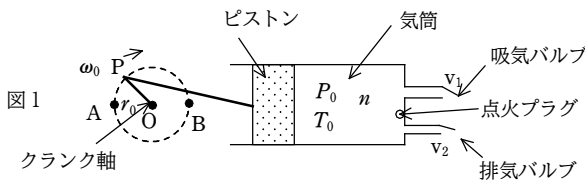


# G003自動車のエンジンの仕組み

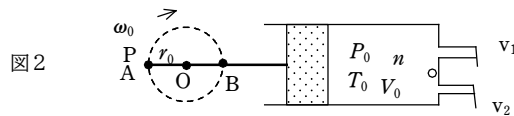
1

自動車のエンジンに関する以下の文章の(①)～(⑬)の直後の[ ]内に文字が指定されている場合はその文字を用いた式を入れ、[数値]とある場合は当てはまる数値を入れよ。【思考力】

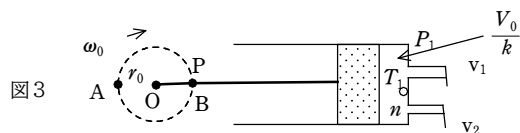
図1のように気筒(シリンダー)の中に質量の無視できる軽いピストンを入れ、ピストンにつないだ棒を、回転中心O(クランク軸)の周りを回転半径 $r_0$ 、角速度 $\omega_0$ で等速円運動している回転体Pに接続した。気筒の右端には2本のパイプがつながれており、バルブ(弁)で開閉できるようになっている。上のパイプは外部から空気を入れるパイプで、そのバルブ $v_1$ を吸気バルブという。下のパイプは気筒内の気体を外部に放出するパイプで、そのバルブ $v_2$ を排気バルブという。ピストンが左右に動くとともにPが等速円運動しているものとする。Pが左端Aになった時、気筒内の体積は最大で $V_0$ であり、内部の気体(ガソリン混合気)の物質量は $n$ とする。気筒の右端にあるOは点火プラグといい、電気火花でガソリンに点火する装置である。外気圧 $P_0$ 、外気温 $T_0$ として、エンジン性能を考えてみよう。



$v_2$ を閉じ、 $v_1$ を開きガソリンを混合させた外気を入れ、Pが左端Aにきた瞬間にバルブ $v_1$ を閉じた。この瞬間のエンジンの状態が図2である。この瞬間の気筒内の体積は $V_0$ で、内部の気体は圧力 $P_0$ 、温度 $T_0$ であり、物質量は $n$ である。



この状態からPがBの位置に移動するまで、断熱圧縮をした。この状態が図3である。この状態の気筒内の体積を $\frac{V_0}{k}$ とし、温度を $T_1$ とする。この時の $k$ を圧縮比という。



断熱変化の時、二原子分子におけるポアソンの法則 $TV^{0.4} = \text{一定}$ が成り立つものとする。と、 $T_0V_0^{0.4} = T_1\left(\frac{V_0}{k}\right)^{0.4}$ が成り立つので、

$$T_1 = k^{0.4} T_0 \quad (i)$$

となる。この気体の定積モル比熱を $C_v$ とすると、内部エネルギーの変化 $\Delta U_1$ は $\Delta U_1 = (① [n, C_v, T_1, T_0])$ となるので、気体が外部へした仕事 $W_1$ は $W_1 = (② [ \Delta U_1 ])$ となる。

図3の状態になった瞬間、点火プラグに点火し、気筒内のガソリン混合気に火をつけ、瞬間的に熱量 $Q$ を放出させた。この瞬間の温度を $T_2$ とする。この状態が図4である。点火により化学変化が起こるが、物質量的変化は無視できるものとする。

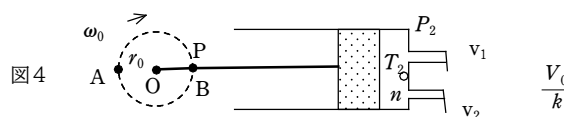
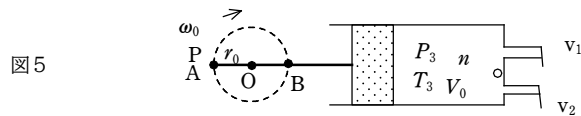


図3から図4への変化は瞬間的に起こるので、定積変化と考えてよい。加えた熱量 $Q$ は $Q = (③ [n, C_v, T_1, T_2])$ となるので、

$$T_2 = k^{0.4} T_0 + (④ [Q, n, C_v]) \quad (ii)$$

となる。この状態からこの気体は断熱膨張をし、ピストンが動くことにより点PがAの位置になった瞬間が図5である。この状態における温度は $T_3$ であった。



この時は断熱変化なので、ポアソンの法則により、 $T_3V_0^{0.4} = T_2\left(\frac{V_0}{k}\right)^{0.4}$ が成り立つので、

(ii)より、

$$T_3 = \frac{1}{k^{0.4}} T_2 = T_0 + \frac{1}{k^{0.4}} \times (④) \quad (iii)$$

であり、内部エネルギーの変化 $\Delta U_3$ は $\Delta U_3 = (⑤ [n, C_v, T_2, T_3])$ となる。この時、気体が外部にした仕事 $W_2$ は $W_2 = (⑥ [ \Delta U_3 ])$ となる。このあと、PがBに移動するま

