G006ハヤブサ2

1

2014年12月3日小惑星の物質を採取して地球に帰還させるのを目的として小惑星探査機ハヤブサ２が打ち上げられた。ハヤブサ２は2018年10月小惑星リュウグウに着陸して物質を採取し，2020年12月6日に無事に地球に帰還した。このハヤブサ２に関する以下の文章の（①）～（⑬）に[　]内で文字が指定されている場合は，指定された文字を用いた当てはまる数式を入れ，また，[数値]とある場合は当てはまる数値を入れよ。

小惑星探査機はやぶさ２は，地球を出発後，楕円軌道を回り再び地球に接近し，地球の引力を用いて加速して小惑星リュウグウに達した。このように遠回りをしているように見える軌道をとっているのであるが，惑星の引力を利用して探査機のスピードを上げることができる。これをスイングバイと呼んでいる。このスイングバイについて考えてみよう。

まず最初に，速度ベクトルについて数学的に処理する。図のように大きさvの$\overrightarrow{OB}$と大きさv_0の$\overrightarrow{OA}$の二つのベクトルのなす角がθとなっている時，その合成ベクトル$\overrightarrow{OC}$の大きさVを求める式を作ることを考えよう。

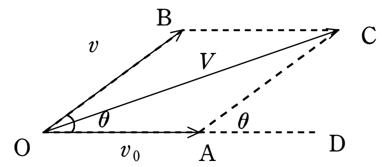


図１

AC＝ v ，OA＝v_0で，∠OAC＝（①[θ]）なので，余弦定理より

V^2＝（②[v,v_0,θ]）　・・・(i)

が成立する。

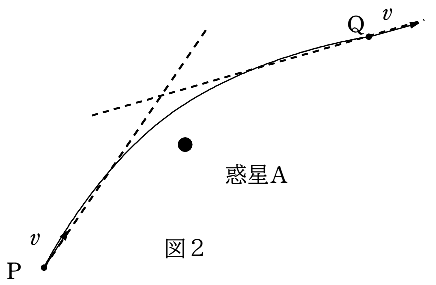


図２

図２のように，探査機が惑星Aに双曲線軌道で接近し，離れていく場合を考える。P,Qでは惑星Aから十分に離れているので惑星Aからの万有引力は働いていないものとする。AP＝AQであれば，P,Qにおいて惑星Aからの万有引力による位置エネルギーが同じなので，運動エネルギーが同じであり，速度の方向が変わるだけである。探査機は惑星Aに対して，十分に離れている点Pで，惑星Aに対して大きさvの相対速度で接近すると，十分に離れた点Qでは，惑星Aに対して大きさ（③[v]）の相対速度になっている。

ところが，実際は惑星は静止しているわけではなく太陽の周りを公転しているのである。以降，太陽に対する相対速度で考えることにする。惑星は図３のように大きさv_0の速度で右向きに動いているとすると，探査機にも同じ速度を加えなければならない。

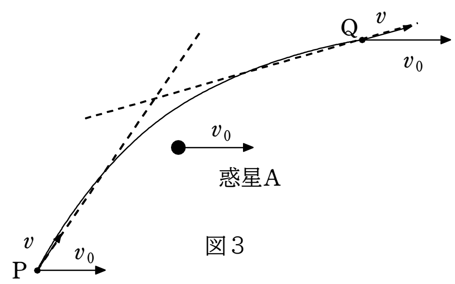


図３

この時のPにおける探査機の速度をV_P，Qにおける探査機の速度をV_Qとし，P，Qにおける二つの速度ベクトルのなす角度をθ_P，θ_Qとする。それぞれの速度の関係は図４のようになる。

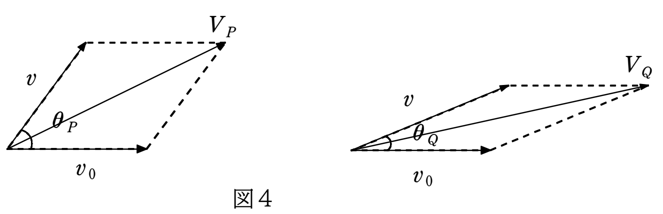
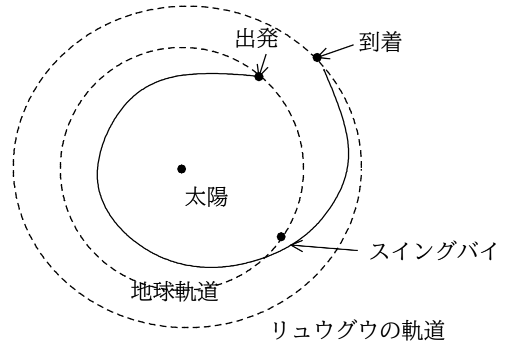


図４

図４を見てわかるとおり，$\theta_P > \theta_Q$である。その結果（④[V_P,V_Q]）の不等式が成立する。太陽基準の合成速度はこのように惑星の後ろから追いかけるようにして前方に抜けると探査機のスピードが上がるのである。これをスイングバイと呼んでおり，多くの惑星探査機がこの原理を利用している。はやぶさ２の場合，公転速度 v_0 ＝30km/sの地球に v＝4.7km/sで接近し，最接近点で10.3km/sとなり， v＝4.7km/sで離れていった。この時のはやぶさ２の V_P ＝30.3km/sで， V_Q ＝31.9km/sとなり，スイングバイにより（⑤[数値]）km/s加速されているのである。



