G002ツングースカ大爆発の正体

1

　1908年6月30日朝7時、シベリアのツングースカ川上空に巨大な火の玉が出現し，この火の玉が空を横切った際に生じた熱風がすべてを焼き払うとともに，発生した衝撃波が森林地帯を2,150km²（ほぼ東京都の面積に該当）にわたって破壊した。これをツングースカ大爆発と呼んでいる。以下文章中（①）～（⑬）の［　］内に文字がある場合はその文字を用いた式を［数値］とある場合は数値を有効数字2桁で入れよ。【思考力】

　この大爆発の原因は隕石の落下と推定されたが，現場から隕石の痕跡が見つからなかったため，この大爆発の原因は長い間謎とされてきた。ところが，2013年，ある科学者グループが、隕石の微小な残片を発見し，この大爆発の原因が隕石の落下であることが確認された。それにしても，隕石の微小な破片しか見つからない原因が分からない状態が続いた。

　最近，飛来した隕石が再び地球から飛び去ったのではないかという仮説が提唱された。そのようなことがありうるのであろうか。ここでは，シミュレーション計算によって，この仮説がありうるのかどうかを検証したいと思う。

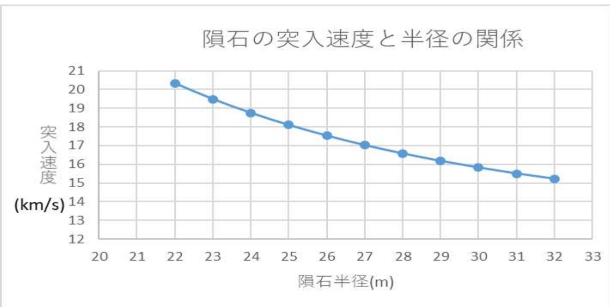
　大爆発の被害の大きさから，この大爆発は10km程上空でTNT火薬換算5メガトン（広島型原爆の330倍＝2.1×10^{16}J）のエネルギーが放出されたことが推定されている。飛来した隕石が大気との摩擦によって失われた運動エネルギーが，この大爆発のエネルギー源であると仮定する。地球大気圏突入時の隕石の速さを v_0，大気圏から脱出するときの速さを v_1 とする。 v_1 が脱出速度を超えていたら，隕石は飛び去ったことになる。隕石の質量を m とすると，放出されたエネルギー E_0 は $E_0=$（①［m,v_0,v_1］） となる。また，飛来した隕石が球体であると仮定し，隕石の密度をd，半径をrとすると，この隕石の質量 m は $m=\dfrac{4}{3}\pi r^3 d$ であらわされる。ここで， v_1 は脱出速度を若干超える必要があるので $v_1=1.2\times10^4$m/sとし， 一般的石質隕石の密度として$d=3.5\times10^3$kg/m³を用いる。

$E_0=2.1\times10^{16}$Jとして計算した隕石半径rと隕石の大気圏突入速度 v_0 の関係を求めると

$$v_0=\sqrt{\frac{3E_0}{2\pi r^3 d}+{v_1}^2}=\sqrt{\frac{2.87\times10^4}{r^3}+1.44}\times10^4\ \mathrm{m/s}$$

これをグラフにしたのが，図１である。

図１



　隕石が地球に突入する速度は15km/s～20km/sと言われている。このグラフより突入した隕石の半径は22m～32m程度と推定される。ここでは中央値として $v_0=1.8\times10^4$m/sとすると， $r=25$mとなる。この値で計算してみることにする。この隕石の突入の様子を示したのが図２である。

