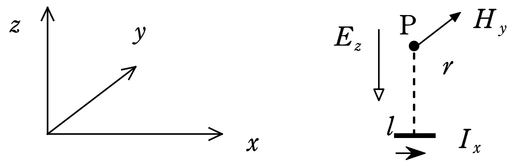
G032光速度の算出

1

　光は電磁波である。電磁波の速度（光速度）に関する以下の文章の（①）～（⑬）の[　]内に文字が指定されている場合はその文字を用いた式を，[数値]とある場合は当てはまる数値を入れよ。

まずは，電場の周りの磁場について考えてみよう。図１は，長さlの導線に電流Iが流れているとき導線から直角方向にr離れた位置に生じる磁場の様子を示したものである。電荷の移動方向を x 軸正方向にとり，電場の方向を z 軸負の方向，生じた磁場の方向を y 軸正の方向とする。

図１



　長さlの導線に電流I_xが x 軸正方向に流れているとき導線から z 軸正方向にr離れた点Pに生じる磁場はビオ･サバールの法則より y 軸正方向に

$$H_y = \frac{I_x l}{4\pi r^2}$$

の磁場が生じている。 電子の電気量を $-e$ ，自由電子密度を n ，導線の断面積を S，電子の移動速度を $-v_x$とすると， $I_x=$ （①[e,n,v_x,S]）より， $I_x l=$（①）l となる。式中のnSlは導線の体積と1m^{3}中の自由電子数であるから，導線内の自由電子数になる。よって，これらの自由電子の持つ電気量 $-Q$ は， $Q=$（②[e,n,S,l]）とあらわされる。よって，

$$I_x l = Q v_x$$

　となる。 これは，電荷 Q は速度 v_x で x 軸正方向に移動していることを意味している。

　また，P点における電場E_zはQを用いて， $E_z=-$（③[Q,r,ε_0]）となるので，

$$H_y = \frac{I_x l}{4\pi r^2} = \frac{Q v_x}{4\pi r^2} = -\varepsilon_0 v_x E_z$$

$$H_y = -\varepsilon_0 v_x E_z \qquad \text{(i)}$$

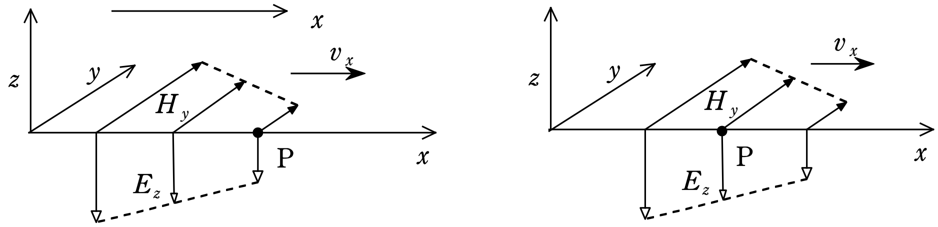
　この時の電場の向きは z 軸負の方向で，磁場の向きは y 軸正の方向である。

　電場 E_z は H_y となる磁場を発生していると考えることができる。ここで，電気量 Q が図１の速度 v_x で移動している。これは，電場 E_z が速度 v_x で移動していることを意味し，この時， y 方向に（④[ε_0,v_x,E_z]） の磁場が生じることを意味している。

　このとき，電場と磁場と電場の移動方向は互いに直角方向で，電場と磁場の大きさは比例している。この式は，電場が移動しないと磁場が生じないことを意味している。電場が移動するということは電場が変化することを意味している。この様子を図示したのが図２

