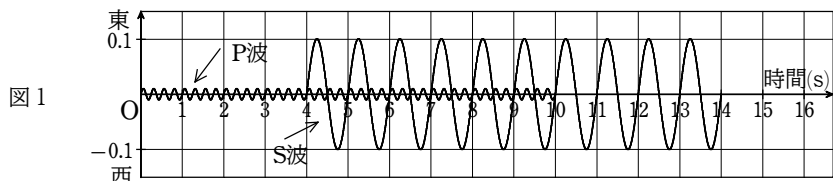


1

最近、大きな地震が頻発している。地震波に関する以下の文章中の(①)～(⑫)に当てはまる数値を最後の解答リストから選び、有効数字2桁で入れよ。

円周率 $\pi=3.14$ ,  $\pi^2=9.86$ とせよ。

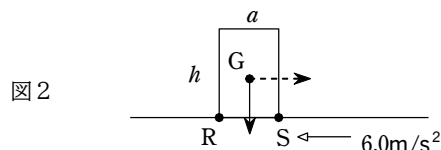
地震波にはP波とS波があり、P波は縦波で微弱な振動を起こす波である。S波は横波であり大きな振動を起こす波である。地震波には複数の振動数の波が観測されるが簡単のために一つの振動数の地震波で考えることにする。P波は $v_p=8.0\times 10^3\text{m/s}$ 、S波は $v_s=4.0\times 10^3\text{m/s}$ の速さで伝わっているとす。M地点で地震波を観測すると図1のグラフのようになった。このグラフはM地点の地面の東西方向の振動を表しているものとする。縦軸の上が東方向の変位(m)を表し、横軸はP波が届いてからの時間(s)を示している。S波の振動は東西方向のみだったとする。



震源(地震が発生した場所)からの距離を図1のグラフから求めることができる。P波が届いてからS波が届くまでの時間が(①)sである。地震発生からM地点にP波が届く時間とS波が届く時間の差が(①)sとなるので、震源までの距離 $r$ は $r=(②)\text{km}$ であることがわかる。

このS波の振動数(③)Hzから、この地震波の波長は(④)kmとなる。M地点の地面は単振動しており、角振動数 $\omega$ は $\omega=(⑤)\text{rad/s}$ となる。これと振幅 $A=(⑥)\text{m}$ から、この単振動の最大加速度は(⑦) $\text{m/s}^2$ であることが求められる。(最大加速度は等速円運動の向心加速度と等しい。)この加速度が $6.0\text{m/s}^2$ を超えると一般的に震度7(激震)と呼ばれている。この地震の最大加速度(⑦) $\text{m/s}^2$ は震度6強に該当する。

震度7に該当する最大加速度 $6.0\text{m/s}^2$ の激震が起こった時、どの程度の物体まで倒れるのであろうか。粗い水平面上に幅 $a$ 高さ $h$ 、質量 $5.0\text{kg}$ の様な四角柱が置かれているとする。



地面が加速度 $6.0\text{m/s}^2$ で左方向に加速すると、この物体が倒れる直前R点が浮きS点だけで接地するようになる。重力加速度の大きさを $10\text{m/s}^2$ とすると、重力の大きさは(⑧)Nである。地面が動くときわりにくいので慣性力を用いて考えることにする。地面上に立っている人から見るとこの物体にはたらいっている慣性力は重心の位置に右向き(⑨)Nとなる。この物体が滑らないとすると、Sを中心とする重力と慣性力のモーメントが等しくなったときにこの物体は倒れる。 $h$ は十分に小さいとし加速度がかかった瞬間に倒れるとすると、倒れる条件は $\frac{a}{h}<(⑩)$ となる。震度7の激震が来たとき、この数値よりも細長い物体は倒れることになる。

単振動のエネルギーは最大速度(等速円運動の周回速度)の運動エネルギーと考えることができる。最大速度 $v$ は $A$ と $\omega$ で計算することができ、 $v=(⑪)\text{m/s}$ となる。質量 $m$ の媒質の単振動のエネルギー $E$ は $E=\frac{1}{2}mv^2$ である。この質量 $m$ はこの地震で同時に振動した図3に示した領域の質量と考えることができる。その質量 $m$ を計算してみよう。

