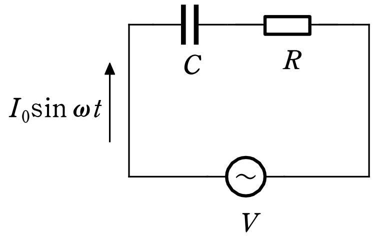
８．コンデンサーと抵抗

交流電源に複数の装置をつないだ場合、電流はどうなるか、考えてみよう。まずは抵抗とコンデンサーを交流電源につないだ場合である。

今までは電源電圧から、電流を求めていたが直列配線の場合、電流は一定であるから電流から電圧を求めるほうが簡単であるからである。

電圧から電流を求める場合は抵抗の電圧とコンデンサーの電圧の和を求めなければならないが、後で述べるとおりこの和を求めるのが一大事なのである。



(1) 瞬間値の計算

基本的に計算方法は3通りある。①三角関数の合成、②ベクトル合成、③複素数計算である。一つ一つ紹介しておく。

この回路を流れる電流を$I_0\sin\omega t$とすると、抵抗、コンデンサーの電圧V_R、V_Cは

$$V_R=RI=RI_0\sin\omega t$$

$$V_C=\frac{I_0}{\omega C}\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)$$

である。これを用いて3通りの計算する。

① 三角関数の合成

瞬時値に関しては直流の公式はすべて使えるので、

$$V=V_R+V_C=RI_0\sin\omega t+\frac{I_0}{\omega C}\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)=RI_0\sin\omega t-\frac{I_0}{\omega C}\cos\omega t$$

ここからは三角関数の合成を行なう。

三角関数の合成公式（数学）

$$a\sin\theta+b\cos\theta=\sqrt{a^2+b^2}\left(\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\sin\theta-\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\cos\theta\right)$$

ここで、$\begin{cases}\cos\phi=\dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\\ \sin\phi=\dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\end{cases}$

とおくと、　$\tan\phi=\dfrac{b}{a}$ となる。

よって、

$$a\sin\theta+b\cos\theta=\sqrt{a^2+b^2}\sin(\theta-\phi)\qquad\tan\phi=\frac{b}{a}$$

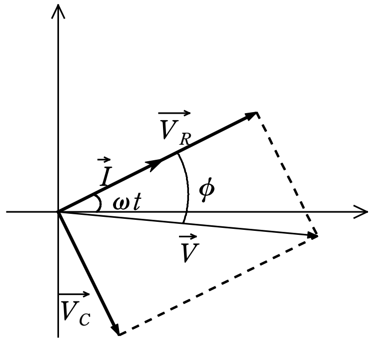
これが三角関数の合成公式である。

この公式を使うと、

$$V=RI_0\sin\omega t-\frac{I_0}{\omega C}\cos\omega t=I_0\sqrt{R^2+\frac{1}{\omega^2C^2}}\sin(\omega t-\phi)$$

② ベクトルの合成

三角関数の合成をベクトルを用いて計算するものである。座標平面上に方向角ωt、大きさI_0の電流ベクトル$\vec{I}$を書き込む。それをもとに、抵抗は位相のずれがなく大きさのみIRになる事を利用し、電圧ベクトル$\vec{V_R}$（大きさI_0R、方向角ωt）を書く。次にコンデンサーの電圧ベクトル$\vec{V_C}$（方向角$\omega t-\frac{\pi}{2}$、大きさ$\frac{I_0}{\omega C}$）を書く。



電圧ベクトル$\vec{V}$は$\vec{V}=\vec{V_R}+\vec{V_C}$であり、$\vec{V_R}\perp\vec{V_C}$であるから大きさは三平方の定理で求められる。

その結果$\vec{V}$の大きさは$I_0\sqrt{R^2+\frac{1}{\omega^2C^2}}$、位相の遅れ$\phi$は$\tan\phi=-\frac{\frac{I_0}{\omega C}}{RI_0}=-\frac{1}{\omega CR}$となる。

③ 複素数の利用

電流･電圧を複素数で表わすと、

$\dot{V}_R=R\dot{I}$、$\dot{V}_C=-\frac{i}{\omega C}\dot{I}$

これより、

$\dot{V}=\dot{V}_R+\dot{V}_C=\left(R-\frac{i}{\omega C}\right)\dot{I}$

この複素数の大きさは

$\left|R-\frac{i}{\omega C}\right|=\sqrt{R^2+\frac{1}{\omega^2C^2}}$

最大電圧は$\dot{I}$の最大値がI_0であることを用いて、$I_0\sqrt{R^2+\frac{1}{\omega^2C^2}}$となる。

位相の遅れϕは，複素数$a+bi$で

$\tan(arg(a+bi))=\frac{b}{a}$となるので

$\tan\phi=\tan\left(arg\left(R-\frac{i}{\omega C}\right)\right)=-\frac{1}{\omega CR}$

