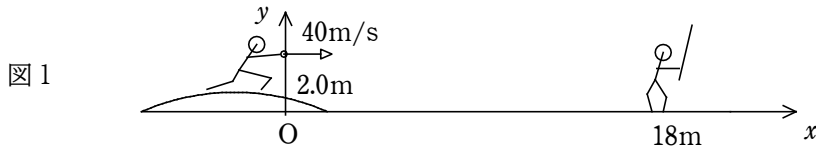


G024野球の変化球

1

野球における変化球に関する以下の文章の(①)～(⑬)の[数値]と示されている場合は当てはまる数値を有効数字2桁で入れ、[]に文字が指定されている場合はその文字を用いた式を入れよ。

野球は投手がマウンド上からボールを投げ、打者がそれを打つというスポーツである。投手は打者にボールを打たれないように色々工夫をしている。その中の一つにボールの軌道を変える変化球というものがある。変化球について考えてみよう。ここでは、計算を簡単にするために実際の数値を若干変更している。



まず、図1のように座標設定をする。投手がボールから手を放す位置を y 軸とする。原点 O をその真下のホームベースと同じ高さの点とする。そこからホームベースに向けた方向に x 軸を設定する。

投手がマウンド上のホームベースからの高さ 2.0m の高さ($y=2.0$)より水平に初速 40m/s でボールを投げた。このボールは 18m 先のストライクゾーン($x=18$)を通過したとする。投球されたボールは空気及び重力により様々な力を受けその軌道が変化する。重力加速度の大きさを 10m/s^2 とし、まずは空気抵抗と重力のみとして考えることにする。

空気抵抗 F は簡単のために x 軸負の方向に一定の力であるとする。初速 40m/s で水平に投げたボールが 0.50s 後に 18m 先のホームベースに達したとすると、水平方向の平均速度は(①[数値]) m/s なので、ホームベース上に達したときの水平方向の速度が(②[数値]) m/s となる。空気抵抗によって遅くなっているのである。このボールの水平方向の加速度は(③[数値]) m/s^2 となる。ボールの質量を 0.15kg とすると、このボールは x 軸負の方向に $F =$ (④[数値]) N の力が働いていることになる。鉛直方向は重力加速度のみと考えると、このボールは 0.5s 間重力加速度によって加速されるので、ホームベース上(⑤[数値]) m の高さの位置を通過することになる。このボールはボールの揚力がない空気抵抗のみのボールなので、野球用語でいうところのフォークボールに該当する。

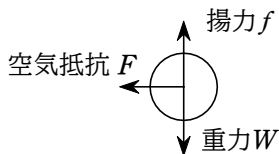


図2 ボールに働く力

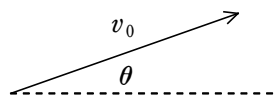


図3 ボールの初速度

変化球は、図2のようにボールが重力 W 以外に力 f を受けることによって生じる。簡単のために f は y 軸性の方向に一定の大きさで働いているものとする。これらの力の合力は $f - W$ となるので、ボールの質量を m とすると、ボールの加速度は(⑥[f, W, m])である。投手が水平より上向きに角度 θ の方向に初速度の大きさ v_0 でボールを投げた時、

G024野球の変化球

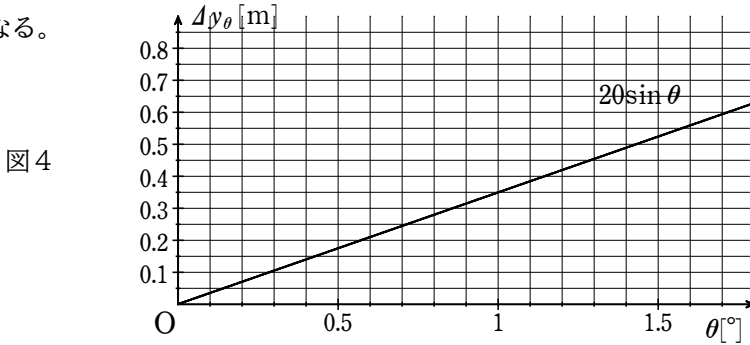
投げてからの時間 t の瞬間、このボールの y 方向の変位 Δy は

$$\Delta y = (\textcircled{7}[v_0, \theta]) t + \frac{1}{2}(\textcircled{6})t^2$$

