G026電気力線の性質

$\boxed{1}$

＋電荷と－電荷の間には静電気力がはたらいている。その間の空間には何もないので力がはたらいていることをイメージしにくい。そこで、二つの電荷の間に目に見えない線がつながっていると考えることにする。この仮想上の線を電気力線と呼んでいる。
この電気力線は次のようにその性質を決められている。

１　電気力線の向きを電場の幹と決める。

２　電気力線密度が電場の強さを意味し，1本/m^2＝1N/Cと決める。

３　電気量とそこから出ている電気力線数は比例し，ε_0[C]あたり1本とする。

ここでは，電気力線のこのような性質を用いて電気関係の法則をいくつか導いた以下の文章の（）内に[]で指定された式をあてはめよ。

この定義にしたがえば，電気量Qより出ている電気力線総数は（①[ε_0,Q]）となり，一様な電気力線を貫いている断面積がSとすると，電気力線密度は（②[ε_0,Q,S]）となる。つまり，電場の強さは（②）である。

図１

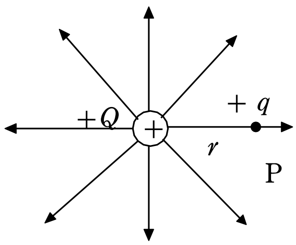
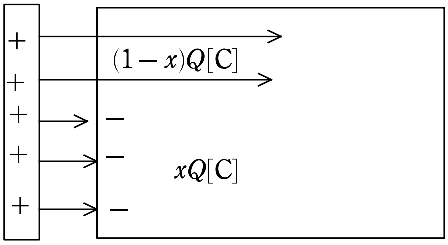


図１のように＋Qの点電荷より，r離れた点Pの電場の強さを求めてみよう。点電荷を中心とする半径rの球の表面積は$4\pi r^2$であり，この球面を貫いている電気力線総数は（①）なので，この球面の電気力線密度は（③[ε_0,Q,r]）となる。ここで，$k_0=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$とおくと，電場$E$は$E=$（④[$k_0$,$Q$,$r$]）となる。これが点電荷から$r$離れた点の電場の強さを意味している。この位置に電荷＋qを静かに置くと，この電荷に働く力の大きさは，$F=qE$なので，$F=$（⑤[k_0,Q,q,r]）となる。これが，クーロンの法則である。電荷に働く力の大きさを実験で測定することにより，$k_0=9.0\times10^9$[Nm^2/C^2]となり，$\varepsilon_0=\dfrac{1}{4\pi k_0}=8.85\times10^{-12}$[C/本]となる。$k_0$をクーロン定数と呼び，$\varepsilon_0$を真空誘電率と呼んでいる。

真空誘電率とは，真空中で電気力線1本あたりの電気量を意味している。これをもとにして一般的な不導体の誘電率εを求めてみよう。図２のように，ある不導体に＋Q[C]に帯電した金属板を近づけたとき，その不導体が$-xQ$[C]の電荷を帯びたとする。このxを分極率という。この発生した電気量の分だけ電気力線が不導体内に入るのを食い止められている。不導体内に入り込む電気力線は残り$(1-x)Q$[C]の電荷が出した電気力線である。これは，（⑥[ε_0,Q,x]）[本]の電気力線数に該当するので，不導体内に入り込んだ電気力線数は（⑥）[本]である。誘電率は電気力線1本当たりの電気量であり，（⑥）[本]がQ[C]の電

荷から入り込んでいることになるので、電気力線1本当たり，（⑦[ε_0,x]）[C]の電気量となる。

図２



よって，分極率 x の不導体の誘電率εはε＝（⑦）となる。ここで，真空誘電率との比（⑧[x]）を比誘電率と呼んでいる。

次にコンデンサーについて考えてみよう。図３のように２枚の金属板（断面積S）を真空中で距離dだけ離して平行に置き，金属板間に電圧Vの直流電圧をかけた。このとき、極板にたまる電気量を求めてみよう。

