

1

足を骨折した人が松葉杖を使って歩くと、脇が痛くなる。脇に働く力について考えた以下の文章の(①)～(⑨)に対し[数値]とある場合は当てはまる数値を入れ、[]に文字が指定されている場合はその文字を用いた式を入れよ。そして最後の問いに答えよ。

【思考力】

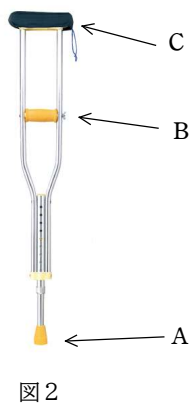
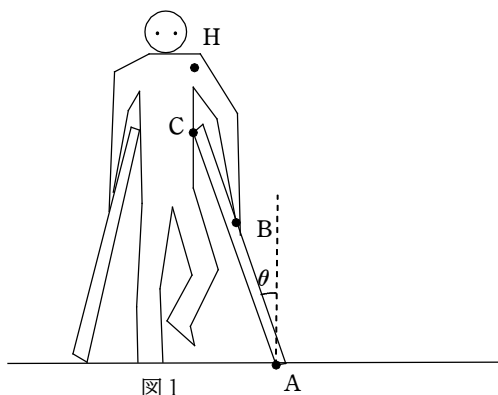
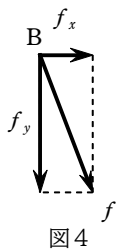
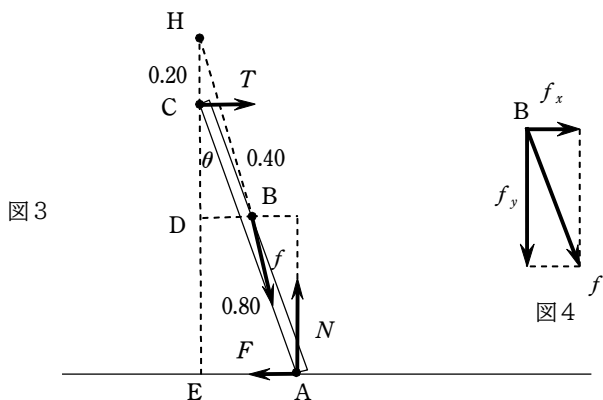


図1は左足を骨折した人が松葉杖を使って歩いている様子を示し、図2はその松葉杖を明示したものである。点Aは松葉杖の接地点、点Bはグリップと呼ばれる手で持っている部分、C点は松葉杖の上端が脇に当たっている部分である。B点にはこの人がグリップを押す力が働いている。この力の作用線は肩HとグリップBを結ぶ直線である。この力の大きさを f とする。点Hはこの人の肩関節を示し、腕の力はこの点から出ているものとし、C点の真上0.20mの位置にあるとする。

松葉杖のサイズは $AB=0.80\text{m}$ 、 $BC=0.40\text{m}$ で、この人は松葉杖の傾き角 $\theta=10^\circ$ を維持しながら移動している。この人の質量を 60kg 、重力加速度の大きさを 10m/s^2 とする。ここで、 $\sin\theta \approx 0.20$ 、 $\cos\theta \approx 1.0$ と置いてよいものとする。



この松葉杖に働いている力を図示すると図3のようになる。垂直抗力の大きさを N 、摩擦力の大きさを F 、脇Cに働いている垂直抗力を T とする。脇の部分にはたらく鉛直方向の摩擦はないものとする。図4のように腕によって加えられた力の水平方向成分を f_x 、鉛直方向成分を f_y とする。2本の松葉杖で全身を静かに支えているとして必要な力の大きさを計算してみよう。

この人に働いている重力の大きさは(①[数値])Nなので、両方の松葉杖に均等にこの重力が配分されているとすると、 $f_y = (②[数値])N$ とあらわされる。よって、 $N = (③[数値])N$ となる。 $\triangle HBD$ に注目すると、 $HD = HC + CD = 0.20 + 0.40 \cos 10^\circ = 0.60\text{m}$ 、 $BD = 0.40 \sin 10^\circ = 0.080\text{m}$ より、 f_x を求めると、 $f_x = (④[数値])N$ となる。

Aを回転中心とする次の力のモーメントは、 $DE = AB \cos 10^\circ$ なので、 f_x のモーメントは(⑤[数値])Nm、 T のモーメントは、 $T \times (⑥[数値])\text{Nm}$ 、 f_y のモーメントは(⑦[数値])Nmである。よって、モーメントの釣り合いの式は、