である。z 方向に変化する電場 E_z が x 方向に移動すると，y 方向に生じた磁場 H_y も x 方向に移動することになる。

図２



E_z，H_yの x 軸方向の傾きを $\dfrac{\Delta E_z}{\Delta x}$，$\dfrac{\Delta H_y}{\Delta x}$とする。これを用いると(i)は，

$$\frac{\Delta H_y}{\Delta x}=-\varepsilon_0 v_x\frac{\Delta E_z}{\Delta x}$$

と置ける。ここで，$v_x=\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$ なので，

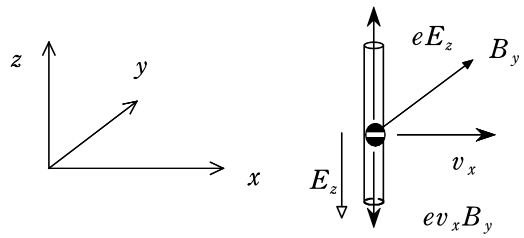
$$\frac{\Delta H_y}{\Delta x}=-\varepsilon_0 v_x\frac{\Delta E_z}{\Delta x}=-\varepsilon_0\frac{\Delta x}{\Delta t}\frac{\Delta E_z}{\Delta x}=-\varepsilon_0\frac{\Delta E_z}{\Delta t}$$

$$\frac{\Delta H_y}{\Delta x}=-\varepsilon_0\frac{\Delta E_z}{\Delta t} \qquad \text{(ii)}$$

となる。電場 E_z の時間変化が磁場 H_y の x 方向の変化を生じていることが分かる。

次に磁場の変化からの電場の発生を電磁誘導により電場を生じるのを例として考えてみよう。図３は磁束密度 B が働く空間に誘導起電力が生じる状況を示したものである。

図３



y 方向に磁束密度 B_y がある時，z 方向の導線を x 方向に速度 v_x で移動させた場合，大きさ（⑤[e,v_x,B_y]）のローレンツ力が z 軸負の方向に働く，自由電子が z 軸負の方向に移動することによって，電場 E_z が z 軸負の方向に生じ，クーロン力（⑥[e,E_z]）が正の方向に生じる。これを式にすると，

（⑥）＋（⑤）＝0

真空誘電率を μ_0 とすると，$B_y=$（⑦[μ_0,H_y]）となるので，

$$E_z=-v_x\mu_0 H_y \qquad \text{(iii)}$$

となる。図２と同様に磁場について考えると磁場が移動することによって，電場が生じているので，磁場の変化が電場を生じていることになる。x方向の変化を考えると

$$\frac{\Delta E_z}{\Delta x} = -v_x\mu_0\frac{\Delta H_y}{\Delta x} = -\mu_0\frac{\Delta x}{\Delta t}\frac{\Delta H_y}{\Delta x} = -\mu_0\frac{\Delta H_y}{\Delta t}$$

これは，

$$\frac{\Delta E_z}{\Delta x} = -\mu_0\frac{\Delta H_y}{\Delta t} \qquad \text{(iv)}$$

と表すことができる。磁場 H_y の時間変化が電場 E_z の x 方向の変化を生じていることになる。

このように磁場は電流を，電場は磁場を互いに発生する能力を持っている。どちらも電荷が速度v_xで移動したときに発生しているので，磁場，電場はそれぞれが変化したときに互いに相手を直角方向に発生することになる。電場の変化が磁場を発生し，発生した磁場の変化が電場を発生するという状態が空間を伝わる。これが，電磁波の原理である。

電場が磁場を発生する式　　$H_y = -\varepsilon_0 v_x E_z$　　(i)

磁場が電場を発生する式　　$E_z = -\mu_0 v_x H_y$　　(iii)

この2式を互いにかけると，　$H_y E_z = \varepsilon_0\mu_0 v_x{}^2 E_z H_y$

これより，　　$v_x =$ （⑧[ε_0, μ_0]）となる。

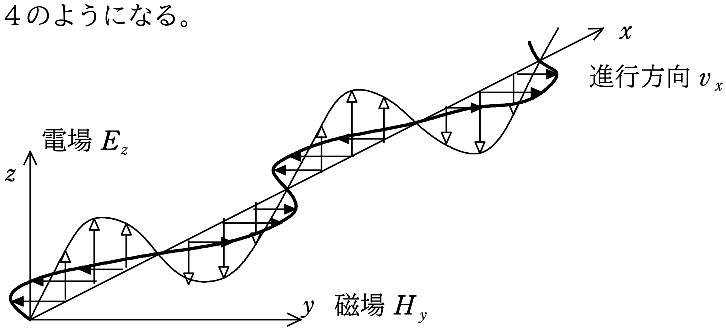
$\varepsilon_0 = 8.85\times10^{-12}\mathrm{F/m}$、　$\mu_0 = 1.26\times10^{-4}\mathrm{N/A^2}$

