはまる数値を, [用語]とある場合は用語(地学用語)を入れよ。

飛行機は主翼に働く揚力で浮上している。図1 Aのような翼があるとき, 気流に対しての傾き角を抑角という。翼の下側では空気密度が高くなり高圧となる。これに対して翼の上側では空気密度が下がり圧力が低下し, 翼の上下の圧力差で揚力が発生する。飛行機が離陸するときは図1 Bのようにフラップを少し下げ, 着陸のときは図1 Cのようにフラップを大きく下げる。フラップを大きく下げるほど圧力差が大きくなるので, 大きな揚力を得ることができる。

図1 主翼にかかる揚力



国内線におけるB767航空機の離陸可能な重量は130tまでである。この航空機の機体質量  $m = 1.30 \times 10^6 \text{kg}$  とする。エンジン最大出力は2基合わせて  $F_0 = 4.6 \times 10^5 \text{N}$  であり, 翼面積  $S = 283.3 \text{m}^2$  として, 羽田広島間の飛行に関して考えてみよう。



主翼の後端をOとし, 水平方向をP, 進行方向をQ, 機軸方向をR, 翼軸方向をSとすると,  $\angle POQ = \alpha$  を上昇角といい,  $\angle POR = \beta$  をピッチ角という。 $\angle QOS = \theta$  を抑角といい, 航空機に働く力を考えるうえで重要な角である。 $\angle ROS$  は水平飛行時の抑角となり,  $\angle ROS = 2.0^\circ$  とする。ここで,  $\theta = \textcircled{1}[\alpha, \beta]$  が成立している。

上昇中の航空機に関して以下のような力が働いている。航空機は加速しながら上昇するが, その加速度は重力加速度に比べてかなり小さいので, ここでは無視できるものとする。よって, 上昇中の航空機に関してつり合いの式が成り立つと考えてよい。

空気密度を  $\rho$ , 飛行速度を  $v$ , 揚力を  $F_L$ , 空気抵抗を  $F_D$  次の式が成り立つとされている。

# 飛行機のフライト

$$F_L = \frac{1}{2} C_L S \rho v^2 \quad F_D = \frac{1}{2} C_D S \rho v^2 \quad \mu = \frac{C_L}{C_D} \quad (i)$$

ここで、 $C_L$ を揚力係数、 $C_D$ を抗力係数といい、 $\mu$ を揚抗比と呼んでいる。揚力係数と揚抗比は図3のような関係となっている。離陸時はフラップを少し下げるので揚力係数が0.20大きくなり、着陸時はフラップを大きく下げるので、揚力係数が0.60大きくなる。

エンジンの推進力を  $F$ 、重力を  $mg$  とし、 $F_D = \frac{F_L}{\mu}$  を用いると、

$$\text{機軸R方向つり合いの式} \quad F = \frac{F_L}{\mu} + (2)[m,g,\beta] \quad (ii)$$

$$\text{Rと直角方向のつり合いの式} \quad F_L = (3)[m,g,\beta] \quad (iii)$$

$$(ii)(iii)\text{より } F_L \text{ を消去すると, } F = mg \left( \frac{\cos \beta}{\mu} + \sin \beta \right) \quad (iv)$$

$$(i)(iii)\text{より, } \rho v^2 = \frac{2mg \cos \beta}{C_L S} \quad (v)$$

この式において飛行機が一定のピッチ角 $\beta$ で上昇するとき、迎角が一定となり、変化するのは $\rho, v$ のみなので、 $\rho v^2 = \text{一定}$ であることが分かる。

飛行機が上昇するとき、エンジン出力  $F$  を最小限にするには $\mu$ が最大になればよい。 $\mu$ が最大になるのは図3より、迎角が $2.0^\circ$ のときであり、これは、QとRが一致するときである。つまり、機首の向いている方向に飛行するときであり、上昇角とピッチ角が一致するときとなる。