で $v_2$ を開き、気筒内の気体を排出する。Bに達した瞬間 $v_2$ と閉じ、 $v_1$ を開いて吸気をし、図2と同じ状態になる。以降、この繰り返しである。このエンジンは吸気→圧縮→点火→排気と4過程(サイクル)を繰り返しているため、4サイクルエンジンという。

この4サイクルエンジンが外部にした仕事 $W$ は(i), (ii), (iii)より、

$$W = W_1 + W_2 = \left(1 - \frac{1}{k^{0.4}}\right) Q$$

となる。この時、加えた熱は $Q$ なので、このエンジンの熱効率 $e$ は $e = (⑦ [k])$

ガソリンエンジンの場合 $k = 10$ 程度なので、計算上 $e = 0.60$ ほどになるが、内部摩擦・不完全燃焼・放熱などのために、実際は $e = 0.30$ 程度である。この数値を如何にして大きくするかが各企業の工夫するところである。

次に、このエンジンで生じた仕事が外部にどのように使われているかを考えてみよう。Pが回転半径 $r_0$ で等速円運動し、接線方向に大きさ一定の力 $F$ が働いているとする。(実際の力は激しく変動しているが、この時の平均大きさの力として $F$ を考え、以降 $F$ は一定として扱う)4サイクルエンジンの場合、二回転で1サイクルとなるので、接線方向の力 $F$ がした仕事は $4\pi r_0 F$ で、これが、熱機関の仕事である。

$$eQ = 4\pi r_0 F$$

が成立する。クランク軸にはたらく力のモーメント(軸トルクという) $M_0$ は $M_0 = r_0 F$ なので、

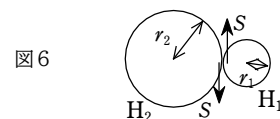
$$M_0 = (⑧ [e, Q]) \text{ となる。}$$

エンジンの回転数が $N$ のとき、回転半径 $r_0$ のときの1秒間の周回距離は $2\pi r_0 N$ である。接線方向の力が $F$ なので、力 $F$ がした仕事率は $2\pi r_0 N F$ なる。これがエンジン出力 $P$ である。

$$P = 2\pi N \times r_0 F = 2\pi N \times (⑧) = \frac{1}{2} e Q N$$

次に燃料(ガソリン)の発熱量について考えてみよう。ガソリン1gを完全燃焼させるのに必要な最小の空気量は14.7gとされている。図1のPがBからAに移動する間のピストンの動きが外気を吸入させる、この時のシリンダー内の体積差 $\Delta V$ が吸入した気体の体積となり、 $P_0$ 、 $T_0$ の外気が入り込む。この $\Delta V$ を排気量という。吸入した空気の物質量は $n = (⑨ [P_0, \Delta V, R, T_0])$ となる。これに空気の実モル質量 $\mu$ を用いると、吸入した空気の質量は $\mu \times (⑨)$ である。この $\frac{1}{14.7}$ が完全燃焼させることのできるガソリンの最大量である。ガソリン1g当たりの発熱量は47.3kJ/gなので、 $P_0 = 1.0 \times 10^5 \text{ Pa}$ 、 $T_0 = 300 \text{ K}$ 、 $\mu = 29 \text{ g/mol}$ として、最大の発熱量 $Q$ を計算すると、 $Q = 3.7 \times 10^6 \Delta V [ \text{ J } ]$ となる。この $Q$ は排気量 $\Delta V$ に比例するので、排気量が大きいほど高出力・高トルクのエンジンとなる。実際のエンジンでは、シリンダー内に入るガソリン量をアクセルで調整している。以降は完全燃焼するための最大量のガソリンで考えることとする。これをエンジン全開と呼んでいる。

ここでは簡単のためにエンジンが一つ、動輪が一つのオートバイで実際のエンジンの働きを考えることにする。エンジンで得られた動力は、ギア(歯車)・チェーンなどを経て車輪に伝えられる。半径 $r_1$ のギア $H_1$ と半径 $r_2$ のギア $H_2$ がかみ合っており、回っているとする。図6はその様子を示したものである。



ギア $H_1$ の回転数を $N_1$ 、ギア $H_2$ の回転数を $N_2$ とし、歯車同士のかみ合っているところに接線方向に大きさ $S$ の力が働いているとすると、その反作用も $S$ であり、ギア $H_1$ にはたらくモーメントの大きさ $M_1$ は $M_1 = r_1 S$ であり、 $H_2$ にはたらくモーメントの大きさ $M_2$ は $M_2 = r_2 S$ となる。歯車同士は滑らないので接する弧の長さは等しい。ギア $H_1$ が $N_1$ 回転したときの弧の長さは $2\pi r_1 N_1$ で、ギア $H_2$ は $2\pi r_2 N_2$ となり、 $2\pi r_1 N_1 = 2\pi r_2 N_2$