を代入して速度v_xを計算すると，$v_x = 3.00\times10^8\mathrm{m/s}$となる。

これは，光速度である。

よって、電磁波は真空中を光速度で伝わることになる。電場 E_z が正弦波を描いているとすれば図４のようになる。

図４



電場がサインカーブに沿って鉛直に変化した場合、磁場はその大きさに比例して水平にサインカーブに沿って変化する。

電磁波のエネルギー

波長λで，電場が $E_0\sin\omega t$ で振動している電磁波が真空中をある点Oから一様な方向に伝わっている場合を考える。点Oより，距離 r 離れた点を，1m²の断面を1s間に通過するエネルギーを計算してみよう。

電場が $E_z = -E_0\sin\omega t$ の場合，磁場は (i)より，$H_y = \varepsilon_0 c E_0\sin\omega t$ となる。電場 E_z の場合の単位体積当たりの電場のエネルギーは $\frac{1}{2}\varepsilon_0 E_0{}^2\sin^2\omega t$ で表される。$\sin^2\omega t =$

$\frac{1}{2}(1-\cos 2\omega t)$ なので，$\sin^2\omega t$ を1波長で平均すると（⑨[数値]）となる。よって，電場のエネルギーの平均値は（⑩[ε_0, E_0]） となる。これは，電場の一方向のエネルギーであり，偏波（偏光）と呼んでいる。 自然光の場合E_y も $E_y=-E_0\sin\omega t$ として存在しているので，自然その直角方向も同等に存在するので，電場の平均エネルギーは2倍となり，（⑪） である。磁場の平均エネルギーは $\frac{1}{2}\mu_0 H_0{}^2=\frac{1}{2}\mu_0\,\varepsilon_0{}^2 c^2\,E_0{}^2$ であり，$c=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$ を用いると，$\frac{1}{2}\mu_0 H_0{}^2=\frac{1}{2}\varepsilon_0 E_0{}^2$ となる。よって，電磁波の単位体積当たりのエネルギーは磁気エネルギーと電場のエネルギーを加えて（⑫[ε_0, E_0]）となる。よって，1m²の断面を1sに通過する光のエネルギー K は $K=$（⑬[ε_0, c, E_0]）となる。

地球に届いている太陽光のエネルギーは$K=1.37\times10^3$W/m²である。これから E_0 を求めると718V/mとなる。

G032光速度の算出

(解説)

① $I=envS$ より，　env_xS

② 自由電子数＝電子密度×体積なので，電気量は　$enSl$

③ 電場は電気力線密度なので，電気力線数 $\dfrac{Q}{\varepsilon_0}$ を球の表面積 $4\pi r^2$ で割ったものである。

電荷がマイナスなので，電場は負である。　$-\dfrac{Q}{4\pi r^2\varepsilon_0}$

④ (i)より，$-\varepsilon_0 v_x E_z$

⑤ 図３より　$-ev_xB_y$

⑥ 図３より　eE_z

⑦ $B=\mu H$ より，　$\mu_0 H_y$

⑧ $H_yE_z=\varepsilon_0\mu_0 v_x{}^2E_zH_y$ を計算して，　$\dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$

⑨ $\sin^2\omega t=\dfrac{1}{2}(1-\cos 2\omega t)$ において，$\cos 2\omega t$ の平均値は0なので，$\dfrac{1}{2}$

⑩ $\dfrac{1}{2}\varepsilon_0 E_0{}^2\sin^2\omega t$ において $\sin^2\omega t$ の平均値が $\dfrac{1}{2}$ となるので，　$\dfrac{1}{4}\varepsilon_0 E_0{}^2$

⑪ ⑩の2倍なので，　$\dfrac{1}{2}\varepsilon_0 E_0{}^2$

⑫ 電場と磁場のエネルギーが同じなので，全体のエネルギーは2倍となる。　$\varepsilon_0 E_0{}^2$

⑬ 光は1s間に c 進むので1m^{2}を通過する体積は c となり，⑫の c 倍　$\varepsilon_0 cE_0{}^2$