上空  $h$  [km]の空気密度 $\rho$  [kg/m<sup>3</sup>]は $\rho = 1.2 \times (1 - 0.0222h)^{4.256}$  で近似されることが知られている。(v)より、

$$v = \sqrt{\frac{2mg \cos \beta}{S C_L \rho}} \quad (vi)$$

ここで $\beta$ は最大でも $15^\circ$ 程度であり、 $\cos 15^\circ = 0.97$ 程度となるので、 $\cos \beta \approx 1$ と考えても近似的に差し支えない。

図3は迎角ごとの揚力係数と揚抗比を示したものである。

図3

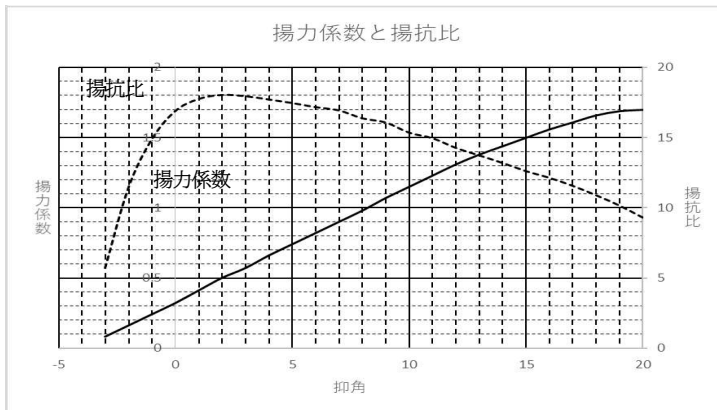


図4は(vi)を用いて、高さ  $h$  と速度  $v$  との関係を各迎角ごとに、空気密度を考慮し重力と釣り合う揚力を出せる速度を示したものである。実線ラインは下より地上、5km上空、1

## 飛行機のフライト

0km上空の速度を示しており、その間の点線で高度1kmごとの速度を示している。また、離着陸時のフラップを下げた時の速度を離陸フラップ、着陸フラップとして示している。極太ラインは飛行機の上昇をシミュレーション計算した結果である。

図5は(iv)を用いて一定速度で飛行中の迎角ごとのエンジン出力の関係を示し、さらにそのエンジン出力による上昇角・ピッチ角も加えている。例えば「上昇6」のラインは上昇角 $6^\circ$ で上昇しているときの迎角とエンジン出力の関係を示しており、「上昇0」は水平飛行、「上昇-3」は $3^\circ$ で降下していることを示している。「ピッチ10」はピッチ角 $10^\circ$ で上昇中を示し、最高出力とあるのはB767型機のエンジンの最高出力を示している。エンジン出力は飛行機1kg当たりの出力[N]を意味しており、実際のエンジン出力はこれに飛行機の質量をかけたものである。例えばピッチ角 $15^\circ$ 上昇角 $9^\circ$ で上昇するためのエンジン出力は $3.1\text{N/kg}$ である。これは等速上昇を意味している。この時最高出力 $3.6\text{N/kg}$ の出力を出せば、そのエンジン出力の差が飛行機の加速度を意味していることになる。この場合の飛行機の加速度は $3.6 - 3.1 = 0.5\text{m/s}^2$ となる。極太線は省エネでの飛行シミュレーション計算結果である。

図4、5を用いて羽田広島間のフライトについて考えてみよう。

### <離陸>

この機体は質量 $1.3 \times 10^6\text{kg}$ で、 $70\text{m/s}$ に達したときに離陸できるように設計されている。離陸時滑走を初めて $30\text{s}$ で $70\text{m/s}$ に達し加速度は一定であるとすると、(④[数値])  $\text{m/s}^2$ となる。滑走時は迎角が $2.0^\circ$ なので、図4の「地上」のラインで迎角 $2.0^\circ$ の位置を見ると(⑤[数値])  $\text{m/s}$ となっており、 $70\text{m/s}$ では浮上できない。そのため、離陸時機首を起こすことによって迎角を大きくするが、迎角を $15^\circ$ にしても $70\text{m/s}$ ではつり合い状態であり、上向きの加速度を生じない。フラップを下げてさらに揚力を上げて離陸している。地上における $70\text{m/s}$ での浮上できるための迎角は $15^\circ$ (ピッチ角 $13^\circ$ )である。機首を上げ始めて $5.0\text{s}$ 後には $80\text{m/s}$ に達する。迎角 $15^\circ$ の離陸フラップのラインより上にあるので、上向きの加速度を生じ、離陸できる。