とおける。これは、

$$\Delta y = \Delta y_\theta + \Delta y_f + \Delta y_W$$

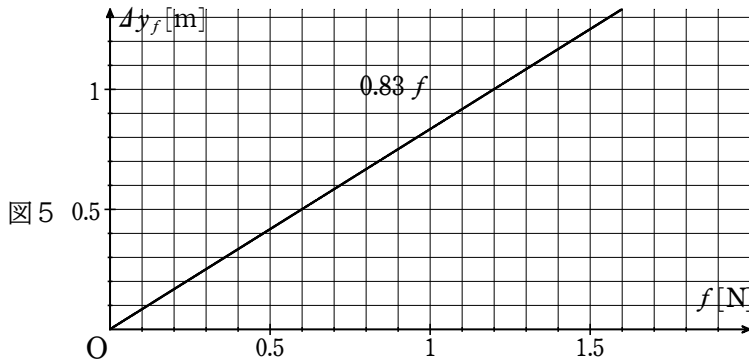
とおくことができるので、これは、初速度の鉛直成分による変位 Δy_θ と力 f による変位 Δy_f と重力 W による変位 Δy_W の和で表すことができる。投手はほぼ水平方向にボールを投げるので、角度 θ は 0 に近い。 $v_0 = 40$, $t = 0.50$ として、初速度の鉛直成分による y 方向の変位 Δy_θ [m] を縦軸に角度 θ [°] を横軸にして変位をグラフにすると、図4のようになる。



y 方向に大きさ f [N] の力が働いた時の変位 Δy [m] は $m = 0.15\text{kg}$ として、

$$\Delta y_f = \frac{1}{2} \frac{f}{m} t^2 = 0.83 f$$

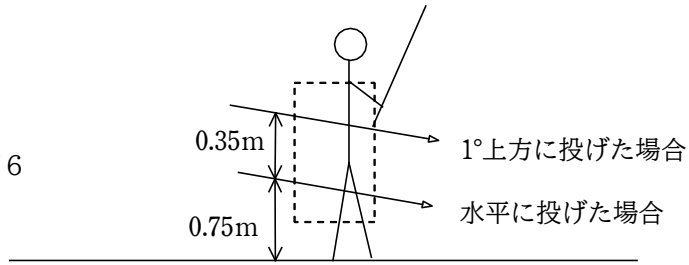
となる。これをグラフにすると、図5のようになる。



0.15kg のボールに働く重力の大きさ W は $(\textcircled{8}[\text{数値}]) \text{N}$ なので、図5のグラフより、その変位は 1.25m となる。高さ 2.0m の位置からの投球なので、水平 ($\theta = 0$) に投げると、ホームベース上 0.75m の位置をボールが通過することになる。水平より 1.0° 上方にボールを投げると変位が 0.35m なので、 0.75m より 0.35m 上を通過することになり、ホームベースからの高さは 1.10m となる。この状況を図示したのが図6である。このボールは重力 W のみを考えているので $f = 0$ であり、フォークボールを意味する。

G024野球の変化球

図6

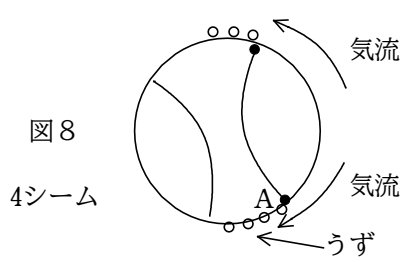
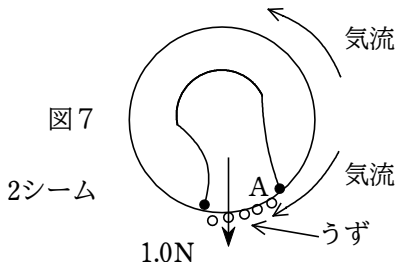