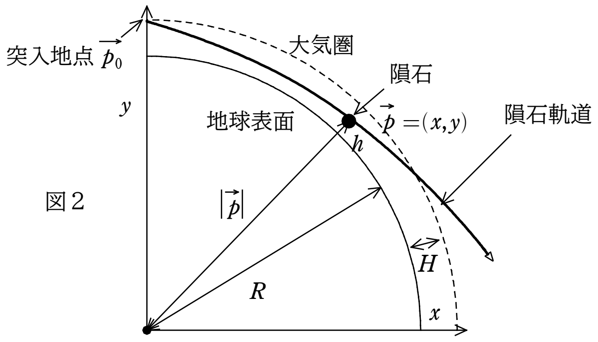


図２

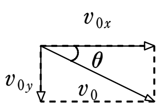


図３

　大気圏の厚さを H とし，地球半径を R，地球中心を原点とする。隕石が大気圏に突入した位置を $\vec{p}_0=(0,R+H)$ とし，その時刻を0とする。また，突入角度を図３に示すように水平下向きにθとすると，隕石の初速度 $\vec{v_0}$は

$\vec{v_0}=(v_{0x},v_{0y})=$（（②［$v_0,\theta$］），（③［$v_0,\theta$］））

となる。時刻 tにおける隕石の位置座標Pを $\vec{p}=(x,y)$，速度を $\vec{v}=(v_x,v_y)$，加速度を $\vec{a}=(a_x,a_y)$ とする。この瞬間の地球中心からの距離は$|\vec{p}|=$（④［x,y］） であらわされるので，隕石の地表からの高さ h は $h=$（⑤［$|\vec{p}|$，R］） となる。

万有引力定数を G，地球質量を M とすると，Pにおける重力加速度を$\vec{g}$とすると， 重力加速度の大きさ $|\vec{g}|=$ （⑥［$|\vec{p}|,G,M$］） であらわされる。よって，

$$\vec{g}=-\left(|\vec{g}|\frac{x}{|\vec{p}|},|\vec{g}|\frac{y}{|\vec{p}|}\right)=-\frac{GM}{|\vec{p}|^3}\vec{p}$$

となる。この隕石にはたらく力を示したのが図４である。

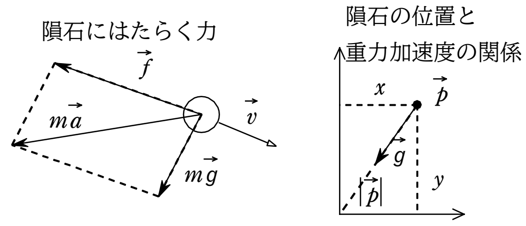


図４

　隕石に対する空気抵抗を $\vec{f}$とすると，方向は速度 $\vec{v}$ の逆向きで，その大きさ f は $f=|\vec{f}|=\dfrac{1}{2}C_D\rho S v^2$ であらわされるとされている。ここで， v は隕石の速さで $v=|\vec{v}|=\sqrt{{v_x}^2+{v_y}^2}$ であらわされ，S は断面積で $S=\pi r^2$，ρは大気密度である。 上空における大気密度は高度を h[m]として，$\rho=1.3\times(0.865)^{-\frac{h}{1000}}$[kg/m³]で近似される。$C_D$ は空気抵抗係数と呼ばれている定数で物体の形によって変化する定数である。球の場合 $C_D=0.50$程度とされている。

$\vec{f}=-\left(f\dfrac{v_x}{v},f\dfrac{v_y}{v}\right)=-\dfrac{f}{v}\vec{v}$ であらわされるので，運動方程式より，

$$\vec{a}=（⑦［\vec{f},\vec{g},m］）=-\frac{f}{mv}\vec{v}-\frac{GM}{|\vec{p}|^3}\vec{p}=-\frac{3}{8}\frac{C_D\rho}{rd}|\vec{v}|\vec{v}-\frac{GM}{|\vec{p}|^3}\vec{p}$$

