

1

エアコンについて述べた次の文章の(①)～(③)に、[]内に文字が指定されている場合はその指定されている文字を用いた式を、[数値]とある場合は当てはまる数値を、[文章]とある場合は、前後がつながるような文章を入れよ。

エアコンは室内の温度を快適に保つ装置であるが、どのような原理で運転されているのであろうか。その原理について理論的に考えてみよう。エアコンには圧縮機が2つ設置されている。圧縮機は内部の冷媒を圧縮する装置であり、図1にその構造を图示している。シリンダーの中に滑らかに動くピストンが挿入されており、電動モーターによって、冷媒に加える圧力を調整でき、ピストンを自由に動かすことができるものとする。圧縮機にはパイプが2本取り付けられており、このパイプを通して冷媒を移動させることができる。各パイプの入り口にはバルブが取り付けられており、自由に開閉できるものとする。また、シリンダー、ピストン、パイプはいずれも断熱材でできているものとする。

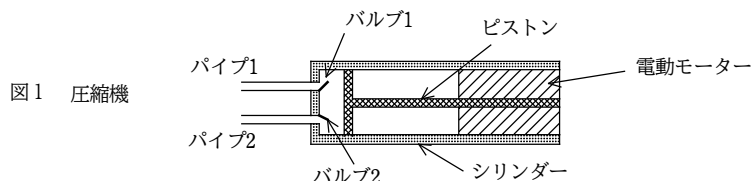


図2は熱交換器と呼ばれているものである。熱交換器は冷媒が通る細いパイプが熱伝導率が高い金属製で断面積を大きくした放熱板に囲まれており、この放熱板を通して冷媒と外気との熱交換ができる装置である。高温の気体冷媒がパイプ内を通過するときは熱を奪われ凝縮し、蒸発熱を放出する。この時、放熱板に接した空気はその蒸発熱を得て温度が上昇する。低温の液体冷媒がパイプ内を通過するときは熱を得て蒸発し、蒸発熱を吸収する。このとき、放熱板に接していた空気はその蒸発熱を奪われ、温度が低下する。このように熱交換器に空気を流し込むことによって、その空気の温度を変化させることができる。本エアコンでは熱交換器を通してのみ外部との熱の出入りができるものとする。

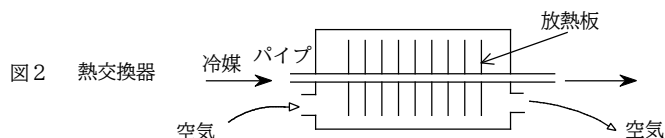


図3は圧縮機X,Y及び、熱交換器M,Nを細いパイプでつないだエアコンを示している。室外に設置した室外機に圧縮機X,Yを設置し、それぞれの圧縮機のパイプ1を室外機の熱交換器Mにつなぎ、パイプ2を室内に設置した室内機の熱交換器Nに接続した。圧縮機XのピストンをPX、圧縮機YのピストンをPYとする。圧縮機Xのパイプ1に取り付けるバルブをVX₁、パイプ2に取り付けるバルブをVX₂とする。同様に圧縮機YのバルブをVY₁、VY₂とする。パイプ内の容積は無視できるものとする。