投手はボールを投げるときに手首のスナップを効かせるので、ボールは逆回転する。そのためにボールにマグナス力と呼ばれる揚力が働き、フォークボールとは異なる軌道を描くことになる。このボールがストレートである。一流の投手のストレートの回転数は毎秒40回転ほどであり、この時揚力が0.48Nとされている。図5により、この時のボールの変位は(⑨[数値]) mなので、水平方向にボールを投げると、重力と合わせて、ホームベース上1.15mの高さのところをボールは通過する。

2018年夏の甲子園大会で準優勝したK高校のY投手は数多くの三振を取ったことで有名である。その理由を考えてみよう。Y投手のボールの回転数は毎秒50回転とされている。ボールの揚力は回転数に比例するので、Y投手のボールの揚力は(⑩[数値]) Nと考えられ、ボールの揚力による変位は(⑪[数値]) mとなり、水平にボールを投げると、ホームベース上1.25mの高さのところをボールが通過する。これは、ほかの投手のストレートより、ボールの直径分上なので、多くの打者が三振することになったと思われる。打者から見るとボールが浮き上がったように見えたことであろう。

ボールが水平に回転すれば、揚力 f は水平に働き、 f による変位は水平方向の変位となる。この変化球は一般にカーブと呼ばれている。斜めに回転させると、揚力が生じるので、横滑りするように見えスライダーと呼ばれている変化球になる。

ボールに働く力はマグナス力以外にもある。図7のようなボール(円内の曲線は縫い目・2シームという)が、右方向に運動すると、右側から空気がボールに衝突する。上に流れる気流は球面に沿ってスムーズに流れることができるが、下に流れる気流は縫い目Aによって乱され、Aの左側に渦ができる。その影響で、このボールの下部が真空に近い状態になり、下向きに力が働く、この力の大きさは速さ40m/sの場合約1.0Nとされている。しかし、図8のような4シームの場合は逆側にも渦ができるのでこのような力は生じない。



完全に無回転のボールを図7のような状態で投げることができれば、最大さらに1.0N

G024野球の変化球

の下向きの力をはたらかせることができる。この場合、上にあげたフォークボールよりさらに (⑫[数値]) m程大きく落とすことが可能である。ストレートの回転数が40回転としたとき、ストレートとの最大落差は1.23mとなる。昔中日ドラゴンズで活躍した杉下茂投手の投げたフォークボールはストレートとの落差が1mにも達したともいわれている。おそらく、この力を利用したボールだったのであろう。

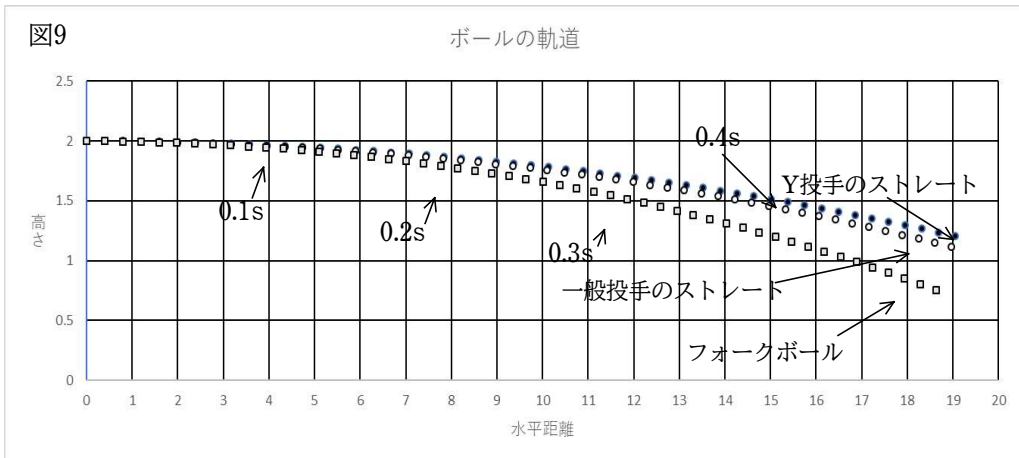
このようなボールが0.50s間に左右に半回転程するように投げれば、曲がる方向が途中で変わり、左右にゆらゆらと揺れることになる。これが、魔球と言われているナックルボールである。

