G005カーリング

1

カーリングに関する以下の文章の（①）～（⑫）に[ ]内で文字が指定されている場合は，指定された文字を用いた当てはまる数式を入れ，また，[数値]とある場合は当てはまる数値を入れよ。

質量mの静止している物体Aに，同じ質量mの物体Bが速度$\overrightarrow{v_0}$で衝突し，物体Aが速度$\overrightarrow{v_A}$で，物体Bが速度$\overrightarrow{v_B}$で飛び去った。物体A，Bは弾性衝突するものとする。この衝突における運動量保存則より

$\overrightarrow{v_0}=$（①[$\overrightarrow{v_A},\overrightarrow{v_B}$]）　(i)

で表される。また，弾性衝突なので力学的エネルギー保存則が成立し，

$\frac{1}{2}m|\overrightarrow{v_0}|^2=$（②[$m,\overrightarrow{v_A},\overrightarrow{v_B}$]）　(ii)

が成り立つ。この2式を計算することにより，$\overrightarrow{v_A}$と$\overrightarrow{v_B}$の内積$\overrightarrow{v_A}\cdot\overrightarrow{v_B}$を計算することができる。

$\overrightarrow{v_A}\cdot\overrightarrow{v_B}=$（③[数値]）　(iii)

である。

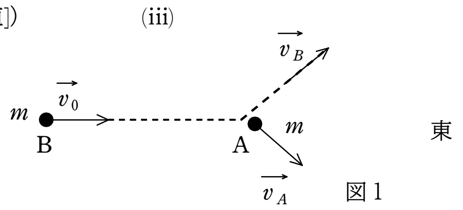


図１

(iii)は$\overrightarrow{v_A}=0$，または$\overrightarrow{v_B}=0$または$\overrightarrow{v_A}\perp\overrightarrow{v_B}$を意味し，$\overrightarrow{v_B}=0$の場合，(i)より$\overrightarrow{v_A}=\overrightarrow{v_0}$となるので，AとBの速度が入れ替わることを意味している。$\overrightarrow{v_A}=0$の場合は衝突しなかったことを意味しているので，正面衝突の場合，速度が入れ替わり，それ以外の衝突は互いに直角方向に動くことになる。

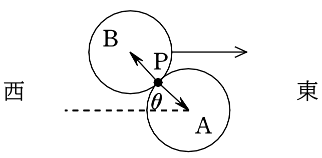


図２

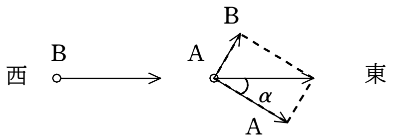


図３

図２のように静止しているストーンAに東向きに進んできたストーンBがAの西方向から角度θ北の位置Pに衝突したとする。衝突後，ストーンAは東方向より角度α南方向に進むことになった。ストーン同士の摩擦は考えないので，ストーンには垂直抗力のみが働き，このαはθと等しくなる。衝突前のBの速さをv_0，衝突後のA,Bの速さをそれぞれv_A，v_Bとすると，衝突後，互いに直角方向に進むので三平方の定理より

$v_0{}^2=v_A{}^2+v_B{}^2$

の関係式が成立するので，この式の両辺に$\frac{1}{2}m$を掛けることにより，エネルギー保存の式が成り立つ。このとき，衝突前のBの運動エネルギーに対する衝突後のBの運動エネルギーの比をαで表すと（④[α]）である。

この理論をカーリングに応用してみよう。カーリングは質量 mのストーンを 距離L先のリングの中心に近い位置に如何にして静止させるかを競うスポーツである。

水平な氷面とストーンとの間の動摩擦係数はμで一定であるとし，ストーン同士は弾性衝突で衝突以外で速度の方向を変えないものとする。重力加速度の大きさを gとすると，ストーンにはたらく重力の大きさが（⑤[m,g]）なので，滑っているストーンにはたらく動摩擦力の大きさ f は $f=$（⑥[μ,m,g]）となる。このストーンが距離x滑るときの動摩擦力のした仕事は，$-$（⑦[f,x]）となるので，x滑る間に運動エネルギーが（⑦）失われる。

図４

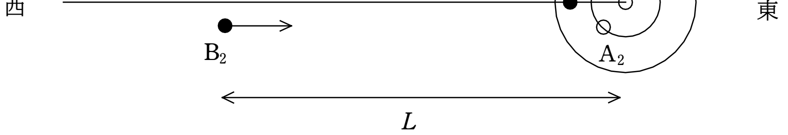
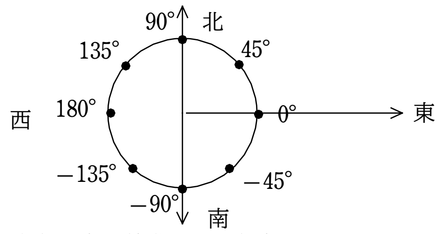