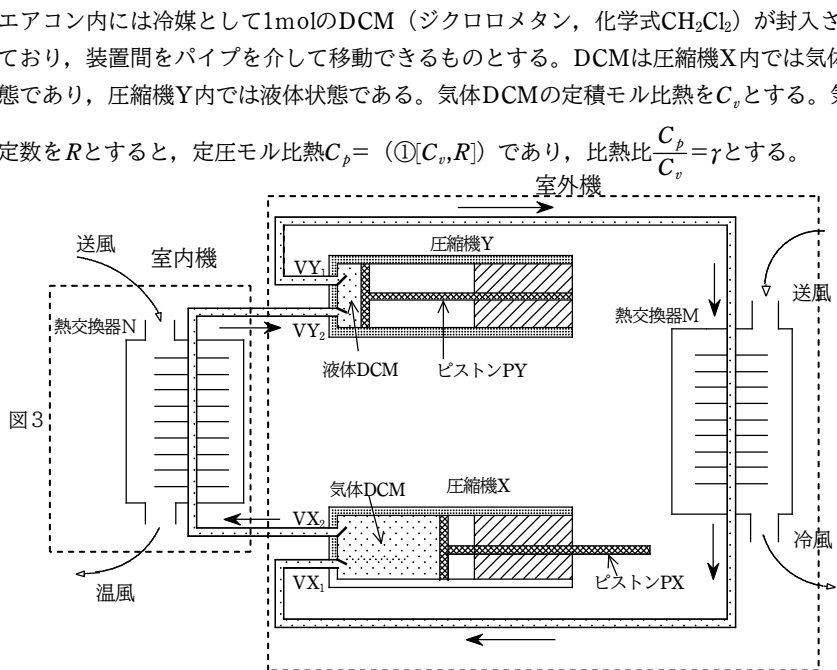
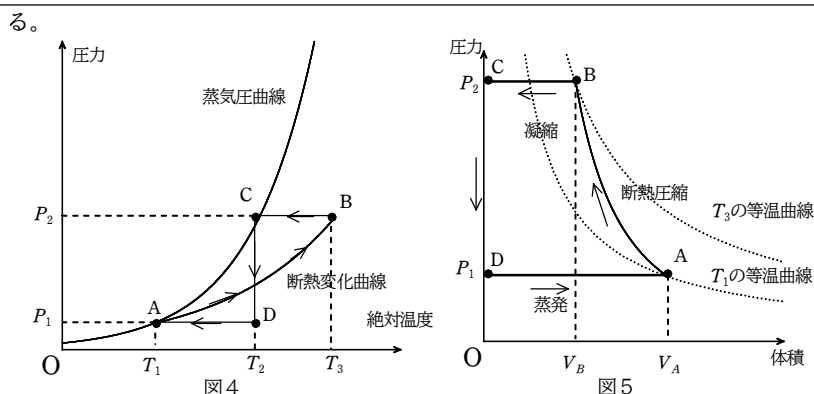


図4はDCMの蒸気圧曲線とDCMが装置間を移動する間の温度と圧力の状態変化を示したグラフである。この変化1サイクルの過程内での最低圧力をP₁、最高圧力をP₂とし、最低温度をT₁、最高温度をT₃、液体状態の温度をT₂とする。T₁、T₂、T₃は絶対温度である。



以降はこのエアコンを暖房として使う場合について考えてみよう。まず、圧縮機X,YのVX₁,VX₂,VY₁,VY₂のすべてのバルブを閉じ、圧縮機YのピストンPYを最大限押し込んで内部の体積を0とする。圧縮機X内のピストンPXを引き出し、圧力P₁、温度T₁の状態の気体DCM 1molを閉じ込める。この状態を状態Aとする。状態Aは沸点ギリギリであるが、気体の状態を保っているとする。この気体DCMの体積V_Aは、V_A=(②[R,P₁,T₁])で求められる。次にバルブを閉めたままの状態ではピストンPXを押し込み、圧力がP₂になるまで断熱圧縮する。この状態を状態Bとする。断熱変化においては、気体の圧力Pと体積Vの間には「PV^γ=一定」というポアソンの法則が成立している。状態Aと状態Bでポアソンの法則を用いると、断熱圧縮後の気体DCMの体積V_BはV_B=(③[P₁,P₂,V_A,γ])と求められる。この時の気体DCMの温度T₃はT₃=(④[P₂,R,V_B])である。

次にバルブVX₂とVY₂を開き、状態Bの気体DCMを一定の圧力P₂をかけて圧縮機Yに送る。気体DCMは熱交換器Nを通過する間に放熱し、温度が圧力P₂での沸点T₂に達する。そして、DCMは凝縮し、蒸発熱Lを放出することになる。凝縮後のDCMの体積は気体のDCMの体積に比べて微小なので0と考えてよいものとする。熱交換器Nで液体になったDCMが圧縮機Yに入る。DCMがすべて圧縮機Yに移動した後、バルブVX₂とVY₂を閉じる。この状態を状態Cとする。