三角関数･ベクトル･複素数はいずれも瞬間値であるからそのまま和を求めて計算できるのである。

⑵ 実効値による計算

実効値は最大値の$\frac{\sqrt{2}}{2}$倍の大きさであるので、ベクトルあるいは複素数を利用して大きさのみ求めればよい。この回路の電流実効値をI_eとするとき、リアクタンス･オームの

法則を用いて

$$V_{Re}=RI_e \quad 、\quad V_{Ce}=\frac{I_e}{\omega C}$$

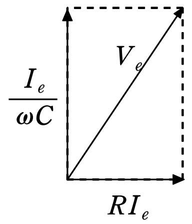
である。しかし$V_e=V_{Re}+V_{Ce}$としてはならない。(1)のベクトルや複素数は瞬間値であるから単純和が可能であるが、実効値は平均値であるから単純和を求めてはならないのである。

① ベクトルを使う方法

(1)のベクトルの考え方より、直角方向の三平方の定理で求められることが分かる。

三平方の定理より、

$$V_e=\sqrt{R^2+\frac{1}{\omega^2C^2}}\,I_e$$



となる。この式は$\sqrt{R^2+\frac{1}{\omega^2C^2}}$を抵抗としたオームの法則に似ている。このときの$\sqrt{R^2+\frac{1}{\omega^2C^2}}$をインピーダンスという。

インピーダンスは実効値で計算する時の抵抗と考えられる。

(3) 抵抗とコンデンサーの交流回路を流れる電流と周波数の関係

この回路を流れる電流は角周波数ωによって変化している。グラフを描いて電流がどのように変化するのか確認してみよう。

電流実効値は次のようになる。

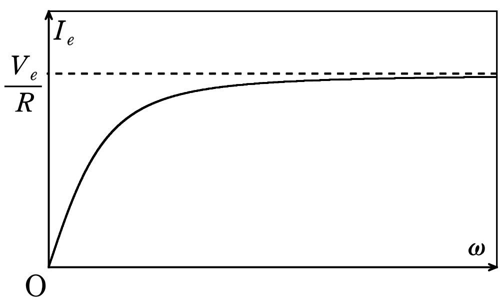
$$I_e=\frac{V_e}{\sqrt{R^2+\frac{1}{\omega^2C^2}}}$$

ここで、

$\lim_{\omega\to 0} I_e=0$ であり、$\lim_{\omega\to\infty} I_e=\frac{V_e}{R}$であることを利用すると、

右のようなグラフになる。

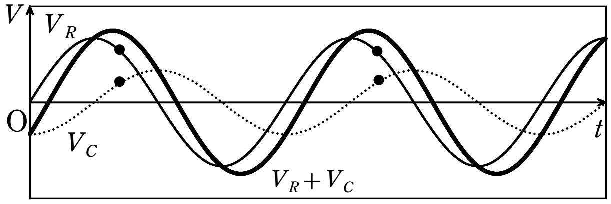
これを見ると、コンデンサーは周波数が低いほど電流を流しにくく、周波数が高いほど電流を流しやすいことが分かる。$\omega=0$は直流を意味し直流では電流は流れない。また、$\omega\to\infty$の高周波は電流が$\frac{V_e}{R}$から導線と同じになっていることが分かる。



(4) 電圧が実効値の和にならない理由

コンデンサーの電圧実効値をV_{Ce}、抵抗の電圧実効値V_{Re}とし、直列回路全体の実効値

をVとしたとき、直流回路であれば$V=V_{Ce}+V_{Re}$が成立するが、交流回路ではこの式は成立しないのである。その理由はグラフを描けば明らかである。



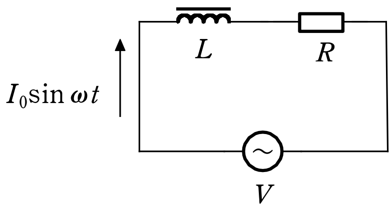
実効値は最大値の$\frac{\sqrt{2}}{2}$倍の値であるが、最大値になる時刻がコンデンサーと抵抗で異なるのである。実効値の和を求めることは最大値の和を求めて$\frac{\sqrt{2}}{2}$倍することになるのであるが、コンデンサーと抵抗の最大値が一致する瞬間は存在しない。そのために実効値の和を求めても意味がないのである。和が最大値になるのはグラフの黒点の場所である。逆に言えば