　これらの値を用いて，ある瞬間から短い時間間隔Δtの間は $\vec{a},\vec{v}$が一定であるとして時間Δt後の速度 $\vec{v'}$は$\vec{v'}=$（⑧［$\vec{v},\vec{a},\Delta t$］），位置$\vec{p'}$は $\vec{p'}=$（⑨［$\vec{p},\vec{v},\Delta t$］）で求められる。以降 $\vec{v'}$, $\vec{p'}$を新たに $\vec{v}$, $\vec{p}$ として，再び同じ計算を繰り返す。このようにすると，隕石の軌道が計算できる。このような計算をシミュレーション計算と呼んでいる。そして， $\vec{p}$ から計算した高度 h が大気圏外に達する（ $h>H$ ）か，地面に激突（ $h<0$ ）すると終了する。フローチャートにすると図５のようになる。

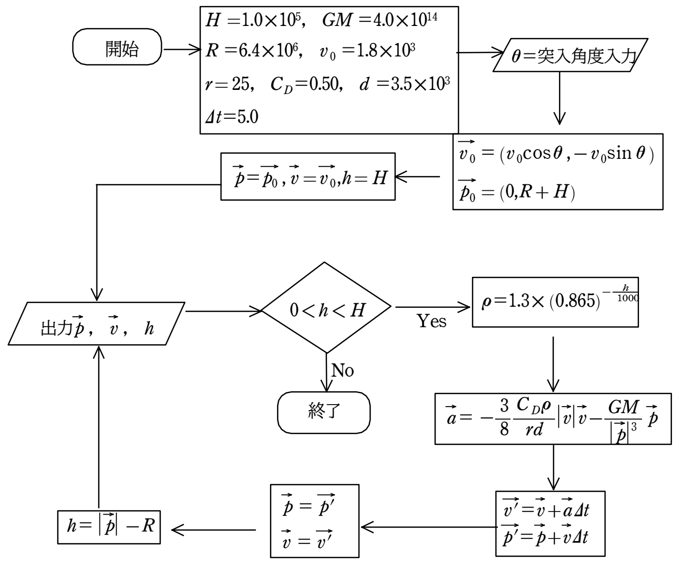


図５

　このフローチャートをもとにプログラムを組んで計算すると，以下の結果となった。

　図６は隕石の突入角度を色々と変えた時の，その隕石が大気摩擦によって放出するエネルギーと，最終速度を表している。最終速度とは大気圏外に出た場合は，大気圏外に出る直前の速度であり，地上に落下した場合は地上への激突速度を意味している。放出エネルギーの単位はTNT火薬換算でメガトンを表している。図７は突入角度を変えた時，突入後の隕石の最低高度を表している。凡例で「脱出」とあるのは脱出速度を超えて脱出した場合を意味し，「再突入」とは一度大気圏外に出たが，脱出速度に達していないために，楕円軌道を描き再び落下する場合を意味する。また，「上昇後落下」は一度上昇するが，大気圏外に出ることなく再び降下し，地面に激突することを意味し，「落下」はそのまま直接地上に落下することを意味している。

図６

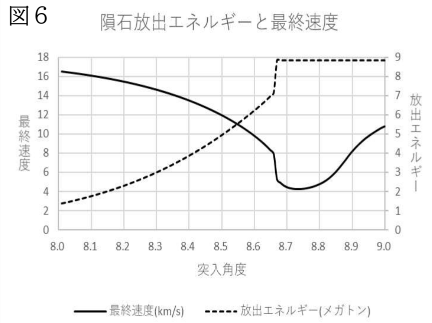
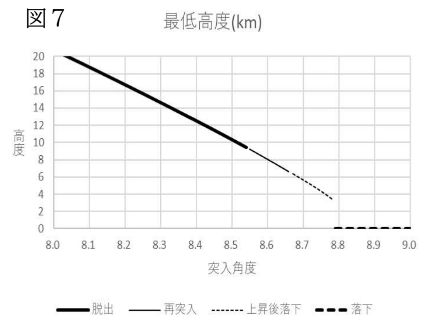