### <上昇>

離陸後この機体はピッチ角を徐々に下げながら $3000\text{m}$ 付近まで上昇する。 $3000\text{m}$ の高度で $140\text{m/s}$ の速度になっている。図4より、この時の迎角は(⑥[数値]) $^\circ$ となる。図5より上昇角は $10^\circ$ である。飛行機はこの高さより、迎角が(⑥) $^\circ$ を維持するように上昇していく。上昇するにつれてピッチ角は次第に下がり、エンジン出力も徐々に下がっていき、上空 $11000\text{m}$ に達したときにピッチ角が $0^\circ$ となり、水平飛行になる。

### <水平飛行>

水平飛行に入ったときの迎角は $2.0^\circ$ であり、エンジン出力は(⑦[数値])  $\text{N/kg}$ である。B767の2基のエンジンの合計最高出力は $3.6\text{N/kg}$ なので、エンジン1基でもこの出力は出せる。エンジン1基故障しても飛行は可能であるが、2基とも故障すると水平飛行はできなくなる。この時の、飛行機の速度は(⑧[数値])  $\text{m/s}$ となる。この状態での飛行機の実測値は $200\text{m/s}$ なので、実測値より速い。これは(⑨[用語])が原因と考えられる。

## 飛行機のフライト

---

### <降下>

しばらくこの状態で飛行した後、下降に入る。下降する角度は $3.0^\circ$ と決められているので、機首を水平に保ちながら $3.0^\circ$ で下降すると、迎角は $5.0^\circ$ となる。上空1000mで (⑩[数値]) m/sとなり、エンジン出力は $0.6\text{N/kg}$ である。

### <着陸>

着陸直前機首を $3.0^\circ$ あげると迎角は $8.0^\circ$ となり、図4より地上付近で $90\text{m/s}$ となる。飛行機の着陸時の速度は $70\text{m/s}$ 程度である。この速度では速すぎるが機首を大きく起こせば失速して墜落する。そこでフラップを大きく下げることになる。フラップを下げることにより揚力を増し、着陸時の速度を下げるができる。フラップを下げると迎角 $8.0^\circ$ のとき、 (⑪[数値]) m/sとなり、着陸可能である。

着陸の瞬間、水平方向速度は (⑫) m/sである。 $\tan 3^\circ = 0.05$ とすると、鉛直方向速度は $3.5\text{m/s}$ となる。鉛直方向速度を  $u$  とすると、質量  $m$  の物体の運動エネルギーは

(⑬[  $m, u$  ]) であり、これが重力加速度の大きさを  $g$ 、高さ  $h$  の重力による位置エネルギー から得られるとすると、 $h =$  (⑭[  $u, g$  ]) となり、 $g = 10\text{ m/s}^2$ 、 $u = 3.5\text{m/s}$ を代入すると、 $h = 0.61\text{m}$ となる。これは、着陸時の衝撃は高さ $0.61\text{m}$ から落下したときの衝撃と同じであることを意味している。この程度の衝撃であれば、飛行機のクッションで吸収可能であり、安全に着陸できる。

着陸してから誘導路に入れる速度 $5\text{m/s}$ に下がるまで減速に $55\text{s}$ ほど時間がかかる。減速時の加速度は $-1.1\text{m/s}^2$ 程度である。



