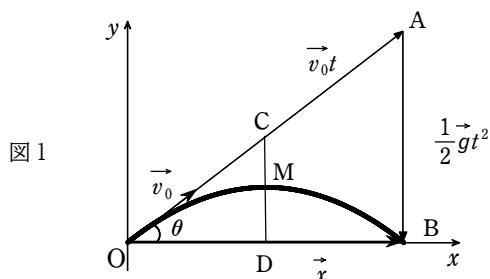


1

以下の文章は斜方投射をベクトルを用いて考えたものである。(①)～(⑫)に当てはまる式を入れよ。

等加速度直線運動の式 $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$ ・ ・ (i) $\vec{x} = \vec{v}_0t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$ ・ ・ (ii)は平面運動のベクトルとしてでも用いることができる。

このベクトルを用いて斜方投射を考えてみよう。斜方投射の投射点をO最高点をM、落下点をBとする。初速度ベクトルを \vec{v}_0 、変位ベクトルを \vec{x} 、重力加速度ベクトルを \vec{g} 、投げたから落下するまでの時間を t とすると、これらのベクトルを図にあらわすと図1のようになる。



ここで、各ベクトルの大きさを $|\vec{v}_0| = v_0$ 、 $|\vec{g}| = g$ 、 $|\vec{x}| = x$ とし、 \vec{v}_0t の終点をA、OAの中点をC、OBの中点をDとする。OA = $|\vec{v}_0t| = v_0t$ 、AB = $|\frac{1}{2}gt^2| = \frac{1}{2}gt^2$ 、OB = $|\vec{x}| = x$ となる。

この図を用いて、速さ v_0 で、角度 θ 上方に投げた場合の水平到達距離と最高点の高さを求めてみよう。 $\sin \theta =$ (①[g, t, v_0]) となるので、 $t =$ (②[v_0, θ, g]) となり、OA = (③[v_0, θ, g]) となる。よって、OB = OA $\cos \theta =$ (④[v_0, θ, g]) となる。これが水平到達距離である。AB // CD、OB = 2ODなので、AB = 2CDとなり、Mを通過する時刻は (⑤[t]) となるので、MD = (⑥[数値]) CDとなる。よってMD = (⑦[v_0, θ, g]) となる。

この考え方をういて弓道で弓矢を射る場合を考えてみよう。ある射手が高さ1.4mの位置からある方向に射ると、30m先の地表に置かれた的に、1.0s後に突き刺さった。重力加速度の大きさを 10 m/s^2 として、この時に射る角度を計算してみよう。

図1と同様な図を描いたのが図2である。ここで、OからABに垂線を引いたその足をCとしている。OC = 30m、BC = (⑧[数値]) mとなる。AB = (⑨[数値]) mとなるので、AC = (⑩[数値]) mとなる。

$\tan \theta =$ (⑪[数値]) となるので、図3より $\theta =$ (⑫[数値]) °となる。この場合、的の上方(⑨) mのところを狙って射れば的に当たるとことになる。初速度の水平方向成分は30m/sで、鉛直方向成分は3.6m/sとなる。

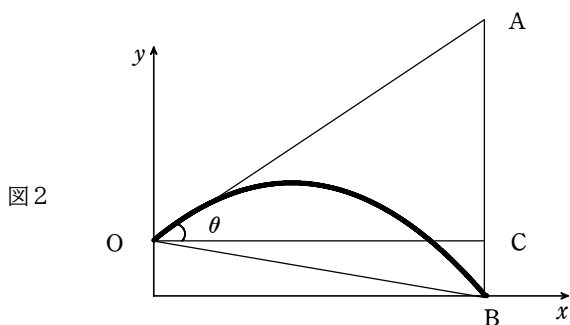
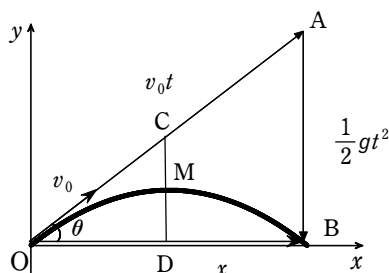


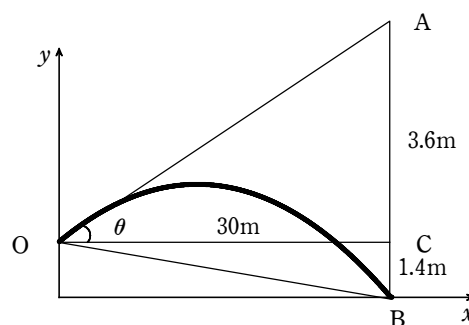
図3

θ°	3	4	5	6	7	8	9	10
$\tan \theta$	0.052	0.070	0.087	0.11	0.12	0.14	0.16	0.18

解説



- ① $\sin \theta = \frac{AB}{OA} = \frac{\frac{1}{2}gt^2}{v_0t} = \frac{gt}{2v_0}$
- ② ①を変形して $t = \frac{2v_0 \sin \theta}{g}$
- ③ $OA = v_0t = v_0 \times \frac{2v_0 \sin \theta}{g} = \frac{2v_0^2 \sin \theta}{g}$
- ④ $OB = OA \cos \theta = \frac{2v_0^2 \sin \theta}{g} \times \cos \theta = \frac{2v_0^2 \sin \theta \cos \theta}{g}$
- ⑤ MはOBの中間なので、時間も半分 $\frac{1}{2}t$
- ⑥ $CM = \frac{1}{2}g\left(\frac{t}{2}\right)^2 = \frac{1}{8}gt^2$ $CD = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{4}gt^2$ $MD = CD - CM = \frac{1}{8}gt^2$
よって、 $MD = \frac{1}{2}CD$ $\frac{1}{2}$
- ⑦ $MD = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2}OD \tan \theta = \frac{1}{4}OB \tan \theta$
 $= \frac{1}{4} \frac{2v_0^2 \sin \theta \cos \theta}{g} \tan \theta = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g}$



- ⑧ BCはOの高さと同じ 1.4
- ⑨ $AB = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times (1.0)^2 = 5.0$
- ⑩ $AC = AB - BC = 5.0 - 1.4 = 3.6$
- ⑪ $\tan \theta = \frac{AC}{OC} = \frac{3.6}{30} = 0.12$
- ⑫ $\tan \theta = 0.12$ となる角度なので、表より 7.0