「最大になる瞬間が一致するときのみ、実効値による直流計算が可能である。」

といえる。

９．抵抗とコイル

コイルと抵抗をつないだ場合はどうなるのであろうか？この場合もコンデンサーと抵抗の場合と同じように計算ができる。



この回路に電流

$I=I_0\sin\omega t$

が流れているとすれば

$$V_L=\omega LI_0\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)=\omega LI_0\cos\omega t$$

$$V_R=RI_0\sin\omega t$$

これより、

$$V=V_R+V_L=RI_0\sin\omega t+\omega LI_0\cos\omega t$$

合成すると、

$$=I_0\sqrt{R^2+\omega^2L^2}\sin(\omega t+\phi) \qquad \tan\phi=\frac{\omega L}{R}$$

$I_0\sqrt{R^2+\omega^2L^2}$が電圧の最大値を示すので

$$V_0=I_0\sqrt{R^2+\omega^2L^2}$$

両辺を$\sqrt{2}$で割ると実効値になり、

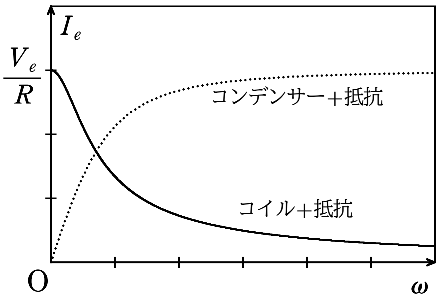
$$V_e=\sqrt{R^2+\omega^2L^2}\,I_e$$

この時の$\sqrt{R^2+\omega^2L^2}$がインピーダンスである。これは、

$$I_e=\frac{V_e}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}$$

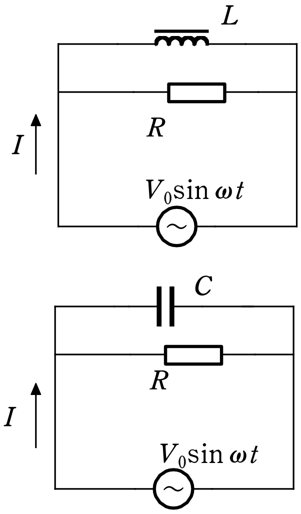
となる。これは、$\lim_{\omega\to0}I_e=\frac{V_e}{R}$、$\lim_{\omega\to\infty}I_e=0$である。これを利用してグラフを描くと、右図のようになる。このグラフより、コイルは低周波ほど電流を流しやすく、高周波になるほど流しにくいことが分かる。

コンデンサー＋抵抗と、コイル＋抵抗は逆のグラフとなる。コイルとコンデンサーは周波数において逆の性質を持つのである。



10．並列接続

右図は並列のRL回路とRC回路である。それぞれのインピーダンスを計算してみよう。



(1)　RL回路

$$I_L=\frac{1}{\omega L}V_0\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{1}{\omega L}V_0\cos\omega t$$

$$I_R=\frac{V_0}{R}\sin\omega t$$

$$I=I_R+I_L=\frac{V_0}{R}\sin\omega t-\frac{1}{\omega L}V_0\cos\omega t$$

$$=V_0\sqrt{\frac{1}{R^2}+\frac{1}{\omega^2L^2}}\sin(\omega t+\phi)$$

$$\tan\phi=-\frac{R}{\omega L}$$

最大値は

$$I_0=V_0\sqrt{\frac{1}{R^2}+\frac{1}{\omega^2L^2}}\quad より$$

$$V_0=\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2}+\frac{1}{\omega^2L^2}}}I_0$$

インピーダンスは$\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2}+\frac{1}{\omega^2L^2}}}=\frac{\omega RL}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}$

(2)　RC回路

$$I_C=\omega CV_0\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)=\omega CV_0\cos\omega t$$

$$I_R=\frac{V_0}{R}\sin\omega t$$

$$I=I_R+I_C=\frac{V_0}{R}\sin\omega t+\omega CV_0\cos\omega t$$

$$=V_0\sqrt{\frac{1}{R^2}+\omega^2C^2}\sin(\omega t+\phi)$$

$$\tan\phi=-\omega CR$$

最大値は

$$I_0=V_0\sqrt{\frac{1}{R^2}+\omega^2C^2}$$　より

$$V_0=\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2}+\omega^2C^2}}I_0$$

インピーダンスは$\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2}+\omega^2C^2}}=\frac{R}{\sqrt{1+\omega^2C^2R^2}}$