# 飛行機のフライト

図4

離着陸時、重力と釣り合う揚力を生じる速度

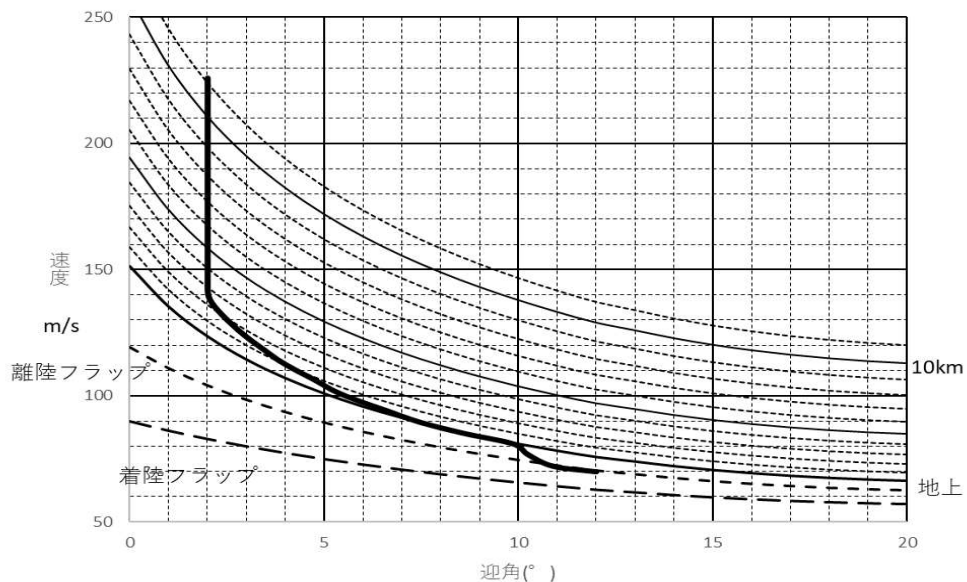
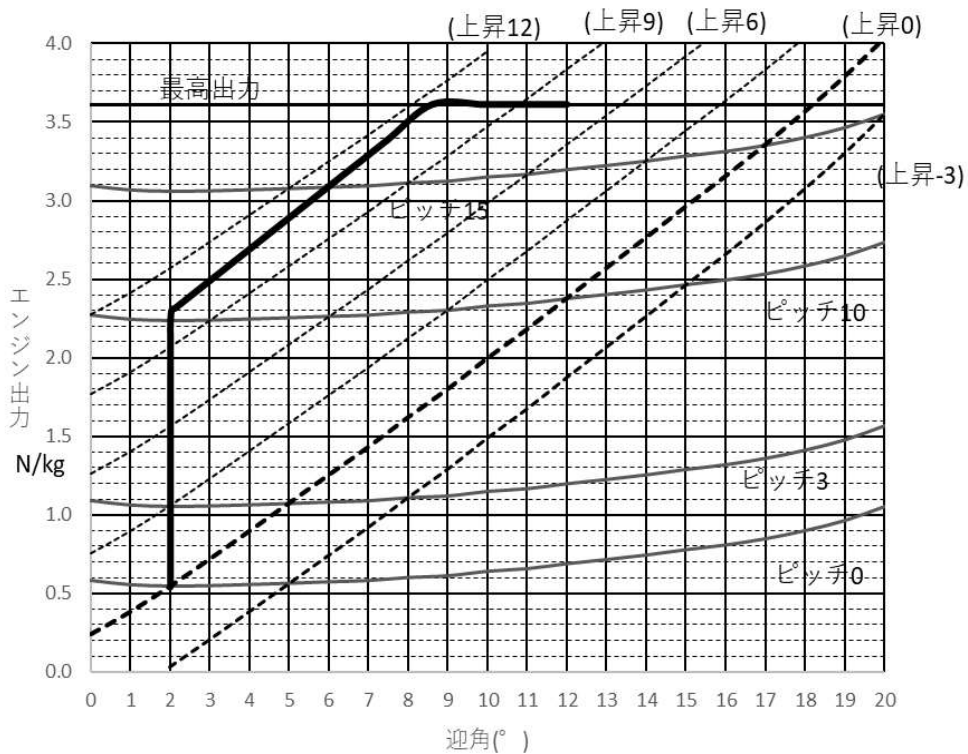