図9は無回転ボール（フォークボール）、毎秒40回転のボール（一般投手のストレート）及び毎秒50回転のボール（Y投手のストレート）を水平方向に40m/sで投げた時の0.01秒ごとのボールの位置を高精度に計算した位置を示している。この位置を見ると、ここまでの概略計算の結果に近い数値が出ている。各ボールの右端の点は0.50s後の位置を示している。

打者は投球されたボールをよく見て飛んでくるコースを推定しバットを振るのであるが、コースを認識するのに0.10s、判断するのに0.20s、強打者の場合、バットを振るのに0.15s 普通の打者は0.20sかかるとされている。初速40m/sのボールは通常の打者の場合、認識後打撃まで0.40sかかるので、投球後0.10s以内に認識しなければならないが、0.10sの段階ではボールの軌道にほとんど違いがない。この状態では判断不能であり、どのボールかわからない状態でバットを振ることになる。フォークボールの場合、ストレートと思ってバットを振っても空振りとなる。

これに対してスイング速度の速い強打者の場合、投球後 (⑬[数値]) s程で判断できることになる。図9でわかるとおり、(⑬) s後は若干軌道にずれが見られるので、フォークボールとストレートの区別はできるようになる。

しかし、Y投手のストレートは通常のストレートとわずかなずれしかないので、甲子園大会のときのようにY投手の球に慣れていない打者は強打者といえども空振りすることが多くなる。しかし、プロ野球に入った後は同じ打者と何回も対戦するので、ボールの軌道を読まれて打たれやすくなる。



G024野球の変化球

解説

- ① 0.50sで18mを移動するので、 $\frac{18}{0.5} = 36$ 36m/s
- ② 初速度が40m/sなので、平均が36m/sとなるためには最終速度は32m/sでなければならない。32m/s
- ③ $40 - 32 = 8$ m/sと0.50sで8m/s速度が落ちているので、1sあたりにすると、 -16 m/s²となる。 -16 m/s²
- ④ 運動方程式より、 $F = 0.15 \times 16 = 2.4$ N 2.4N
- ⑤ 水平投射なので、鉛直方向の初速度は0m/s。0.5s後は5m/sである。平均速度は2.5m/sなので、0.5s間に1.25m降下する。高さ2.0mより、1.25m下がるので、0.75mとなる。
0.75m
- ⑥ 上向きを生徒すると合力は $f - W$ ，運動方程式より $ma = f - W$ これを解くと
 $a = \frac{f - W}{m}$ ，よって、 $\frac{f - W}{m}$
- ⑦ 初速度の鉛直成分である。 $v_0 \sin \theta$
- ⑧ $W = mg = 0.15 \times 10 = 1.5$ N 1.5N
- ⑨ グラフより、0.48Nに対する変位は 0.40m 0.40m
グラフより重力1.5Nに対する変位は1.25mで、これは下向きである。最初の高さ2.0mより、重力により1.25m下がり、揚力によって0.40m上がるので、
 $2.0 - 1.25 + 0.40 = 1.15$ mとなる。
- ⑩ 揚力と回転数は比例する。回転数40回転のとき0.48Nであるので、回転数が50回転のときは回転数が $\frac{50}{40}$ 倍になっているので $0.48 \times \frac{50}{40} = 0.60$ 0.60N
- ⑪ 0.60Nのときの変位は図5のグラフより 0.50m 0.50m
- ⑫ 図5のグラフで最寄りか、 $\Delta y_f = 0.83 f$ の式より、 $f = 1.0$ Nのとき、変位は0.83m
0.83m
- ⑬ 通常の打者は認識後、判断に0.2s、スイングに0.2sかかるので、ホームベース通過前0.40sのときに判断する必要がある、ホームベース通過まで0.50sなので、投球後0.10s以内に判断する必要がある。出てくる。
これを強打者に当てはめると、判断に0.2s、スイングに0.15sなので、ホームベース通過前0.35sのときに判断すればよい。よって、 $0.50 - 0.35 = 0.15$ s
0.15s