圧縮機Y内の液体DCMに対して瞬間的に圧力をP₁に下げる。この状態を状態Dとする。その後バルブVX₁とVY₁を開ける。液体DCMは蒸発しながら熱交換器Mを通過する。圧力をP₁に保ったまま体積を膨張させる。この間にDCMは蒸発熱Lを奪われ、温度が急激に低下する。このとき、温度低下に合わせて外部から熱を吸収することになる。そして、圧縮機Xに達したとき、すべて蒸発したものとする。すべてのDCMが圧縮機Xに移動した直後にバルブVX₁とVY₁を閉じる。この時、DCMは最初の状態Aに戻っている。これが1サイクルである。この変化を継続して行った。

次に、この過程におけるエネルギー収支を計算してみよう。この1サイクルのDCMの体積と圧力(PVグラフ)で示したのが図5である。

AB間は温度がT₁からT₃に増加しているため、内部エネルギーの変化ΔU_{AB}はΔU_{AB}=(⑤[C_v,T₁,T₃])である。AB間は断熱変化で、熱の出入りがなく、外力がした仕事W_{AB}はW_{AB}=(⑥[ΔU_{AB}])である。BC間では圧力がP₂で一定であり、体積がV_Bから0になっているので、BC間で外力がした仕事W_{BC}はW_{BC}=(⑦[P₂,V_B])である。また、DCMが凝縮する直前には温度がT₃からT₂に減少しているため内部エネルギーの変化ΔU_{BC}はΔU_{BC}=(⑧[C_v,T₂,T₃])となる。さらに気化熱Lが放出されているのでBC間で気体が外部に放出した熱QはQ=(⑨[W_{BC},ΔU_{BC},L])となる。

CD間は圧力を下げているだけで体積変化がないので外力がした仕事は0であり、DA間は一定の圧力P₁で体積が0からV_Aに増加しているため、外力がした仕事W_{DA}はW_{DA}=(⑩[P₁,V_A])となる。この間にDCMは外部からQ'の熱を吸収しているとする。

AからAまでの1サイクルで外力がDCMにした仕事WはW=(⑪[W_{AB},W_{BC},W_{DA}])であり、これがエアコンの消費電力量である。これに対して放熱量がQなので、効率η=Q/Wで表され、吸収した熱量はQ'はQ'=(⑫[Q,W])で表される。

図6はDCMの蒸気圧曲線と、T₁が摂氏温度で-20℃,-10℃,0℃,10℃,20℃,30℃の各場合における1molの気体DCMの断熱曲線(断熱変化におけるポアソンの法則に従う曲線)を表したものである。

図6及びここまで導いた式を用いて、外気温0℃の時、室内を20℃に暖房する場合のηの値を数値的に計算してみよう。R=8.31J/molK。DCMはC_v=33.2J/molK、L=27.9kJ/molである。T₁は外部から熱を吸収するので外気温より低くする必要がある。図6より、P₁=110hPaに設定すると、T₁は摂氏温度で-11℃となる。T₂は室内で放熱しなければならぬので室温よりも高くする必要があり、P₂=550hPaに設定した。T₂は図6より、摂氏温度で24℃である。この場合エアコンより24℃の暖気が放出されることになる。さらに、この結果を上記の式を用いて計算すると、DCM1mol-1サイクル当たりQ=32kJ、W=4.0kJとなる。η=(⑬[数値])となり、外部よりQ'=28kJの熱を吸収し、消費電力量Wの(⑭)倍の熱Qを放出することになる。実際のエアコンはファンを稼働させ風を送るので、その消費電力が加わり、内部摩擦と併せて実質5倍程度となる。電気ヒーター、赤外線ヒーターなどでは、消費電力がそのまま放熱量となるのでη=1である。このようにエ

G019エアコン

エアコンは非常に省エネな暖房器具である。

エアコンは、この場合、暖房として運転しているが、バルブVX1・VY1とVX2・VY2の開閉を逆にすると冷房になる。ただし、圧力 P_1 、 P_2 を暖房と異なる値にする必要がある。今外気温 35°C 、室内冷房温度 27°C として冷房の場合の P_1 、 P_2 を検討してみよう。 10°C の冷気を室内に入れるために $P_1=300\text{hPa}$ とする。この時、 $P_2=850\text{hPa}$ が冷房可能な最低圧力となる。