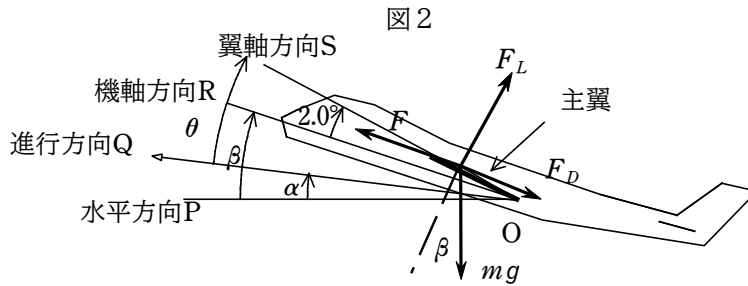
図5

ピッチ角ごとのエンジン出力と上昇角



# 飛行機のフライト

解説



① 図2より  $\beta - \alpha + 2.0$

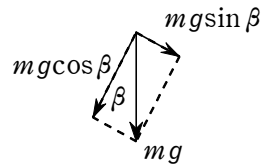
② 重力方向と揚力方向とのなす角度は $\beta$ である。

$$mg \sin \beta$$

③  $mg \cos \beta$

④ 30sで70m/s速くなっているので、

$$\text{加速度は } \frac{70}{30} = 2.3 \text{ m/s}^2$$



⑤ 図4の地上ラインの仰角 $2^\circ$ の速度を読むと 120m/s

これは、120m/sを越えなければこの飛行機は浮き上がらないことを意味している

⑥ 図4の3000mラインの140m/sの位置の仰角は $2.0^\circ$ である。

仰角 $2.0^\circ$ は最も省エネ飛行できる角度である。以降順調であれば、この仰角を保ちながら飛行を続けることになる。

⑦ 水平飛行は上昇角 $0^\circ$ なので、図5の仰角 $2^\circ$ における上昇角 $0^\circ$ の破線ラインを見るとエンジン出力は $0.6\text{N/kg}$ となっている。 0.6

⑧ 図4で仰角 $2^\circ$ 、高度11000mのラインを見ると速度は225m/sとなっている。

⑨ 飛行速度の計算値は225m/sであるが、実際の実測値は200m/sである。羽田広島間は西向きに飛行するので偏西風に対して逆向きであり、飛行速度が低下する。

その差25m/sは偏西風の速さと考えられる。 偏西風

このとき、広島→羽田に飛ぶと偏西風と同じ向きとなるので、実測値250m/sほどになると予想される。

⑩ 図4で上空1000mにおける迎角 $5^\circ$ の位置の速度を見ると 105m/sとなっている。

この時のエンジン出力は $0.6\text{N/kg}$ で水平飛行とほぼ同じエンジン出力が必要である。片方のエンジンでも降下ができるが、エンジンが両方停止すると墜落する。

この時のエンジン出力が0となっていれば、グライダーと同様に着陸可能となるが、実際の航空機はグライダー滑空は無理である。

⑪ 図4で着陸フラップ使用時の迎角 $8^\circ$ の速度を見ると 70m/s である。

実際の安全着陸速度は67m/sと定められている。

⑫ 運動エネルギーなので、  $\frac{1}{2}mu^2$

## 飛行機のフライト

---

- ⑬ 運動エネルギー  $\frac{1}{2}mu^2$  が重力による位置エネルギー  $mgh$  から得られるとすると,

$$mgh = \frac{1}{2}mu^2 \quad \text{となる。} \quad \text{よって, } h = \frac{u^2}{2g}$$