(3)　複素数による計算

複素数を使う場合は直流計算とまったく同じように計算できる。
並列RC回路で計算してみよう。

複素インピーダンスZは　直流と同じように並列の合成抵抗を使って

$$\frac{1}{Z}=\frac{1}{R}+\frac{1}{-\frac{i}{\omega C}}$$

簡単にすると　$Z=\frac{R(1-R\omega Ci)}{1+R^2\omega^2C^2}$

インピーダンスは$|Z|=\frac{R}{\sqrt{1+\omega^2C^2R^2}}$

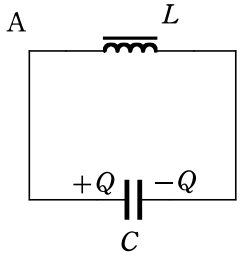
位相のずれをϕとすると　$\tan(arg(Z))=-R\omega C$

複素数を用いると比較的簡単に計算することができる。

11.　共振回路

⑴　振動過程

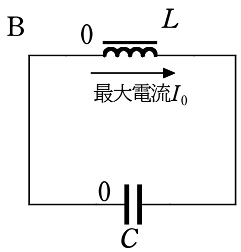
A:コンデンサー満タンのとき



　右のようにコンデンサーとコイルをつないだ回路を共振回路という。この回路を流れる電流について考えてみよう。この回路には電源がないので、最初コンデンサーにたまっていた電流が流れるようになる。最初コンデンサーに$+Q$の電気量がたまっていた（左が正極）とする。この状態をAとする。当然ながらこの瞬間電流は0で、コンデンサーにかかる電圧は$V=\dfrac{Q}{C}$である。

「コンデンサーが満タンの時電流は0である。」

B:コンデンサーが空になったとき

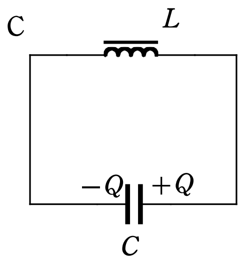


　この状態から電流は次第に増加し、たまっている電気量は減少する。そして、しばらくたつとコンデンサーの電気量は0になる瞬間が来る。このときの状態をBとする。
このときはコンデンサーにかかる電圧は0で、同時にコイルの電圧も0となる。$V=-L\dfrac{dI}{dt}$より、$\dfrac{dI}{dt}=0$になる。電流を微分したものが0とは電流がこの瞬間最大値になっているということを意味する。

「コンデンサーが空のとき最大電流が流れる」

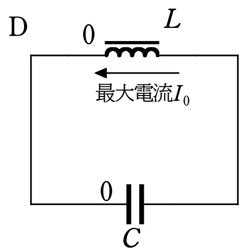
C:コンデンサーが逆に満タンになった時

　Bの瞬間にコンデンサーが空なのに電流が流れているためにコンデンサーの右側に＋電荷がたまるようになる。コンデンサーにたまった電荷により生じた電圧が電流の流れを妨げ電流は次第に少なくなる。
そして、いつか電流が0になるときがくる。そのときはこれ以上電荷がたまらないのであるからコンデンサーは満タンになっている。この状態をCとする。Cの状態ではコンデンサーにQの電気量がたまっている。Aの状態と逆方向ではあるが同じ状態になっているといえる。

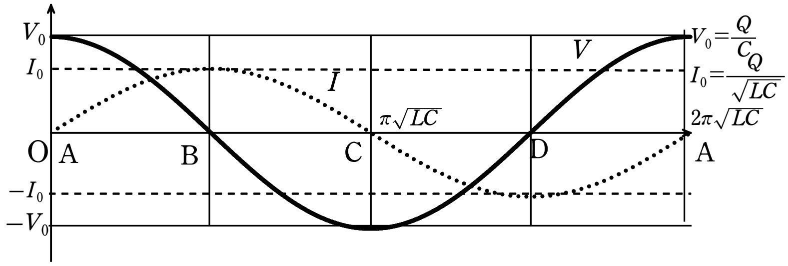


D:コンデンサーが再び空になった時

Cの状態を過ぎた後、今度は今までと逆方向に電流が流れ始める。そして、その電流は次第に増加し、コンデンサーにたまっている電気量は再び現象を始める。そして、コンデンサーが再び空になる瞬間がやってくる。このときはBとは逆向きの最大電流が流れている。この状態をDとする。



この後、コンデンサーの左側に＋電荷がたまり再びAの状態になる。この過程が繰り返されるのである。
ここまでの過程をグラフにすると、下のようになる。



(2) 最大電流の計算

このときの電流は通常で求めるのは難しいのでエネルギー保存則を使う。最初コンデンサーにたまっていたエネルギーUは$U=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$であった。Bの状態では、コンデンサーが空なので、コンデンサーにたまっているエネルギーは0で元コンデンサーにたまっていたエネルギーはすべてコイルにたまっていることになる。コイルに流れている電流がI_0であるとすると、そのエネルギーは$\frac{1}{2}LI_0{}^2$で表わされることになる。これは最初コンデンサーにたまっていたエネルギーと等しい。よって、

$$U=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}=\frac{1}{2}LI_0{}^2$$

これにより、最大電流I_0は

$$I_0=\frac{Q}{\sqrt{LC}}$$

となる。

(3) 振動周期

それではこの回路の振動周期はどのようにして求めることができるのであろうか？複数の方法があるが、最初に簡略化した方法で述べ、後で詳しい方法を述べる。詳しい方法は参考程度と考えてもらえばよい。

