G025ダイヤモンドの美しさの秘密

1

　下の文章はダイヤモンドが美しく輝く原理を光の干渉を元に考えたものである。文章中（①）～（⑬）に[　]に文字が指定されている場合は指定されている文字を用いた式であらわし，[数値]となっている場合は当てはまる数値を入れ，[用語]となっている場合は当てはまる用語を入れよ。数値計算の時に必要とあれば，図２の三角関数のグラフを用いてよい。

　ダイヤモンドは宝石の王様と言われるほど美しく輝く宝石である。そのダイヤモンドの輝きをさらに高めるカットがブリリアンカットと呼ばれているものである。そのカットの断面を描いたのが図１である。実際のブリリアンカットは58面体で，細かいところはもっと複雑であるが，問題をシンプルにするために，図形AOBCDがブリリアンカットの断面とする。∠AOB＝90°である。絶対屈折率をn，空気の絶対屈折率を1として考えることにする。

　今ダイヤモンドの上面Pに入射角θで入射した光が屈折角rで屈折し，Q,Rで全反射してSから空気中に出たとする。P点において屈折の法則（①）[θ,r]＝nが成り立つ。Qにおける法線とRにおける法線の交点をTとすると，点Qにおけるこの光の入射角∠PQT＝（②）[r]であり，反射角∠RQT＝（③）[r]である。また，∠RTQ＝90°なので，∠TRQ＝（④）[r]となる。よって，Sにおける入射角は（⑤）[r]となるので，射線PQとSRは互いに（⑥）[用語]の関係となる。ダイヤモンドは屈折率が大きいのでQおよびRで全反射を起こしているため，入射した光の100％が跳ね返されることになる。屈折率の小さいガラスではQおよびRで全反射しないので，反射して戻る光は弱くなる。実際は複雑な多面体なので，入射した光が多方面に反射することとなり，これが，ダイヤモンドが光り輝く秘密である。

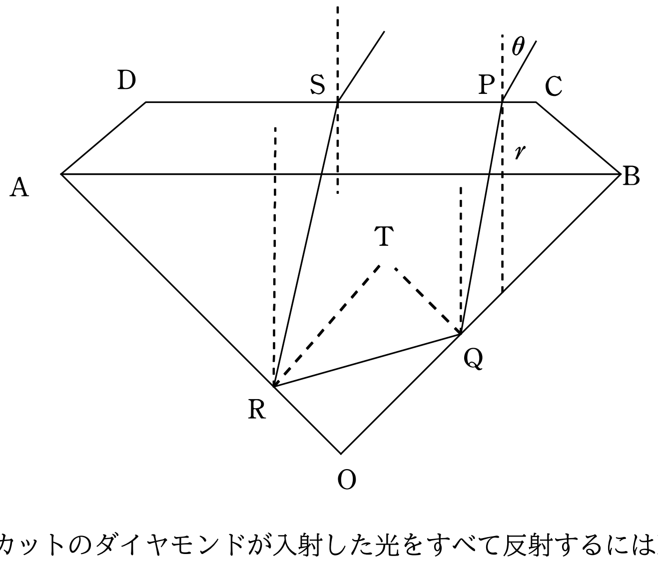


図１

　ブリリアンカットのダイヤモンドが入射した光をすべて反射するにはR点で全反射する必要がある。R点における入射角∠TRQ＝（④）なので，屈折率nのダイヤモンド内で光が全反射するには，sin(④)＝（⑦）[n]が成り立てばよい。n＝2.4とすれば，r＝（⑧）[数

値]°程となる。よって，この時の入射角θは（⑨）[数値]°ほどになる。入射角（⑨）°以下の光はすべて全反射して100％返ってくるので，戻ってきた光は明るいのである。AD，BCは（⑨）°を超える入射角の光を全反射させるための工夫である。

　ダイヤモンド以外ではどうなのであろう。入射角0°（CD面に垂直に入射）の光は屈折角が0°となるので，全反射の式より$n=$（⑩）[数値]となる。入射角0°より小さい角度で入射することはできないのでQやRで全反射を起こすためには$n>$（⑩）でなければならない。ガラスは$n=1.4$程度なので，ほとんど全反射をしない。この場合光は一部しか戻ってこないので明るく輝く姿を見ることができないことになる。屈折率が大きい材質ほど全反射する入射角の範囲が広いので輝いて見えることになる。