が成立する。よって、 $\frac{N_1}{N_2} = \frac{r_2}{r_1} = (⑩ [M_1, M_2])$ が成り立つ。このときの $\frac{N_1}{N_2}$ を減速比と呼び、その値を $D$ と置く。実際の自動車ではギアを変更することによってこの減速比を変える。このギアを変える装置を变速機と呼んでいる。 $N_1$ をエンジンの回転数、 $N_2$ を車輪の回転数とすると、減速比が $D$ の時、車輪にかかる力のモーメントはエンジンの軸トルク $M_0$ の $D$ 倍となる。よって、車輪にはたらく力のモーメントは $M_0 D$ であらわされるので、車輪の半径を $R$ 、車輪の駆動力を $f$ とすると、

$$f = (⑪ [e, Q, D, R])$$

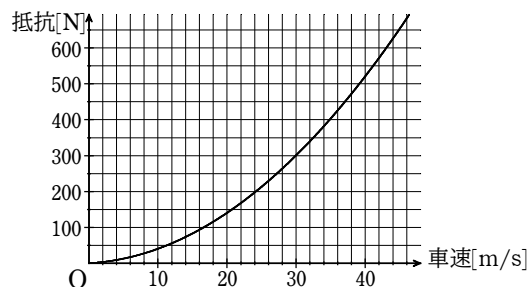
あるオートバイは $e = 0.30$ 、 $R = 0.31 \text{ m}$ 、 $\Delta V = 2.5 \times 10^{-4} \text{ m}^3$  (0.25L)でローギア(1速)のとき、 $D = 28$ である。数値計算すると、 $f = 2000 \text{ N}$ となる。オートバイと人の合わせた質量を250kgとすると、このオートバイの最大の加速度は(⑫ [数値])  $\text{ m/s}^2$ となる。

トップギア(6速)では $D = 7.4$ である。この時 $f = 530 \text{ N}$ である。下のグラフは、このオートバイの車速ごとの内部機械摩擦および空気の抵抗の大きさを示したものである。こ

## G003自動車のエンジンの仕組み

れによると、最高速度は約 (⑬ [数値]) m/sとなり、この時のエンジン出力 (仕事率) は21kWである。

ここで、エンジンの軸トルク  $M_0$  を自転車のペダルにかかる力のモーメントにすると、自転車の加速度の計算が可能である。



解説

$$\textcircled{1} \quad \Delta U_1 = nC_v \Delta T_{01} = nC_v(T_1 - T_0)$$

$$\textcircled{2} \quad \text{断熱変化なので } Q = 0 \text{ よって, } W_1 = -\Delta U_1$$

$$\textcircled{3} \quad \text{定積変化なので } W = 0 \text{ よって, } Q = \Delta U_2 = nC_v \Delta T_{12} = nC_v(T_2 - T_1)$$

$$\textcircled{4} \quad Q = nC_v(T_2 - T_1) \text{ より, } T_2 = T_1 + \frac{Q}{nC_v}$$

$$T_1 = k^{0.4} T_0 \quad (\text{i}) \text{ を代入して } T_2 = k^{0.4} T_0 + \frac{Q}{nC_v}$$

$$\frac{Q}{nC_v}$$

$$\textcircled{5} \quad \Delta U_3 = nC_v \Delta T_{23} = nC_v(T_3 - T_2)$$

$$\textcircled{6} \quad \text{断熱変化なので, } Q = 0 \text{ よって, } W_2 = -\Delta U_3$$

$$\textcircled{7} \quad \text{熱効率 } e = \frac{W}{Q} \text{ なので, } W = \left(1 - \frac{1}{k^{0.4}}\right) Q \text{ より, } e = 1 - \frac{1}{k^{0.4}}$$

$$\textcircled{8} \quad M_0 = r_0 F \text{ なので, } eQ = 4\pi r_0 F = 4\pi M_0$$

$$\text{よって, } M_0 = e \frac{Q}{4\pi}$$

$$\textcircled{9} \quad P_0 \Delta V = nRT_0 \text{ より, } n = \frac{P_0 \Delta V}{RT_0}$$

$$\textcircled{10} \quad M_1 = r_1 S \text{ 及び } M_2 = r_2 S \text{ より, } S = \frac{M_1}{r_1} = \frac{M_2}{r_2} \text{ となる。よって,}$$

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{M_2}{M_1}$$

$$\textcircled{11} \quad M_2 = DM_0 \text{ で, } M_0 = r_0 F \text{ なので, } M_2 = DM_0 = e \frac{QD}{4\pi}$$

$$\text{駆動力を } f \text{ とすると, } M_2 = fR = e \frac{QD}{4\pi} \text{ よって, } \frac{eQD}{4\pi R}$$

$$\textcircled{12} \quad f = 2000\text{N} \text{ で } 250\text{kg} \text{ なので, 運動方程式より, 加速度は } 8.0\text{m/s}^2$$

$$\textcircled{13} \quad \text{グラフより読み取ると } 40\text{m/s} \quad (144\text{km/h})$$

$$\text{出力は } 40\text{m/s} \times 530\text{N} = 21\text{kW}$$

これが最高出力である。1馬力とは780Wなので、これは約27馬力となる。