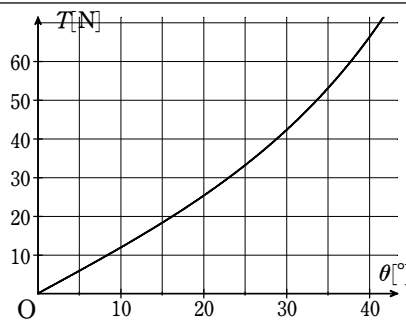
$$(③[T]) = (⑦)$$

となる。これを解くと、 $T = (⑨[数値])N$ となる。この人の脇はこの力を受けて摩擦するので、脇が痛くなるのである。

この人が松葉杖の傾き角を色々変えるとどうなるのだろうか。松葉杖の傾き角を θ とし、同様の計算をすると、

$$T = 200 \frac{\tan \theta}{1.0 + 2.0 \cos \theta}$$

であらわされる。この式をグラフにしたのが図5である。



問 脇の痛みを少しでも緩和させるためにはどうすればよいか。グラフを見て簡単に説明せよ。

解説

① $60\text{kg} \times 10\text{ m/s}^2 = 600\text{N}$

② $600\text{N} \times \frac{1}{2} = 300\text{N}$

③ ②と釣り合い関係にあるので 300N

④ 三角形の相似に注目

$$HD : BD = f_y : f_x \quad \text{より、} \quad f_x = \frac{BD}{HD} \times f_y = \frac{0.080}{0.60} \times 300 = 40\text{N}$$

⑤ f_x のモーメント $f_x \times DE = 40 \times 0.80 \cos 10^\circ = 32\text{Nm}$

⑥ T のモーメント $T \times CE = T \times (0.40 + 0.80) \cos 10^\circ = T \times 1.2\text{Nm}$

⑦ f_y のモーメント $f_y \times AB \sin 10^\circ = 300 \times 0.80 \times 0.20 = 48\text{Nm}$

⑧ モーメントの釣り合いの式

$$T \times 1.2 + 32 = 48$$

⑨ $T = \frac{48 - 32}{1.2} = \frac{16}{1.2} = 13\text{N}$

<文字での計算>

この計算を文字で行う

体重 $= m$ 、 $AB = L$ 、 $BC = l$ 、 $HC = h$ 、松葉杖の傾き角 $= \theta$ 、重力加速度の大きさを g とする。以降問題番号に合わせて解答

① mg ② $\frac{1}{2}mg$ ③ $f_y = \frac{1}{2}mg$

④ $f_x = \frac{BD}{HD} \times f_y = \frac{l \sin \theta}{h + l \cos \theta} \times \frac{1}{2}mg$

⑤ $f_x \times DE = \frac{l \sin \theta}{h + l \cos \theta} \times \frac{1}{2}mg \times L \cos \theta$

⑥ $T \times CE = T \times (l + L) \cos \theta$

⑦ $f_y \times AB \sin \theta = \frac{1}{2}mg \times L \sin \theta$

⑧ $T \times (l + L) \cos \theta + \frac{l \sin \theta}{h + l \cos \theta} \times \frac{1}{2}mg \times L \cos \theta = \frac{1}{2}mg \times L \sin \theta$

$$T \times (l + L) \cos \theta = \frac{1}{2}mg \times L \sin \theta - \frac{l \sin \theta}{h + l \cos \theta} \times \frac{1}{2}mg \times L \cos \theta$$

$$T \times (l + L) \cos \theta = \frac{1}{2}mg L \sin \theta \left(1 - \frac{l \cos \theta}{h + l \cos \theta} \right)$$

$$T \times (l + L) \cos \theta = \frac{1}{2}mg L \sin \theta \frac{h}{h + l \cos \theta}$$

$$T = \frac{1}{2} \frac{mglh}{l + L} \frac{\tan \theta}{h + l \cos \theta}$$

ここで、 $m = 60\text{kg}$ 、 $g = 10\text{ m/s}^2$ 、 $l = 0.40\text{m}$ 、 $L = 0.80\text{m}$ を代入すると、

$$T = \frac{1}{2} \frac{60 \times 10 \times 0.40 \times 0.20}{0.40 + 0.80} \frac{\tan \theta}{0.20 + 0.40 \cos \theta} = 200 \frac{\tan \theta}{1.0 + 2.0 \cos \theta}$$

問 グラフの値より、 T を小さくすればよいので θ を小さくすればよい。

別解 腕の力を利用してグリップに時計回りの偶力を追加する。