＜簡略化した方法＞

この回路において、電圧一周＝0より、コイルの電圧が最大のときコンデンサーの電圧が最大になっていることが分かる。最大になる瞬間が一致しているので、直流と同様に実

効値で計算が可能（最大値が一致しないときは実効値での計算は不可能）である。

この回路を電流I_e流れるとする。コイルのリアクタンスがωL、コンデンサーのリアクタンスが$\frac{1}{\omega C}$であるので、コイルにかかる電圧はωLI_e、コンデンサーにかかる電圧は$\frac{I_e}{\omega C}$である。この回路ではコイルとコンデンサーの電圧の最大値が一致し、実効値は最大値の$\frac{\sqrt{2}}{2}$倍であるから、実効値も一致することになる。よって、

$$\omega LI_e=\frac{I_e}{\omega C}$$

この方程式を解くと

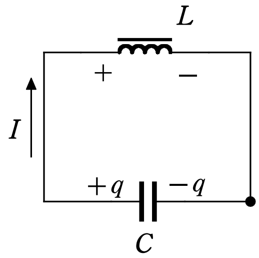
$$\omega=\frac{1}{\sqrt{LC}}$$

振動周期は$T=\frac{2\pi}{\omega}$　より、　$T=2\pi\sqrt{LC}$

となる。

＜詳しい方法＞

この回路を流れる電流をIとし、このときにコンデンサーにたまっている電気量をqとする。電圧1周＝0でなければならず、コイルには左側が＋の電圧がかかっているので、電流は増加中である。（コイルは電流変化を妨げる方向に起電力を生じる。電流が増加している場合それを妨げようと逆向きに起電力が生じる）



よって、$\frac{dI}{dt}>0$となる。これを利用して電圧1周＝0で黒点から右回りに方程式を立てると、

$$+\frac{q}{C}-L\frac{dI}{dt}=0 \qquad \cdots①$$

となる。ここで、微小時間dt電流が流れたとすると、Idtの電気量がコンデンサーから流れ、コンデンサーの電気量が減少するので、その量を$-dq$であらわすと、$-dq=Idt$

よって、$\frac{dq}{dt}=-I$となる。この式を使うため、①式を微分すると、

$$\frac{1}{C}\frac{dq}{dt}-L\frac{d^2I}{dt^2}=0$$

これは、

$$\frac{d^2I}{dt^2}+\frac{1}{LC}I=0 \qquad \cdots②$$

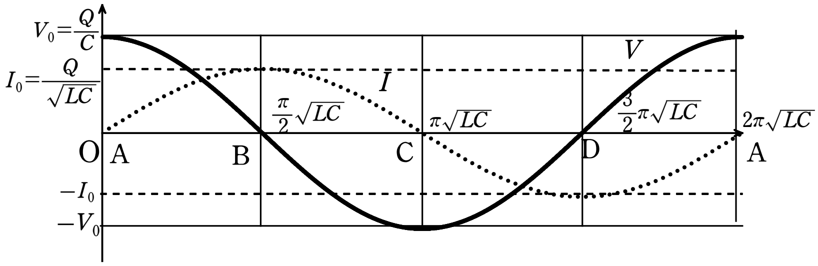
となる。

グラフの概形より　$I=I_0\sin\omega t$ と置けることが分かる。これを②に代入すると

$$-I_0\omega^2\sin\omega t+\frac{I_0}{LC}\sin\omega t=0$$

これを解くと　$\omega=\frac{1}{\sqrt{LC}}$

となる。　よって、



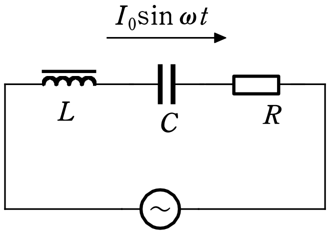
実線が電圧のグラフ、電流が破線のグラフである。A、B、C、Dは(1)の状態を示す。このグラフを描けるようにしておくと共振回路の問題はすべて解けるであろう。

12.　RLC直列回路

抵抗･コイル･コンデンサーをすべて使った回路について最後に考えてみよう。

(1)　電圧の計算

右の図のような回路において、電流が$I_0\sin\omega t$流れているとすると、各装置の電圧は



$V_R=RI_0\sin\omega t$

$V_C=\frac{I_0}{\omega C}\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)$

$V_L=\omega LI_0\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)$

これより、全体の電圧を求める方法は、三角関数の合成･ベクトル合成･複素数の利用と三通りある。ここでは三角関数の合成で解を求める。

$$V=V_R+V_C+V_L=RI_0\sin\omega t+\frac{I_0}{\omega C}\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)+\omega LI_0\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)$$

$$=RI_0\sin\omega t+\left(\omega LI_0-\frac{I_0}{\omega C}\right)\cos\omega t$$

$$=I_0\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}\sin(\omega t+\phi)\qquad \tan\phi=\frac{R}{\omega L-\frac{1}{\omega C}}$$