ハヤブサ２は地球から打ち上げた後，太陽に接近し再び地球に接近したとき，地球でスイングバイ後，最新のイオンエンジンを用いイオン化したキセノンガスを電場で加速して噴射しながら小惑星リュウグウを目指した。

小惑星リュウグウ到着後，ハヤブサ２は燃料を瞬間的に噴射することによって，位置をコントロールしている。図５のようにリュウグウに対する速度（対地速度･左向きを正とする）vで動いている質量mのハヤブサ２が質量ρの燃料を進行方向逆向きにハヤブサ２から見た速さuで燃料を噴射した後，ハヤブサ２の速度が図６のように対地速度が$v+\Delta v$になったとする。

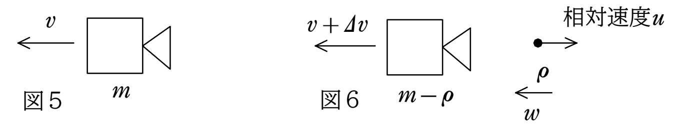


図５　図６

uはハヤブサ２に対する相対速度なので，燃料の対地速度をwとし，運動量保存則を用いた方程式はmv＝（⑥[$m,v,\Delta v,\rho, w$]）が成立する。また，wはw＝（⑦[$u,v,\Delta v$]） であらわされるので，（⑥）（⑦）よりwを消去すると

$$\rho = \frac{m}{u}\Delta v$$

が求められる。ハヤブサ２は噴射量ρを調整することにより速度調整をしている。

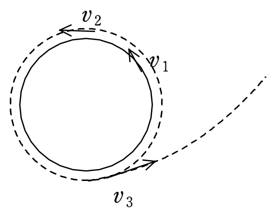
ハヤブサ２はイオンエンジンと，化学エンジンの二種類のエンジンを積んでおり，リュウグウ到着まではイオンエンジンを用いている。イオンエンジンンの燃料はキセノン[Xe]で噴射速度はu＝30km/sである。この場合uが大きいのでその分ρは小さくてもよく，長期間エンジンを動かすことができる。しかし，噴射力が弱いのでリュウグウに到着後は化学エンジンを用いている。ハヤブサ２の質量m＝600kgと化学燃料ヒドラジン[N_2H_4]の噴射速度u＝4000m/sより計算すると，化学エンジン噴射時はρ＝0.15Δv[kg]となる。ハヤブサ２は化学燃料（ヒドラジン＋酸化剤）を48kgとキセノン推進剤66kgを積んでいる。イオンエンジン噴射時はρ＝0.02Δv[kg]となる。イオンエンジンはρが小さいので長時間加速することが可能である。化学燃料で1km/s加速するのに150kgの燃料が必要なのに対してイオンエンジンでは（⑧[数値]）kgの燃料ですむ。イオンエンジンのほうがより効率的である。

リュウグウは球形で質量をM，半径をR，万有引力定数をGとする。ハヤブサ２はリュウグウに接近し，最初にリュウグウ中心より距離20kmの位置に静止する。この距離ではリュウグウからの引力はほとんど無視できるので，リュウグウと同じ速さで太陽の周りを回ることができ，相対的に静止できるのである。この位置をホームポジションとしている。以降，太陽からの引力は遠心力と釣り合っているので無視してよいものとする。

ハヤブサ２は最初リュウグウからの高度を上げたり下げたりしながら，リュウグウの万有引力を正確に測定した。その結果GM＝30Nm²/kgであることが分かった。また，R＝450mである事も分かった。

リュウグウの表面の重力加速度 g の大きさは重力と万有引力が等しいと考えるとg＝（⑨[G,R,M]） となる。数値的には$g=1.5\times10^{-4}$m/s^{2}である。次にハヤブサ２はリュウグウに着陸して，表面物質を採取した。リュウグウからの距離がrの位置にある質量mの天体の万有引力による位置エネルギーUは$U=-\dfrac{GMm}{r}$で表されることを用い，rの位置に静止しているはやぶさ２がRの地表まで降りた時の速度v_0はエネルギー保存則を用いて，G,M,r,Rで表すと，v_0＝（⑩[G,M,R,r]） となる。r＝20km，R＝450mとすると，数値的には$v_0=\Delta v$＝0.37m/sであり，この瞬間ρ＝0.15Δvで求められる噴射量56gを逆噴射すれば，ハヤブサ２はリュウグウ表面に相対速度0で無事着陸できる。

表面物質採取後，ハヤブサ２は離陸する。重力加速度が微弱なので，少し燃料噴射するだけで浮き上がることができる。リュウグウは表面での速さv_1で自転しているために浮き上がった瞬間リュウグウ中心に対して水平方向にv_1の速度を持つ。v_1＝0.10m/sである。