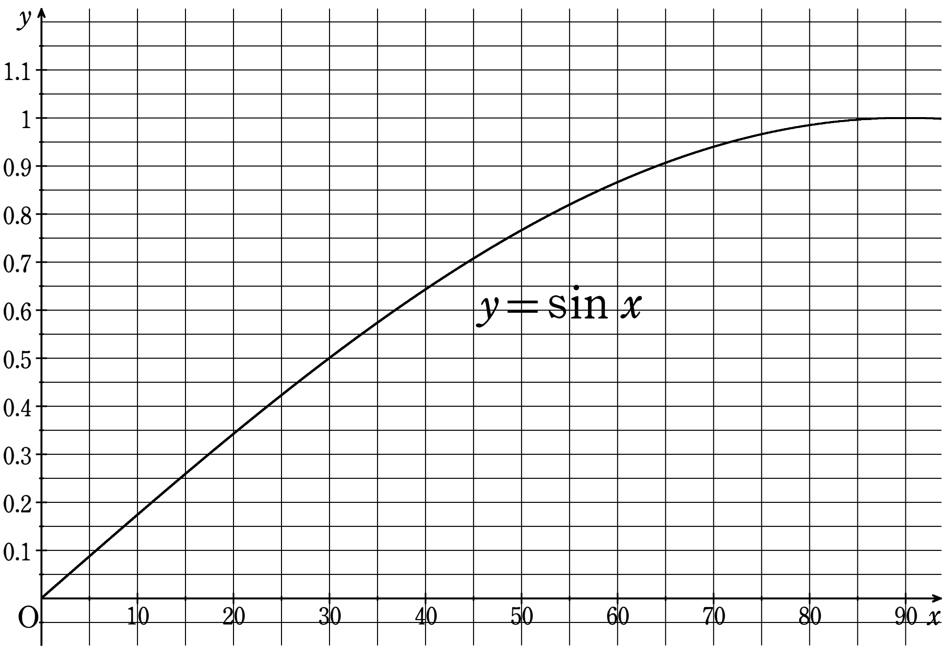


図２

　次に，屈折率2.4の本物のダイヤモンドとガラス製偽ダイヤモンドの判別方法を考えてみよう。輝きを見ればわからないことはないが，もっとはっきりと区別できる方法がある。

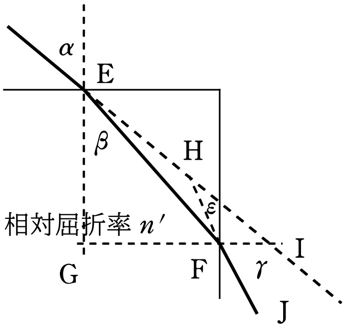


図３

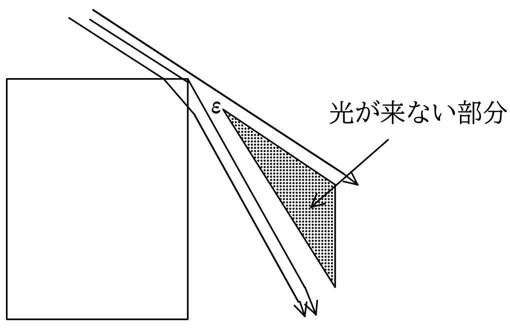


図４

　長方形の媒質の角に光が当たった場合，図４のように直進する光と，屈折する光の間で，光が来ない部分が生じる。観察者はその角の部分が黒く見えることになる。これが原因で，透明なガラスもその存在が分かるのである。ここでは，この光が来ない部分の角度εを求めてみよう。

　図３のように相対屈折率n'の媒質の直角の角周辺Eに入射角αで入射した光が屈折角βで屈折しFから媒質外に出たとする。この光が媒質から出るときの入射角が$90^\circ-\beta$となり，屈折角γで屈折する。このとき，入射光の延長線EIと屈折光FJの延長線との交点をHとするとき，∠FHIがεである。すなわち∠FHI＝εとなる。

∠EIG＝$90^\circ-\alpha$，∠HFG＝γなので，

　ε＝∠HFG－∠EIG＝（⑪[α,γ]）　　　(i)

となる。

屈折の法則より$\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta}=n'$，$\dfrac{\sin\gamma}{\sin(90^\circ-\beta)}=n'$が成り立つので，この2式から$\beta$を消去すると，$\sin^2\alpha+\sin^2\gamma=n'^2$が成り立つ。