図４ではAチームとBチームが対戦しており，先攻のAチームのストーンA_1がリングの中心に静止している。Bチームの最初のストーンB_1がその手前$A_1B_1=1.2$mの位置に静止している。Aチームの2番目のストーンA_2がA_1より 距離$A_1A_2=d$（ $d<1.2$m） 離れて$\angle A_2A_1B_1=45°$となる位置に静止している。カーリングのルールでは相手のいちばん内側のストーンより内側にある自分のストーンの数が得点となる。この状態ではB_1のストーンより内側にAのストーンが2つあるのでBチームは0点でAチームに2点が入る。

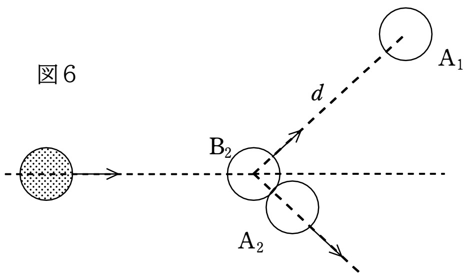
図５



以降，図５のように方向角を東を基準とした角度であらわすことにする。北は90°，南は—90°である。

図６のようにストーンB_2をA_2の135°の位置にぶつかるように滑らせた。ストーン同士は滑らかであるとすると，B_2がA_2に衝突後，A_2は（⑧[数値]）°の方向に滑り，B_2は（⑨[数値]）°の方向に滑る。そして，B_2はストーンA_1にぶつかり，速度が0となる。B_2はリングの中心に静止し，A_1は45°の方向に滑ることになる。滑る時に運動エネルギーが摩擦によって失われるので，B_2がA_2と衝突後A_1にぶつかるにはA_2に衝突直後の運動エネルギーが（⑩[f,d]）以上である必要がある。 その結果衝突前のB_2の運動エネルギーは（④）式より，（⑪[f,d]） 以上でなければならず，投射時の運動エネルギーは（⑫[L,f,d]）以上必要である。

図６



解説

① 運動量保存則より　$m\overrightarrow{v_0}=m\overrightarrow{v_A}+m\overrightarrow{v_B}$　よって，$\overrightarrow{v_0}=\overrightarrow{v_A}+\overrightarrow{v_B}$

② エネルギー保存則より　$\frac{1}{2}m|\overrightarrow{v_0}|^2=\frac{1}{2}m|\overrightarrow{v_A}|^2+\frac{1}{2}m|\overrightarrow{v_B}|^2$

よって，　$|\overrightarrow{v_0}|^2=|\overrightarrow{v_A}|^2+|\overrightarrow{v_B}|^2$

③ ①を2乗すると　$|\overrightarrow{v_0}|^2=(\overrightarrow{v_A}+\overrightarrow{v_B})^2$

展開すると　$|\overrightarrow{v_0}|^2=|\overrightarrow{v_A}|^2+2\overrightarrow{v_A}\cdot\overrightarrow{v_B}+|\overrightarrow{v_B}|^2$

②より　$\overrightarrow{v_A}\cdot\overrightarrow{v_B}=0$

④

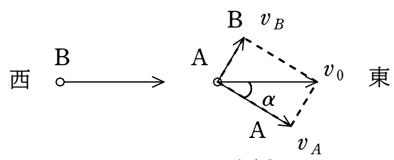


図３

図より　$v_A=v_0\cos\alpha$　　$v_B=v_0\sin\alpha$

$$\text{運動エネルギーの比}=\frac{\frac{1}{2}mv_B{}^2}{\frac{1}{2}mv_0{}^2}=\frac{\frac{1}{2}mv_0{}^2\sin^2\alpha}{\frac{1}{2}mv_0{}^2}=\sin^2\alpha$$

⑤ 重力なので，　mg

⑥ 垂直抗力　$N=mg$ なので，　$f=\mu N=\mu mg$

⑦ 仕事　$W=Fs$ より，仕事が$-fx$なので，仕事した分だけ運動エネルギーが失われる。　fx

⑧ 図６より，-45

⑨ 図６より，45

⑩ 摩擦によって失われる以上の運動エネルギーが必要である。摩擦による仕事は，$-fd$なので，失われるエネルギーは fd 。よって， fd 以上のエネルギーが必要である。

⑪ この衝突は$\alpha=45°$なので，④より，衝突後の運動エネルギーの比は　$\sin^2\alpha=\frac{1}{2}$で

$\frac{1}{2}$倍となる。よって，衝突前は衝突後の2倍の運動エネルギーが必要となるので，$2fd$

⑫ 投射してから衝突までに fL のエネルギーが失われるので，衝突直前のエネルギー

にこのエネルギーが必要となる。よって，$\underline{f(L+2d)}$