

1

熱気球の上昇高度について述べた以下の文章の(①)～(⑫)に[]内に文字が指定されている場合は[]内の文字を用いた式を、[数値]とある場合は当てはまる数値を入れよ。

外気温 T_0 [K], 空気密度 ρ [kg/m³], 外気圧 P [Pa] とする。気体の物質量を n [mol], 気体定数を R [J/molK], 気体の体積を V [m³] とすると, 状態方程式は,

(①[P, V, n, R, T]) となる。ここで, 気体の質量を M [kg], 空気密度 ρ [kg/m³] とすると,

と, 体積は $V =$ (②[M, ρ]) となる。また, 空気の実質量を μ [kg/mol] とすると,

$M =$ (③[μ, n]) となる。これを状態方程式に代入すると,

$$P = \text{(④[} \rho, \mu, R, T \text{])} \quad (\text{i})$$

が導かれる。

気球の体積を V [m³], 気体の密度を ρ_0 とすると, 気球内に存在しているの気体の質量 M は, $M =$ (⑤[ρ_0, V]) となるので, この気球にはたらいっている浮力の大きさ F_0 は $F_0 = \rho_0 V g$ となる。

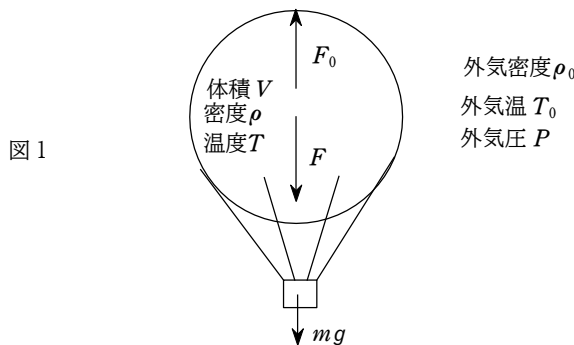


図 1

気球内の気体の温度を上げて気体の密度が ρ となると, 気球内の気体にはたらいっている重力の大きさ F は $F =$ (⑥[ρ, V, g]) となる。気球本体の質量を m [kg] とすると, 気球本体にはたらいっている重力の大きさは mg なので, 空中で静止する条件は

$$\text{(⑦[} F_0, F, m, g \text{])} \quad (\text{ii})$$

となる。左辺のほうが大きいとこの気球は浮上する。

外気圧 (大気圧) を P とすると, 外気温が T_0 の時の外気の密度 ρ_0 は, (i) を用いて, $\rho_0 =$ (⑧[μ, P, R, T_0]) となる。熱気球内の圧力は外気圧と等しく, 熱気球内の温度が T だとすると, 熱気球内の空気の密度 ρ は $\rho = \frac{\mu P}{RT}$ となる。これらを(ii)に代入すると,

$$\text{(⑧)} \times Vg = \frac{\mu P}{RT} Vg + mg$$

となる。この式から T を求めると,

$$T = \frac{\mu P T_0 V}{\mu P V - m R T_0}$$

ここで, $\frac{m}{V} = k$ と置くと,

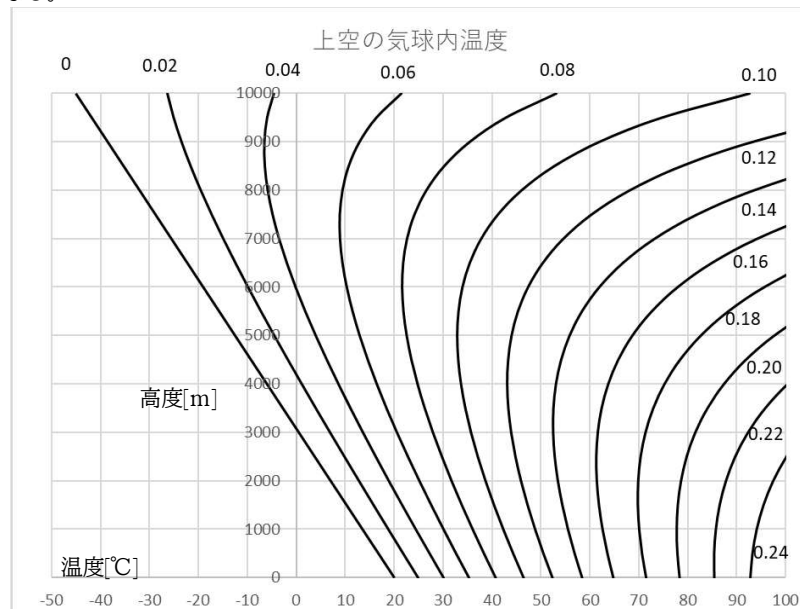
$$T = \frac{\mu P T_0}{\mu P - k R T_0}$$

地上気温を t [°C], 地上気圧 P_0 [Pa] とすると, 大気の状態が安定している日の上空 h [m] における外気温 T_0 [K] と外気圧 P は次の式で与えられることが知られている。

$$T_0 = t + 0.0065 h + 273.15 \quad P = P_0 \left(1 - \frac{0.0065 h}{T_0} \right)^{5.257}$$

これらの式をもとに, $t = 20^\circ\text{C}$, $P_0 = 1013\text{hPa}$ で大気安定している日の上空10000m までの熱気球がその高さで静止するために必要な気球内の温度をグラフにすると以下のよ

うになる。



このグラフにおいて各曲線の近くに示されている0～0.24の数値は k の値である。 $k = 0$ のグラフは外気温を示しており, 上空 (⑨[数値]) m で気温が0°Cになっている。熱気球の質量が大きくなればなるほど, 気球内温度を上げる必要がある。直径16mの熱気球の体積は2000m³で, この熱気球の球皮, ゴンドラ, バーナーを合わせた質量は200kgである。熱気球は安全のために気球内温度は100°C以上にはできないものとする。この気球に体重50kgの人が二人乗った場合, 気球の全質量は300kgとなり, $k = 0.15$ なので, 上昇できる高さは (⑩[数値]) m までとなる。この気球で4000mまで上昇しようと思えば, $k =$ (⑪[数値]) となるので, 全質量は440kgで, 体重60kgの人は (⑫[数値]) 人まで乗れる。

解説

① 状態方程式より $PV = nRT$

② 密度 $\rho = \frac{M}{V}$ よって, $V = \frac{M}{\rho}$

③ モル質量 μ [kg/mol] は1mol当たりの質量なので, 質量は物質量を掛ければよい。
 $M = \mu n$

④ $PV = nRT$ より, $P = \frac{n}{V} RT$ となる。

ここに, $n = \frac{M}{\mu}$, $V = \frac{M}{\rho}$ を代入すると

$$P = \frac{\rho}{\mu} RT$$

⑤ 質量は密度と体積の積 $\rho_0 V$

⑥ 気球内の気体の質量は ρV なので, 重力の大きさは $F = \rho V g$

⑦ 浮力 F_0 と重力 $F + mg$ が釣り合っているので, $F_0 = F + mg$

⑧ ④より, $P = \frac{\rho_0}{\mu} RT_0$ これより,

$$\rho_0 = \frac{\mu P}{RT_0}$$

⑨ グラフより 3000

⑩ $k = 0.15$ はグラフにないので, $k = 0.14$ と $k = 0.16$ の間をとる。ほぼ7500m

⑪ 4000mで100°Cになっているのは $k = 0.22$ のとき,

⑫ $k = 0.22$ となるのは, 体積が2000m³なので, 440kgとなる。気球自体の質量が200kgなので, 残り240kgとなる。一人60kgなので, 4人分となる。