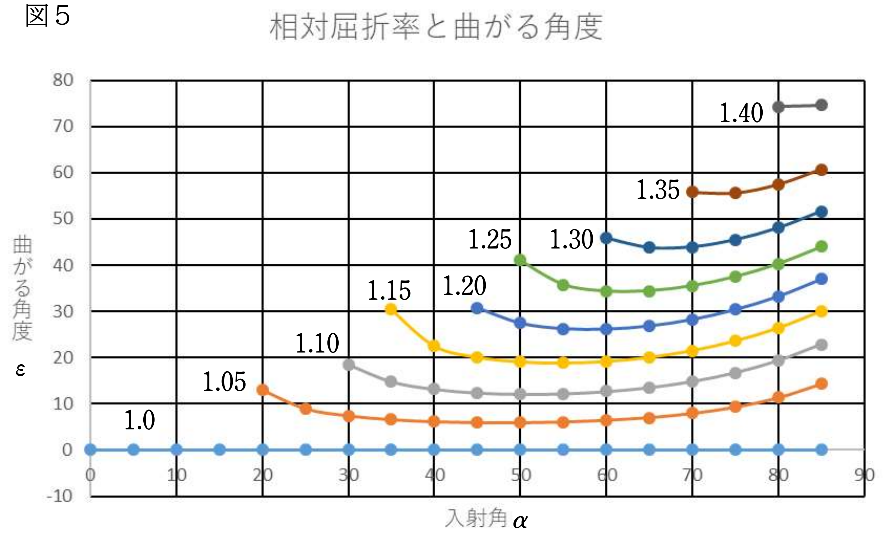
(i)式を用いて，γを消去すると，

$$\sin^2\alpha+\sin^2(90^\circ+\varepsilon-\alpha)=n'^2$$

$$\cos^2(\varepsilon-\alpha)=n'^2-\sin^2\alpha$$

様々な相対屈折率n'及び入射角αに関して，曲がる角度εを求めてグラフにすると，図５のようになる。各グラフ左端の値は相対屈折率を表している。入射角が低いときグラフが途切れているのは全反射を起こすためである。

図５



　このグラフによると，相対屈折率1.0のときは，$\varepsilon=0$となり，光が来ない部分がなく，角が黒く見えることはない。

　ダイヤモンドの真偽を判定するために，様々な濃度のスクロース水溶液（砂糖水）に疑惑のあるダイヤモンドを入れたところ，40％のスクロース溶液に入れたとき，このダイヤ

モンドは見えなくなった。

様々な濃度のスクロース溶液の絶対屈折率は図６のようになる。このグラフを見ると，40%のスクロース溶液の絶対屈折率が（⑫[数値]）なので，このダイヤモンドの絶対屈折率は（⑬[数値]）であることが分かる。本物のダイヤモンドの絶対屈折率は2.4なので，このダイヤモンドは偽物であると判定できる。

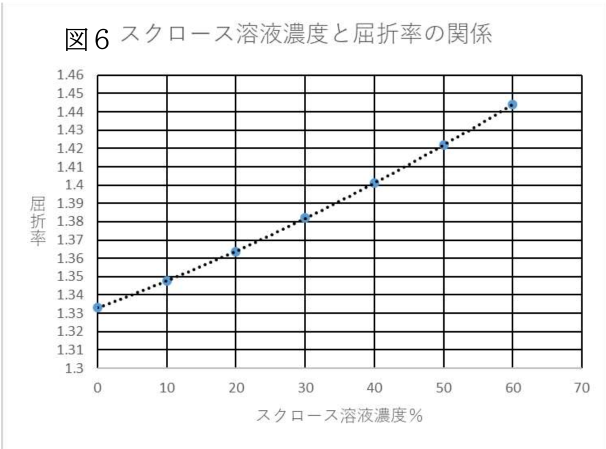


図６ スクロース溶液濃度と屈折率の関係

(解説)

① $\dfrac{\sin\theta}{\sin r}$

②③④⑤は下の図の角度計算で求められる。

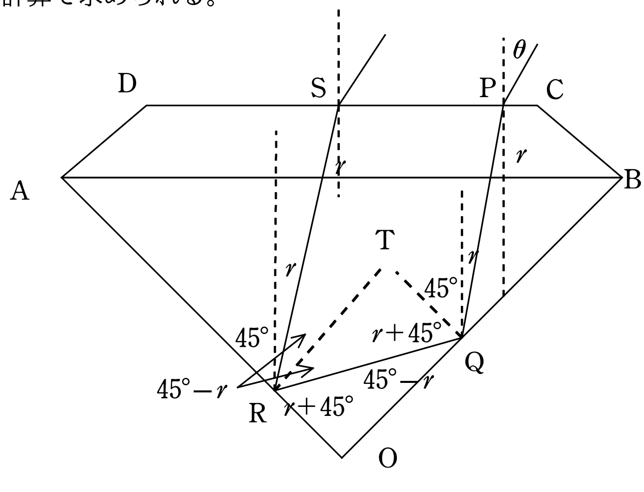
② $r+45°$

③ $r+45°$

④ $45°-r$

⑤ r

⑥ ⑤より　平行



⑦ 屈折の法則より

$$\frac{\sin 90°}{\sin(45°-r)}=n \quad \text{よって，}\quad \sin(45°-r)=\frac{1}{n} \qquad \frac{1}{n}$$

⑧ $n=2.4$　なので，$\sin(45°-r)=\dfrac{1}{n}=\dfrac{1}{2.4}=0.42$　グラフより　$45°-r=25°$

よって，$r=20°$

⑨ $\dfrac{\sin\theta}{\sin r}=2.4$　より　$\sin\theta=2.4\times\sin 20°=2.4\times 0.35=0.84$

グラフより　$\theta=57°$

⑩　$r=0$ の時，入射角が45°となるので，　$n=\dfrac{\sin 90°}{\sin(45°-r)}=\dfrac{\sin 90°}{\sin 45°}=\sqrt{2}=1.4$

⑪　$\angle \mathrm{EIG}=90°-\alpha$，$\angle \mathrm{HFG}=\gamma$なので，

$\varepsilon=\angle \mathrm{HFG}-\angle \mathrm{EIG}=\alpha+\gamma-90°$

⑫　グラフより　1.4

⑬　見えなくなるので同じ屈折率　1.4