このような装置はヒートポンプと呼ばれ、エコキュート・乾燥機・冷蔵庫など幅広く応用されている。

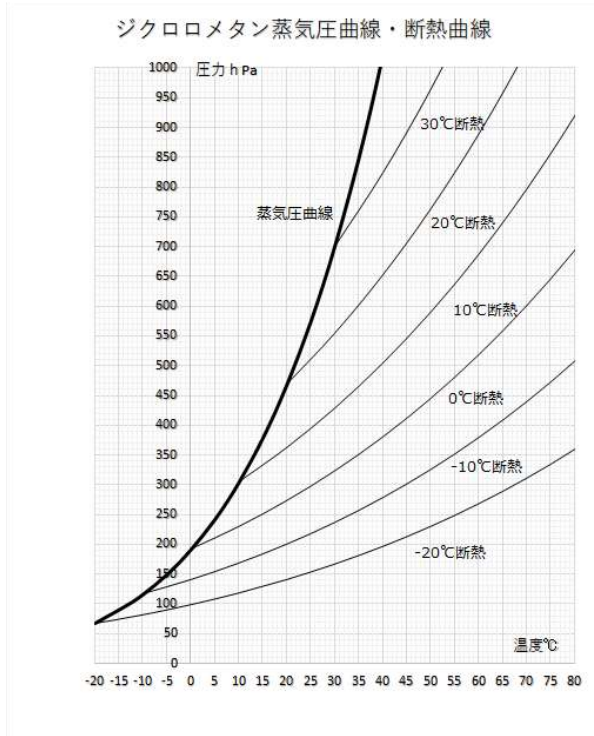


図 6

解説

① $C_v + R$

② $V_A = \frac{RT_1}{P_1}$

1molの状態方程式 $PV = nRT$ に代入して、 $P_1 V_A = RT_1$ を V_A に関して解くと $V_A = \frac{RT_1}{P_1}$

③ $V_B = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1}{\gamma}} V_A$

ポアソンの法則より $P_1(V_A)^\gamma = P_2(V_B)^\gamma$ 。 $(V_B)^\gamma = \frac{P_1}{P_2}(V_A)^\gamma$ 両辺を $\frac{1}{\gamma}$ 乗すると $V_B = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1}{\gamma}} V_A$

④ $T_3 = \frac{P_2 V_B}{R}$

1molの状態方程式 $P_1 V_A = RT_1$ を V_A に関して解くと、 $V_A = \frac{RT_1}{P_1}$

⑤ $\Delta U_{AB} = C_v(T_3 - T_1)$

温度が T_1 から T_3 に変化しているので内部エネルギーの変化は $\Delta U = nC_v \Delta T$ に代入して、 $\Delta U_{AB} = C_v(T_3 - T_1)$ となる。

⑥ $W_{AB} = \Delta U_{AB}$

熱力学第一法則 $Q = \Delta U + W$ において、気体がされた仕事なので $W = -W_{AB}$ 、断熱変化なので $Q = 0$ 。よって、 $0 = \Delta U_{AB} - W_{AB}$ となる。

⑦ $W_{BC} = P_2 V_B$

気体がした仕事 $W = P \Delta V$ であるので、この場合一定の圧力 P_2 で体積が V_B から0になっているので $\Delta V = -V_B$ 、よって、 $W = -P_2 V_B$ となるが、外力がした仕事なので、逆符号となり、 $W_{BC} = P_2 V_B$ となる。 $W = P \Delta V$ は気体に限らずすべての状態で使うことができる式である。

⑧ $\Delta U_{BC} = C_v(T_2 - T_3)$

温度が T_3 から T_2 に変化しているので内部エネルギーの変化は $\Delta U = nC_v \Delta T$ に代入して、 $\Delta U_{BC} = C_v(T_2 - T_3)$ となる。 $T_3 > T_2$ なので、 $\Delta U_{BC} < 0$ である。

⑨ $Q = W_{BC} - \Delta U_{BC} + L$

DCMが気体の状態では熱力学第一法則より、 $Q = \Delta U_{BC} - W_{BC}$ 。これは、気体が得た熱量なので、放出した熱量は符号が逆となる。 $-\Delta U_{BC} + W_{BC}$ 。凝縮するときに蒸発熱 L が放出されるのでそれを追加すると、 $Q = W_{BC} - \Delta U_{BC} + L$