電荷Qから出る電気力線数は（①）であるから、電気力線密度すなわち電場の強さはE＝（②）となる。

図３

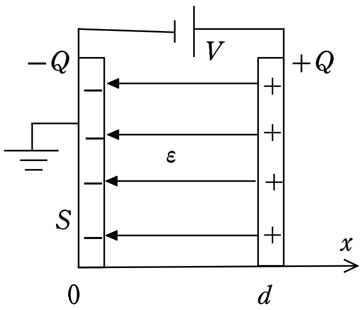


図４

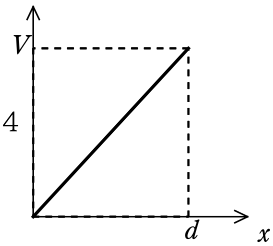


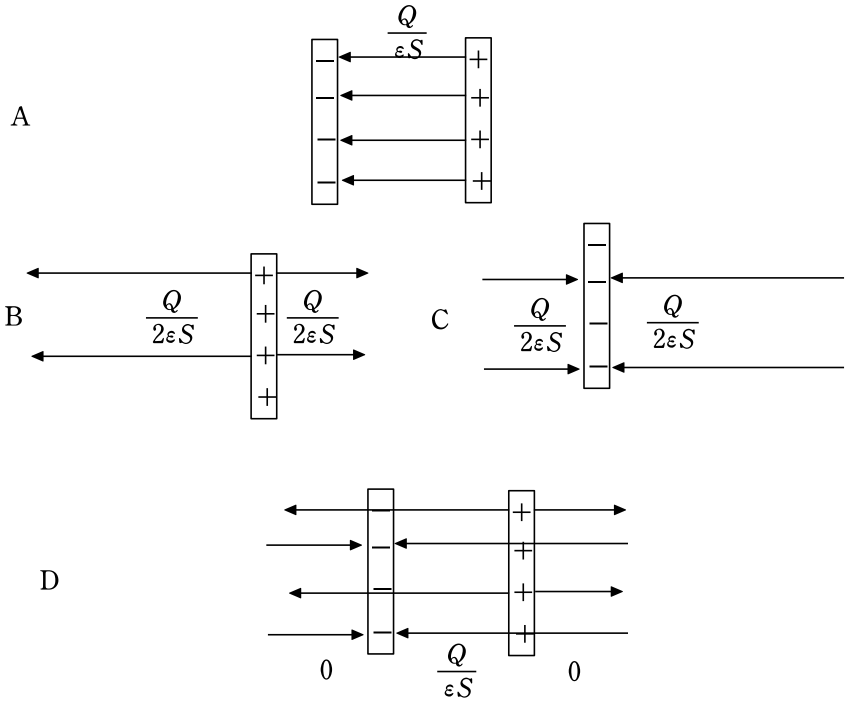
図４のグラフにおいて電場の強さは電位の傾きなので，E ＝（⑨[V,d]）

どちらも電場の強さを表わしているのでこの二つの式は等しくなり，

Q ＝（⑩[ε_0,d,S]）V

が成立する。（⑩）が電気容量と呼ばれる量であり，１Vでためることができる電気量を意味している。

図５



2枚の平行板に $-Q$ と $+Q$ の電荷に帯電しているとき，電気力線は図５Aのようになるが，実際は金属板の両面に等しく電気力線が出ているので，正極板が図５B，負極板が図５Cのようになっている。両方合わせて図５Dのようになっているのが正しい。それを図５Aのようにあらわしている。正極板が負極板から受ける力の大きさ F は正極板の電気量と相手の極板からの電場の積で表されるので， $F=$ （⑪[ε_0,Q,S]） となる。電気力線が平行と考えれば，この力の大きさは極版間距離に関係なく一定となる。極版間距離が d であれば，接触している互いの極版を d 離すのに必要な仕事 W は（⑫[ε_0,Q,S,d]）となる。これが，コンデンサーにたまっている静電エネルギーである。

G026電気力線の性質

(解説)

① 電気力線の本数なので，電気量を1本あたりの電気量で割ればよい。 $\dfrac{Q}{\varepsilon_0}$

② 電気力線密度なので，電気力線総数を面積で割ればよい。$\dfrac{Q}{\varepsilon_0 S}$

③ ②の式に $S=4\pi r^2$ を代入すればよい。 $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Q}{r^2}$

④ $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}=k_0$ と置き換えればよい。 $k_0\dfrac{Q}{r^2}$

⑤ $E=k_0\dfrac{Q}{r^2}$ でこれは+1Cに $k_0\dfrac{Q}{r^2}$ の力が働くので， $+q$ [C]では， q 倍の力が働く。

$k_0\dfrac{Qq}{r^2}$

⑥ 電気量が $(1-x)Q$ なので，電気力線数は $\dfrac{1-x}{\varepsilon_0}Q$

⑦ Q [C]で， $\dfrac{1-x}{\varepsilon_0}Q$ [本]なので，1本当たり，$\dfrac{\varepsilon_0}{1-x}$

⑧ $\dfrac{\varepsilon_0}{1-x}$ は ε_0 の$\dfrac{1}{1-x}$ 倍である。よって，比誘電率は $\dfrac{1}{1-x}$

⑨ 電場は1m当たりの電圧なので， $\dfrac{V}{d}$

⑩ 電場が等しいので $\dfrac{Q}{\varepsilon_0 S}=\dfrac{V}{d}$ これを解くと $Q=\varepsilon_0\dfrac{S}{d}V$ よって， $\varepsilon_0\dfrac{S}{d}$

⑪ 極版間の電場は$\dfrac{Q}{\varepsilon_0 S}$ であるが，これは，自分自身の電場を含んでいる。 $F=qE$ の E は相手の電場であるので，この半分となる。 よって， $E=\dfrac{1}{2}\dfrac{Q}{\varepsilon_0 S}$，これは，+1Cに $\dfrac{1}{2}\dfrac{Q}{\varepsilon_0 S}$ の力が働くという意味なので， Q [C]に働く力は $\dfrac{1}{2}\dfrac{Q^2}{\varepsilon_0 S}$

⑫ この場合電気力線は平行なので， 力の大きさは$\dfrac{1}{2}\dfrac{Q^2}{\varepsilon_0 S}$で一定である。静電エネルギーは逆向きに同じ大きさの力で距離 d 運ぶ仕事なので， $\dfrac{1}{2}\dfrac{Q^2 d}{\varepsilon_0 S}$