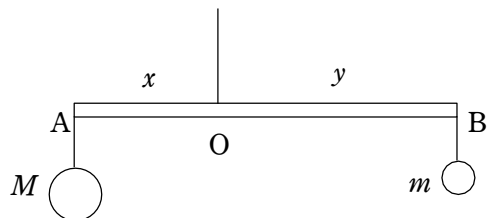


1

古代ギリシャのアルキメデスは王冠の金に不純物が入っているかどうかを浮力で確認している。ここでは、その確認方法について考えてみよう。重力加速度の大きさを g として、以下の文章の(①)～(⑨)には直後の[]内の文字を用いた式を入れ、(⑩)には適語を入れよ。



質量の無視できる一様な棒の一端に質量 M 、体積 V の物体Aをつらし、他端に質量 m 、体積 v の物体をつらす。この棒が水平に釣り合うようにO点を決めた。このとき、Aにはたらいている重力の大きさは(①) $[M,g]$ 、Bにはたらいている重力の大きさは(②)

$[m,g]$ である。ここで、 $AO=x$ 、 $BO=y$ とすると、 $\frac{y}{x} =$ (③) $[M,m]$ である。

この装置を釣り合わせた状態で密度 ρ の水中に静かに沈めると物体A、Bにはそれぞれ浮力が働いている。Aにはたらいている浮力 F は $F =$ (④) $[\rho,V,g]$ 、Bにはたらいている浮力 f は $f =$ (⑤) $[\rho,v,g]$ である。よって、Aをつらしているひもにはたらいている張力は(⑥) M,g,F 、Bの張力は(⑦) $[m,g,f]$ となる。水中でも釣り合っているとすれば

$\frac{y}{x} =$ (⑧) $[M,m,\rho,V,v]$ が成立する。

(③) = (⑧) となるので、簡単にすると、 $\frac{m}{v} =$ (⑨) $[M,V]$ となる。

物体Aが純金であり、Bが純金に不純物が入っているかどうかを判定する時、不純物が混じっていれば(⑩) [用語]が変わるので、釣り合っている状態で水中に沈めても釣り合っていればBは純金でできており、釣り合わなければ不純物が混じっているということになる。

解説

① 重力なので Mg ② 重力なので、 mg

③ 重心はモーメントのつり合いの位置なので、

$$xMg = ymg \quad \text{これより} \quad \frac{y}{x} = \frac{M}{m}$$

④ 浮力は押しのかけた水にはたらく重力なので ρVg ⑤ 浮力は押しのかけた水にはたらく重力なので ρvg ⑥ 力のつり合いより $T + F = Mg = Mg - F$ ⑦ 同様に $mg - f$

⑧ モーメントのつり合いより

$$x(Mg - F) = y(mg - f) \quad \text{これを解くと} \quad \frac{M - \rho V}{m - \rho v}$$

⑨ $\frac{M}{m} = \frac{M - \rho V}{m - \rho v}$ を解くと $\frac{m}{v} = \frac{M}{V}$

⑩ 密度が等しいことになる。密度