ここで、大きさは

$$V_0=I_0\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

であるので、インピーダンスは$\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}$である。

(2) 回路を流れる電流

これを実効値で表わすと、

$$V_e=I_e\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

これは、

$$I_e=\frac{V_e}{\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

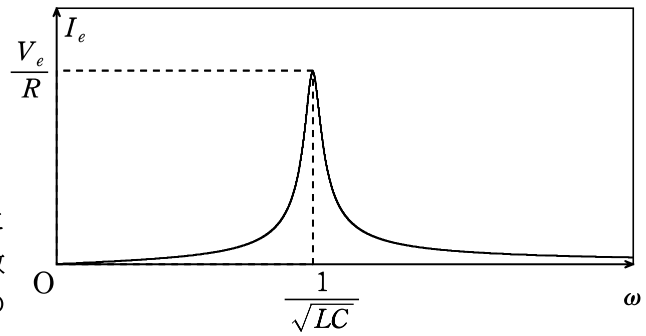
この回路で電流を最大に流すωは上の式の分母を最小にするときであり、それは

$\omega L-\dfrac{1}{\omega C}=0$になるときである。このときの$\omega$は

$$\omega=\frac{1}{\sqrt{LC}}$$

のときであるが、これは共振回路の共振周波数と同じである。共振周波数と電源の周波数が一致するときに最大電流が流れる。これは共振現象である。これがためにコイルとコンデンサーの回路を共振回路というのである。

これをグラフにすると、右図のようになる。これをみると特定の周波数のときのみ電流が流れる様子が良くわかる。



この性質があるために、テレビやラジオのアンテナに入ってくるさまざまな周波数の電波のうち特定の周波数の電流のみ取り出す装置に使えるのである。

13. RLC並列回路

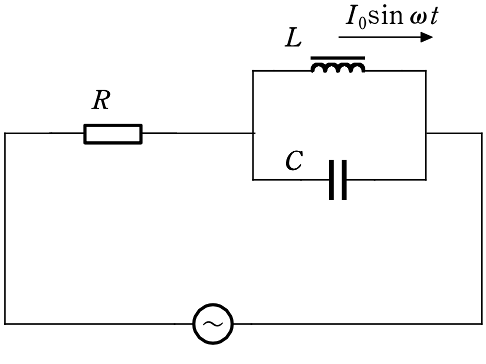
(1) RLC並列回路の電流

右図のような回路において

この回路を流れる電流はどのようなものであるかを考えてみよう。

いま、コイルを流れる

電流を$I_0\sin\omega t$とすると、V_C、V_Lは



$$V_C=V_L=\omega LI_0\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)$$
$$=\omega LI_0\cos\omega t$$

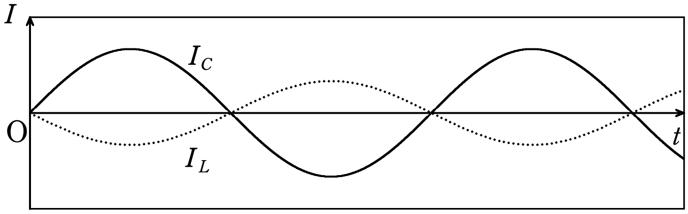
である。よって、I_Lは

$$I_L = \omega C\omega L I_0 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = -\omega^2 LCI_0 \sin\omega t$$

ここで、I_Rは

$$I_R = I_L + I_C = -\omega^2 LCI_0 \sin\omega t + I_0 \sin\omega t = (1-\omega^2 LC)I_0 \sin\omega t$$

である。この回路においてI_LとI_Cのグラフを描くと次のようになる。



このグラフより、コイルを流れる電流とコンデンサーを流れる電流が逆位相であることが分かる。

このために、実効値で計算するときは実効値の差を求めればよいのである。よって、$I_{Re} = I_{Ce} - I_{Le}$で実効値の電流計算が可能である。このように実効値で電流や電圧の計算をするときはそれぞれの位相のずれがどうなっているのかを把握した上で行なわなければならない。位相のずれによって実効値の計算方法が異なるのである。

この回路では、I_LとI_Cは必ず異符号になるのである。つまり、必ず逆向きに電流が流れていることになる。もし、その絶対値が同じであるならば、抵抗にまったく電流が流れなくなる。それは、$1-\omega^2 LC = 0$のときで、そのときのωは$\omega = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$となり、これまた、共振周波数である。この回路は共振周波数のとき電流が流れなくなる回路である。

