G033C14によるβ崩壊

$\boxed{1}$

　ベータ崩壊に関する以下の文章の（①）～（⑫）の[　]内に文字が指定してある場合はその文字を用いた式を，[数値]とある場合は当てはまる式を，[原子核]とある場合は原子核記号を入れよ。

ベータ崩壊の例として ${}^{14}_{6}C$ の崩壊を考えてみよう

　${}^{14}_{6}C \rightarrow {}^{14}_{7}N + e^{-}\ +0.16\mathrm{MeV}$

半減期 T は T＝5730年で，自然界での存在比 s は $s=1.2\times10^{-12}$である。原子核の質量は

[${}^{14}_{6}C$]＝13.99994u　[${}^{14}_{7}N$]＝13.99922u　[e^{-}]＝0.00055u

崩壊のエネルギーを計算してみよう。崩壊のエネルギーを E とすると

　${}^{14}_{6}C \rightarrow {}^{14}_{7}N + e^{-}\ + E$

質量で計算すると

　$[{}^{14}_{6}C] \rightarrow [{}^{14}_{7}N] + [\ e^{-}\ ] + E$

　13.99994u＝13.99922u＋0.00055u＋ E

　E ＝0.00072u

　1u＝1.66×10^{-27}kg＝1.49×10^{-10}J＝931MeVなので，

　E ＝0.00072×931MeV＝0.67MeV

ところが， 放出されたエネルギーは電子の運動エネルギーとなる（①[数値]）MeVであり，計算結果と大きく異なる。（②[数値]）MeVのエネルギーが行方不明である。そこで，${}^{14}_{7}N$ の運動エネルギーになったのではないかと考えてみた。

　静止している ${}^{14}_{6}C$ がベータ崩壊して ${}^{14}_{7}N$ と e^{-} に分裂した。電子の質量を m，放出後の速度を v ， ${}^{14}_{7}N$ の質量を M，放出後の速度を V，放出エネルギーを E_0 とする。

運動量保存則により

　0＝（③[m,v,M,V]）　　　　(i)

エネルギー保存則より

　E_0 ＝ （④[m,v,M,V]）　　(ii)

(i)を用いて(ii)の V を消去すると，

$$E_0 = \frac{1}{2}mv^2\left(1+\frac{m}{M}\right)$$

となる。ここで， $\dfrac{m}{M}$ は ${}^{14}_{7}N$ と e^{-} の比なので， $\dfrac{1}{25000}$ 程であり，無視できるレベルである。よって，放出された電子の運動エネルギーに対して原子核が持つ運動エネルギーはないものと考えてよい。

　その結果，エネルギー収支が合わないことになる。そこで，ニュートリノと呼ばれる謎の粒子（記号ν）の存在が考えられた。

このベータ崩壊は正しくは

　${}^{14}_{6}C \rightarrow {}^{14}_{7}N + e^{-}\ +\nu+$（⑤[数値]）MeV

となる。このニュートリノが（②）0.52MeVのエネルギーを持ち出したと考えられている。放出したニュートリノが他の物質と反応すれば，そのエネルギーからその粒子の運動状況の変化が観察されるはずである。ところが，そのようなものは一切見つかっていない。そのため，ニュートリノは他の粒子とほとんど反応しない粒子であることが予想される。

ベータ崩壊で放出された電子の運動エネルギーが0.16MeVである。この電子が原子と衝突すると，その原子の周りをまわっている軌道電子を弾き飛ばすことが考えられる。水素のイオン化エネルギーは1312kJ/molである。MeVに換算してみると。

$$1312\mathrm{kJ/mol}=\frac{1312\times10^{3}}{6.02\times10^{23}}\mathrm{J}=2.18\times10^{-18}\mathrm{J}=\frac{2.18\times10^{-18}}{1.60\times10^{-19}}\mathrm{eV}=13.6\mathrm{eV}$$

となる。0.16MeV＝1.6×10^{5}eVなので，約12000倍のエネルギーである。これはベータ線1個で水素原子12000個をイオン化させることのできるエネルギーであることを意味し，生体内の数多くの分子をイオン化させて分子構造が変化することになる。これにより正常な化学変化が起こらなくなり，生命活動が維持できなくなる恐れがある。これが，放射線障害である。

次に半減期を考えてみよう。時刻0において N_0 個あった原子核が半減期 T[s]で崩壊したとする。T[s]ごとの原子数を表にまとめると以下のようになる。

年数	0	T	$2T$	$3T$	nT	t
原子数	N_0	$\frac{1}{2}N_0$	$\left(\frac{1}{2}\right)^2 N_0$	$\left(\frac{1}{2}\right)^3 N_0$	(⑥)	$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} N_0$

$N(nT)=$ （⑥[N_0,n]）となるので，$n=\dfrac{t}{T}$ とおくと，

$$N(t)=N_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} \qquad \text{(i)}$$