図７



ツングースカ隕石は上空（⑩［数値］）km程で，5メガトンのエネルギーを放出し再び宇宙に飛び去ったとされている。これら条件を満たす隕石の突入角度は（⑪［数値］）°である。（⑫［数値］）°以上の角度では大気圏外に脱出することなく地面に激突する。

図８

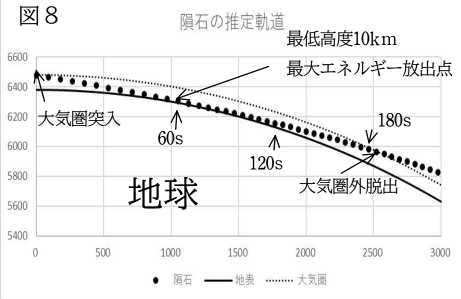


図９

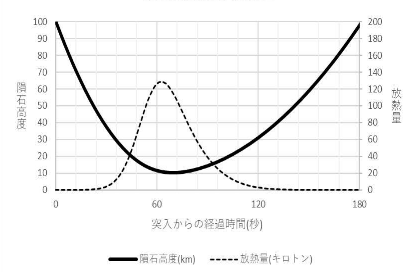


図８は大気圏突入後5秒ごとの隕石の位置を表しており，図９は突入後の時間経過と隕石の地上からの高度を表しており，大気との摩擦による1秒間あたり仕事の大きさが，隕石の放熱量とすれば，放熱量 W は $W=fv$ で表され，図９は WをTNT火薬換算キロトン単位に変換して表示している。この隕石は大気圏突入後約60秒後に上空（⑬［数値］）kmに達し，その瞬間最大エネルギーの放出があり，その大きさはTNT火薬換算130キロトンであり，広島型原爆の放出エネルギーが15キロトンであることから，この瞬間，1秒間あたり原爆8.5個分のエネルギーが放出されたことになる。このエネルギーは地上温度を1000℃ほどに上昇させる。

図９より，エネルギー放出量が多いのは上空10km程度の位置であり，これより低くなると，空気圧が隕石の耐圧を超えるので隕石が空中分解を起こす。この場合は隕石の破片が多量に見つかるはずなので，隕石の最低高度は10km程度以上であると思われる。

このように半径25mの石質隕石が18km/sで（⑪）°の角度で大気圏に突入すると，ツングースカ大爆発の状況とよく一致する事が分かる。突入角度が（⑪）°からほんの少しずれてもツングースカ大爆発の事実と大きくずれることになる。

解説

① 大気圏突入時と大気圏から脱出時の運動エネルギーの差 $\dfrac{1}{2}m({v_0}^2-{v_1}^2)$

② 図３より初速度の水平方向成分 $v_0\cos\theta$

③ 図３より初速度の鉛直方向成分（下向きであることに注意） $-v_0\sin\theta$

④ 座標 (x,y) なので，三平方の定理より， $\sqrt{x^2+y^2}$

⑤ 地心からの距離 $|\vec{p}|$ と地球半径 R の差なので， $|\vec{p}|-R$

⑥ 万有引力の法則 $F=\dfrac{GMm}{r^2}$ で自転の影響は無視できるので，万有引力＝重力とおけるので， $mg=\dfrac{GMm}{r^2}$ となり， $g=\dfrac{GM}{r^2}$ よって， $\dfrac{GM}{|\vec{p}|^2}$

⑦ 図４より， $m\vec{a}=\vec{f}+m\vec{g}$ が成り立つ。よって， $\vec{a}=\dfrac{\vec{f}}{m}+\vec{g}$

⑧ $v=v_0+at$ より， $\vec{v}+\vec{a}\varDelta t$

⑨ 位置変化は $\vec{v}\varDelta t$ なので， $\vec{p}+\vec{v}\varDelta t$

⑩ 問題文中の数値より １０

⑪ 図６より，８．５

⑫ 図６より，８．７

⑬ 図９より，１０