(2)　電源電圧

コイルとコンデンサーにかかる電圧は$V_C = V_L = \omega LI_0 \cos\omega t$である。ここで、抵抗を流れる電流が$(1-\omega^2 LC)I_0 \sin\omega t$であるので、抵抗にかかる電圧$V_R$は

$$V_R = R(1-\omega^2 LC)I_0 \sin\omega t$$

である。よって、電源電圧Vは

$$V = V_R + V_C = R(1-\omega^2 LC)I_0 \sin\omega t + \omega LI_0 \cos\omega t$$

$$= \sqrt{R^2(1-\omega^2 LC)^2 + \omega^2 L^2}\, I_0 \sin(\omega t + \phi)$$

位相のずれは　　$\tan\phi = \dfrac{\omega L}{R(1-\omega^2 LC)}$

回路全体の電流$I_R = (1-\omega^2 LC)I_0 \sin\omega t$であらわすと

$$= \sqrt{R^2 + \left(\frac{\omega L}{1-\omega^2 LC}\right)^2} \times (1-\omega^2 LC)I_0 \sin(\omega t + \phi)$$

位相のずれは　　$\tan\phi = \dfrac{\dfrac{1}{\omega C}}{R\left(1-\dfrac{1}{\omega LC}\right)} = \dfrac{L}{R(\omega LC - 1)}$

これによりインピーダンスは$\sqrt{R^2 + \left(\dfrac{\omega L}{1-\omega^2 LC}\right)^2}$であることが分かる。

⑶　周波数と電流との関係

実効値で表わすと、

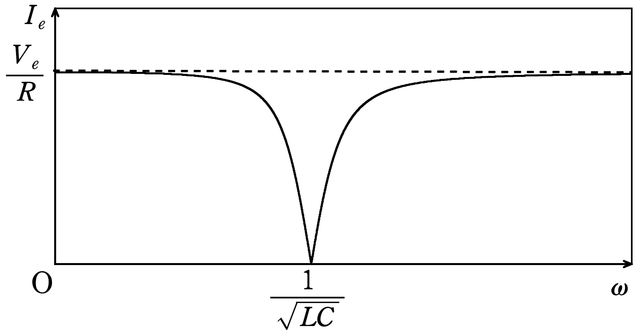
$$V_e=\sqrt{R^2+\left(\frac{\omega L}{1-\omega^2 LC}\right)^2}\,I_e$$

これは、

$$I_e=\frac{V_e}{\sqrt{R^2+\left(\frac{\omega L}{1-\omega^2 LC}\right)^2}}$$

この電流の最小値は分母が無限大になるときで、$\omega=\frac{1}{\sqrt{LC}}$のとき$I_e=0$である。また、$\omega=0$と$\omega\to\infty$のときはともに、$I_e=\frac{V_e}{R}$である。

これを元にグラフを描くと

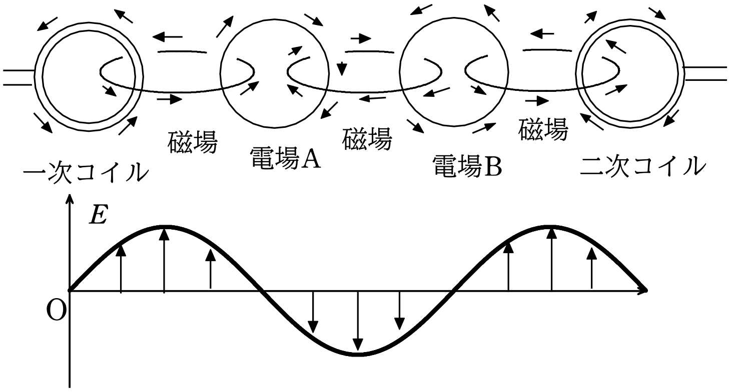


このグラフより、RLC直列回路と逆で共振周波数の時のみ電流が流れない回路であることが分かる。

この回路に直流と交流を混ぜた電圧をかけると、交流のみをカットする。交流回路にダイオードをつけることにより交流を一方通行にできる。その回路は交流と直流をあわせた電流に似た電流を流す。そのダイオード回路にこの回路を取り付けると、直流に近い電流となる。よって、この回路を平滑回路ともいう。

14．電磁波とは

相互誘導は離れている導線間に、電流が流れる現象である。一次コイルと二次コイルを遠く離しても二次コイルに微弱ながら電流が流れることになる。これは、一次コイルと二次コイルの間を磁束の変化が伝わっているからと考えられる。