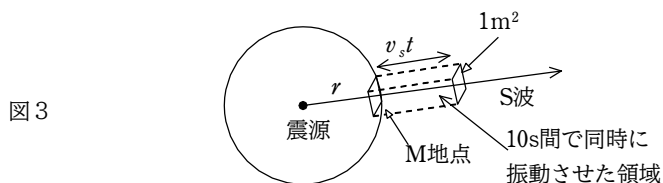


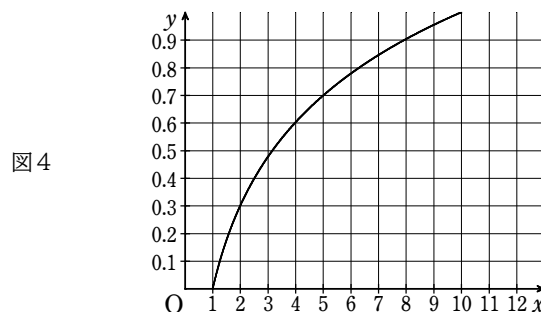
図3は震源からの距離 $r$ の球の表面上にあるM地点の断面 $1\text{m}^2$ を通過した地震波が同時に振動させた領域を図示している。S波は $t=10\text{s}$ 間継続しているので、地震波と垂直方向の断面 $1\text{m}^2$ を通過した地震波は、振動時間 $t$ にS波の速さ $v_s$ を掛けた $V=v_s t=4.0\times 10^4\text{m}^3$ の体積の領域を同時に振動させるに等しいエネルギーを持っている。地殻の密度 $\rho$ を $\rho=3.0\times 10^3\text{kg/m}^3$ とすると、断面 $1\text{m}^2$ を通過した地震波が同時に振動させた領域の質量は $\rho V=1.2\times 10^8\text{kg}$ となる。この地震波は震源距離 $r=(⑫)\text{km}$ を半径とする球の表面全域に様に伝わったとすれば、単振動の質量 $m$ はその表面積 $4\pi r^2$ を掛けた値となり、その値は $m=4\pi r^2 \rho V=1.5\times 10^{18}\text{kg}$ となる。

摩擦による減衰がないものとする、この単振動の全エネルギーは $E=\frac{1}{2}mv^2$   
 $=\frac{1}{2}\times 1.5\times 10^{18}\times v^2=3.0\times 10^{17}\text{J}$ となる。地震でよく言われるマグニチュード $M$ は地震の全エネルギー $E$ を対数で表したもので、

$$M=\frac{2}{3}(\log_{10} E - 4.8)$$

と定義されている。

図4は $1<x<10$ の定義域における常用対数( $y=\log_{10} x$ )の値をグラフにしたものである。



このグラフを用いると、この地震のマグニチュードは(⑫)である。

解答一覧

- 0.10, 0.60, 0.63, 0.80, 1.0, 3.9, 4.0, 4.0, 6.3, 8.5, 30, 32, 50, 50, 180

解説

- ① グラフより4.0s
- ② 距離を $x$ とすると S波が届く時間は $\frac{x}{4}$ , P波が届く時間は $\frac{x}{8}$ 。この差が4sなので、 $\frac{x}{4}-\frac{x}{8}=4$ ,  $x=32\text{km}$
- ③ グラフより $f=1.0\text{Hz}$
- ④  $v=f\lambda$ より  $\lambda=\frac{4}{1}=4.0\text{km}$
- ⑤  $\omega=2\pi f=6.28\approx 6.3\text{rad/s}$
- ⑥ グラフより0.1m
- ⑦ 単振動の最大加速度は $A\omega^2=0.1\times 4\pi^2=3.9\text{m/s}^2$
- ⑧  $5\times 10=50\text{N}$
- ⑨  $5\times 6=30\text{N}$
- ⑩ 重力によるモーメントは  $50\times \frac{a}{2}$  慣性力によるモーメントは  $30\times \frac{h}{2}$   
 両者が等しいので、 $50\times \frac{a}{2}=30\times \frac{h}{2}$   $\frac{a}{h}=\frac{3}{5}=0.60$
- ⑪  $A\omega=0.1\times 6.3=0.63\text{rad/s}$
- ⑫  $\frac{2}{3}(\log_{10}(3\times 10^{17})-4.8)=\frac{2}{3}(17.48-4.8)=8.45\approx 8.5$   
 グラフより 対数の値を求める