⑩ $W_{DA} = -P_1 V_A$

気体がした仕事 $W = P \Delta V$ であるので、この場合一定の圧力 P_1 で体積が0から V_A になっているので $\Delta V = V_A$ 、よって、 $W = -P_1 V_A$ となるが、外力がした仕事なので、逆符号となり、 $W_{DA} = P_1 V_A$ となる。

⑪ $W = W_{AB} + W_{BC} + W_{DA}$

体積変化が起こっているときに仕事している。A→B→C→D→Aの1サイクルにおいてCD間は液体

状態であり、体積変化がない。よって体積変化があるAB間、BC間、DA間の仕事の和が全体の仕事である。

⑫ $Q' = Q - W$

1サイクルにおいてDCMに加わったエネルギーは吸収した Q' と仕事された W で放出したエネルギーは Q である。1サイクルにて元の状態に戻っており、内部エネルギーは変化していないので $\Delta U = 0$ である。よって、得たエネルギーと放出したエネルギーは等しくなり、 $Q' + W = Q$ が成立する。

⑬ $\eta = 8.0$

$\eta = \frac{Q}{W}$ であり、 $Q = 32\text{kJ}$ 、 $W = 4.0\text{kJ}$ なので、代入すればよい。

⑭ 「バルブVX1・VY1とVX2・VY2の開閉を逆」

「状態Bの時にVX2・VY2を開けるが、ここで、VX1・VY1を開け、状態Dの時にVX2・VY2を開けるとDCMの流れが逆」

「DCMの流れを逆」

など

⑮ 300hPa

-10°C の冷風を入れるので、この温度が最低温度 T_1 となる。この時の蒸気圧が300hPa

⑯ 850hPa

外気温が 35°C なので、Kの温度がこれ以上でない外気に熱を放出できない。よって、 T_2 が 35°C となる蒸気圧が必要なので蒸気圧曲線より850hPaとなる。図5より、断熱圧縮後のKの温度は 75°C である。

計算例 ⑬の η の計算

$P_1 = 110\text{hPa}$ 、 $P_2 = 550\text{hPa}$ なので、図6より、 $T_1 = -11^\circ\text{C} = 262\text{K}$ 、 $T_2 = 24^\circ\text{C} = 297\text{K}$ である。

②より、 $V_A = \frac{RT_1}{P_1} = \frac{8.31 \times 262}{110 \times 10^2} = 0.198\text{m}^3$ 、

$C_v = 33.2\text{J/molK} = 4R$ 。①より、 $C_p = C_v + R = 5R$ 、よって、 $\gamma = \frac{5}{4} = 1.25$

③より、 $V_B = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1}{\gamma}} V_A = \left(\frac{110}{550}\right)^{0.8} \times 0.198 = 0.0546\text{m}^3$ 。

④より、 $T_3 = \frac{P_2 V_B}{R} = \frac{550 \times 10^2 \times 0.0546}{8.31} = 361\text{K} = 88^\circ\text{C}$

⑤より $\Delta U_{AB} = C_v(T_3 - T_1) = 33.2 \times (361 - 262) = 3310\text{J} = 3.31\text{kJ}$

⑥より $W_{AB} = \Delta U_{AB} = 3310\text{J} = 3.31\text{kJ}$

⑦より $W_{BC} = P_2 V_B = 550 \times 10^2 \times 0.0546 = 3000\text{J} = 3.00\text{kJ}$

⑧より $\Delta U_{BC} = C_v(T_2 - T_3) = 33.2 \times (297 - 361.4) = -2140\text{J} = -2.14\text{kJ}$

⑨より $Q = W_{BC} - \Delta U_{BC} + L = 3000 + 2140 + 27900 = 33.0\text{kJ}$

この問題よりエアコンの効率には蒸発熱の影響が非常に大きいことが分かる。

⑩より $W_{DA} = -P_1 V_A = -110 \times 10^2 \times 0.198 = -2180\text{J} = -2.18\text{kJ}$

⑪より $W = W_{AB} + W_{BC} + W_{DA} = 3310 + 3000 - 2180 = 4130\text{J} = 4.13\text{kJ}$

$\eta = \frac{Q}{W} = \frac{33000}{4130} = 8.00$

問題内では計算を楽にするために $Q = 32\text{kJ}$ 、 $W = 4.0\text{kJ}$ としている。