次に，進行方向逆向きに燃料を噴射してリュウグウの周りを回る円軌道に乗せることを考える。円軌道を回るために必要な速さをv_2とすると，向心加速度は（⑪[R,v_2]） なので，これを利用し，v_2を求めることができる。v_2＝（⑫[G,M,R]） となるので，v_2-v_1の速度差に該当する燃料を噴射すれば円軌道に乗ることができる。v_2は数値的に0.26m/sなので，この燃料噴射量は24gである。

その後，いよいよ地球への帰還軌道に乗ることになる。リュウグウの脱出速度を超えればリュウグウから離脱できる。太陽の引力を無視して考えて，その速度をv_3とすると，運動エネルギーと万有引力による位置エネルギーの和が無限遠で0になるという条件でv_3を計算すると，v_3＝（⑬[G,M,R]） となる。帰還軌道に乗る直前v_3-v_2の速度差に該当する燃料を噴射すれば，ハヤブサ２は帰還軌道に乗ることになる。v_3＝0.37m/s程度である。このときの燃料噴射量は18gである。リュウグウでは普通に歩く速さ1.2m/sはすでに脱出速度を超えているのである。そのため，リュウグウ上で普通に歩くとリュウグウから飛び出してしまい，二度と戻ってこれなくなる。

解説

① 図１より，$\underline{\pi-\theta}$

② 余弦定理より，$V^2=v_0^2+v^2-2vv_0\cos(\pi-\theta)$ よって， $\underline{v_0^2+v^2+2vv_0\cos\theta}$

③ 十分に離れた点同士では万有引力による位置エネルギーが等しいので，運動エネルギーも等しくなる。よって，最初と同じ速さとなる。$\underline{v}$

④ ②より，$V_P^2=v_0^2+v^2+2vv_0\cos\theta_P$

$V_Q^2=v_0^2+v^2+2vv_0\cos\theta_Q$

差をとると

$V_P^2-V_Q^2=2vv_0\cos\theta_P-2vv_0\cos\theta_Q=2vv_0(\cos\theta_P-\cos\theta_Q)$

$\theta_P>\theta_Q$なので， $\cos\theta_P<\cos\theta_Q$となるので，

$V_P^2-V_Q^2<0$ となる。 よって， $V_P<V_Q$

⑤ スイングバイによる加速はV_QとV_Pの差なので，

$V_Q-V_P=31.9-30.6=\underline{1.6}$km/s

⑥ 噴射後の運動量の和

燃料ρ噴射後のはやぶさ２の質量は$m-\rho$，噴射後の速さは$v+\Delta v$となるので，

噴射後のはやぶさ２の運動量は$(m-\rho)(v+\Delta v)$となる。

燃料の運動量ρwを加えたのが噴射後の運動量の総和となるので，運動量保存則

$mv=(m-\rho)(v+\Delta v)+\rho w$

が成立する。

よって， $\underline{(m-\rho)(v+\Delta v)+\rho w}$

⑦ 左向きを正方向とすると，燃料の相対速度$-u$は燃料の速度wにはやぶさ２からみた景色の速度（はやぶさ２の速度の逆向き）$-v-\Delta v$を加えるとよい。

$-u=w-v-\Delta v$ 計算すると， $w=\underline{-u+v+\Delta v}$

＜$\rho=\dfrac{m}{u}\Delta v$の誘導＞

運動量保存則より $mv=(m-\rho)(v+\Delta v)+\rho w$

$w=-u+v+\Delta v$を代入して

$mv=(m-\rho)(v+\Delta v)+\rho(-u+v+\Delta v)$

簡単にすると

$mv=m(v+\Delta v)-\rho(v+\Delta v)-\rho u+\rho(v+\Delta v)$

$0=m\Delta v-\rho u$

$\rho=\dfrac{m}{u}\Delta v$

⑧ Δv＝1.0km/s＝1000m/sとして，$\rho=0.02\Delta v$に代入

0.02×1000＝$\underline{20}$kg 単位に注意

⑨ 重力と万有引力は等しいと考えてよいので，

$mg=\dfrac{GMm}{R^2}$ より $g=\underline{\dfrac{GM}{R^2}}$

⑩ エネルギー保存則より

$\dfrac{1}{2}mv_0^2-\dfrac{GMm}{R}=0-\dfrac{GMm}{r}$

これを解くと $v_0=\underline{\sqrt{2GM\left(\dfrac{1}{R}-\dfrac{1}{r}\right)}}$

⑪ 向心加速度 $\underline{\dfrac{v_2^2}{R}}$

⑫ 円軌道を描くので，円軌道の運動方程式より

$m\dfrac{v_2^2}{R}=\dfrac{GMm}{R^2}$ これを解くと $v_2=\underline{\sqrt{\dfrac{GM}{R}}}$

⑬ エネルギー保存則より

$\dfrac{1}{2}mv_3^2-\dfrac{GMm}{R}=0$

これを解くと $v_3=\underline{\sqrt{\dfrac{2GM}{R}}}$

＜別解＞ 脱出速度は円軌道速度の$\sqrt{2}$倍であることを用いてもよい。

$v_3=\sqrt{2}\,v_2=\underline{\sqrt{\dfrac{2GM}{R}}}$