となる。これが，時間 t に残っている原子核の数である。これを t で微分すると，1s間当たりの原子核の減少量＝毎秒に放出されるベータ線数 B が求められる。

$$\frac{dN(t)}{dt}=-\frac{N_0}{T}\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}\log 2=-\frac{\log 2}{T}N(t)$$

となるので，　$B=\dfrac{\log 2}{T}N(t)$ となる。よって，$N(t)=$ （⑦[B,T]）　(ii)

ある遺跡で発掘された遺物を処理して m_0[g]の純粋な炭素を取り出した。この資料から検出された放射線数が B[Bq]であったとすると，この遺物は何年前の遺物であるか考えてみよう。

(ii)より，（⑦）個の ${}^{14}_{6}C$ が存在することになる。炭素 m_0[g]の炭素原子数 N はアボガドロ数を Aとすると，炭素の原子量は12なので，

$N=$（⑧[A,m_0]）[個]となり，存在比をsとすると，この遺物が生きていたころは sN 個の ${}^{14}_{6}C$ が存在していたことになる。

よって，$N_0=$ （⑨[A,m_0,s]）となり，これは，(i),(ii)より

$$N(t) = \frac{BT}{\log 2} = （⑨）\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

これを計算すると，

$$\frac{t}{T} = \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{12T}{sA\log 2}\frac{B}{m_0}\right) = \log_2\frac{m_0}{B} - \log_2\left(\frac{12T}{sA\log 2}\right)$$

T＝5730年＝1.81×10^{11}s，　A＝6.02×10^{23}，　s＝1.2×10^{-12}, $\log 2$ ＝0.6931を代入すると，

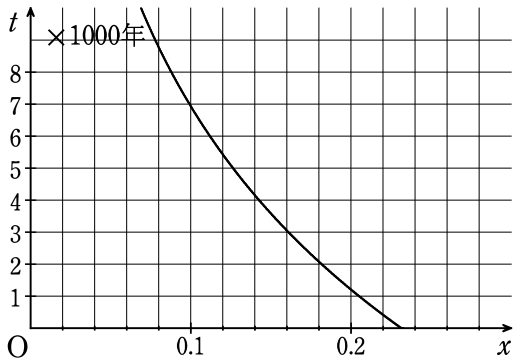
$$\frac{t}{T} = \log_2\frac{m_0}{B} - 2.11$$

となるので，t を年単位に直すと，

$$t[年] = \left(\log_2\frac{m_0}{B} - 2.11\right)T[年] = 5730\log_2\frac{m_0}{B} - 12100$$

$\frac{B}{m_0} = x$ と置くと，　$t[年] = 5730\log_2\frac{1}{x} - 12100$

これをグラフにすると，



となる。1.0gの資料から0.1Bqのβ線が検出されたとすると，x ＝（⑩[数値]）
となるので，グラフより t ＝（⑪[数値]）となり，約（⑪）年前の遺跡となる。

$^{14}_{6}C$ の生成過程は次のようになっている

$$^{14}_{7}N + n \rightarrow {}^{14}_{6}C + （⑫[原子核]）$$

$^{14}_{7}N$ に衝突する中性子は大気中の窒素原子や酸素原子に宇宙線が衝突することによって発生している。宇宙線の量は太陽活動により変動するので，発生する中性子量も太陽活動によって変動する。その結果，存在比の1.2×10^{-12}は一定ではなく，年代測定法は正確なものではない。

G033C14によるβ崩壊

解説

① ${}^{14}_{6}C \rightarrow {}^{14}_{7}N + e^{-}$ +0.16MeVより，　0.16MeV

② 質量欠損より0.67MeVのエネルギーが失われている。そのうち0.16MeVが電子の運動エネルギーなので，不明になっているエネルギーは　0.67−0.16＝0.52MeV

③ 電子･原子核それぞれの運動量の和である。v,Vは速度なので正方向を正としている。$mv + MV$

④ 電子･原子核それぞれの運動エネルギーの和である。$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2$

⑤ ①と同じ　0.16MeV

⑥ 半減期Tのn倍なので，N_0の$\frac{1}{2}$のn乗倍　$N_0\left(\frac{1}{2}\right)^n$

⑦ $B = \frac{\log 2}{T}N(t)$を式変形して　$N(t) = \frac{BT}{\log 2}$

⑧ 物質量は質量を原子量で割ったもの$\frac{m_0}{12}$。それにアボガドロ数をかけると原子数となる。$\frac{m_0}{12}A$

⑨ 存在比がsなので，原子数$\frac{m_0}{12}A$のs倍　$\frac{1}{12}sAm_0$

⑩ $\frac{B}{m_0} = \frac{0.10}{1.0} = 0.1$

⑪ $x = 0.10$に対する値を読む　7000　（×1000になっていることに注意）

⑫ ${}^{14}_{7}N + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{14}_{6}C + {}^{a}_{b}X$

と置くと　$a = 1$，$b = 1$となるので，この原子核は水素原子である。

よって，${}^{1}_{1}H$