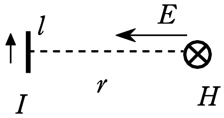


上の図において一次コイルに電場が生じ左回りに電流が増加すると、コイル内を手前向きに磁場（磁束線）が発生する。磁束線は必ず閉曲線になるので、離れたところに電場Aを生じる電場Aは新しく磁場を発生し、その磁場が電場Bを生じる。電場Bが以前と同じように磁場を発生し、この磁場が二次コイル内に入り込み二次コイルに電場が生じ、二次コイルに電流が流れる。このように電場の変化が磁場を生じ、磁場の変化が電場を生じて次々に伝わっていく波を電磁波という。

この電磁波において、電場の鉛直成分だけをグラフにしたのが下のグラフである。正弦波の形をしていることが分かる。

15．電場が磁場を生じる仕組み

電流の周りには磁場を生じている。ビオ･サバールの法則より、長さlの導線に電流Iが流れているとき導線から直角方向にr離れた位置に生じる磁場は右図のように紙面向こう向きに



$H=\dfrac{Il}{4\pi r^2}$　…①であらわされる。

また、同じ位置における電場の強さEは導線内の自由電子の電気量をQとすると、

$E=\dfrac{Q}{4\pi r^2\varepsilon_0}$　…②である。

ここで、$I=envS$より、$Il=envSl$となり、この式の中のnSlは導線の体積と1m^{3}中の自由電子数の積であるから、導線内の自由電子数になる。よって、$Q=enSl$とあらわされ、$Il=Qv$　…③　の関係が導かれる。

この3式を整理すると、

$$H=\frac{Il}{4\pi r^2}=\frac{Qv}{4\pi r^2}=\frac{4\pi r^2\varepsilon_0 Ev}{4\pi r^2}=\varepsilon_0 vE$$

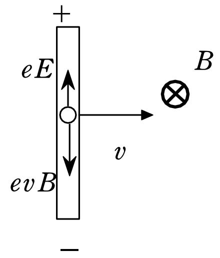
となる。

ここまでをまとめると、電場Eは$H=\varepsilon_0 vE$となる磁場を発生していることになる。上の図を見て分かるように電場と磁場は互いに直角方向で、その大きさは互いに比例している。

16．磁場が電場を生じる仕組み

磁場の変化は磁束の変化となり、電磁誘導により電場を生じる。次にこの関係を考えてみよう。

右図のような磁束密度Bの空間で導線を右方向にvの速さで動かすとローレンツ力が下方向に作用するために自由電子が下方向に集まり、下向きに電場が生じる。この電場の強さはローレンツ力とつりあうまで自由電子が移動する。そのために



$eE=evB$

なる関係が成り立つ。よって、$E=vB$である。

これは、$B=\mu_0 H$を使えば、$E=v\mu_0 H$となる。

空間上で考えるならば磁束密度Bはその大きさに比例する電場Eを磁束と直角方向に発生することになる。

17．電磁波が伝わる速度

(1) 電磁波の伝播速度

このように磁場は電流を、電場は磁場を互いに発生する能力を持っている。どちらも電荷が速度vで移動したときに発生しているので、磁場、電場はそれぞれが変化したときに互いに相手を直角方向に発生することになる。電場の変化が磁場を発生し、発生した磁場の変化が電場を発生するという状態が空間を伝わる。これが、電磁波の原理である。

電場が磁場を発生する式　　$H=\varepsilon_0 vE$

磁場が電場を発生する式　　$E=v\mu_0 H$

この2式を互いにかけると、　$HE=\varepsilon_0\mu_0 v^2 EH$

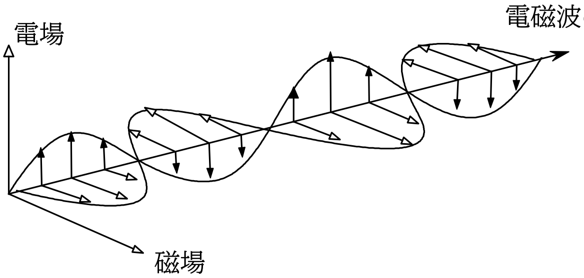
これより、　$v=\dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$となる。

$\varepsilon_0=8.85\times10^{-12}\mathrm{F/m}$、　$\mu_0=1.26\times10^{-4}\mathrm{N/A^2}$

を代入して速度vを計算すると、$v=3.00\times10^{8}\mathrm{m/s}$となる。

これは、光速度である。

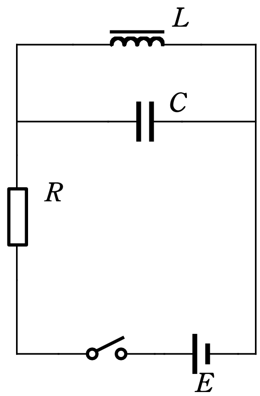
よって、電磁波は真空中を光速度で伝わることになる。この状態を図に書くと下のようになる。



電場がサインカーブに沿って鉛直に変化した場合、磁場はその大きさに比例して水平にサインカーブに沿って変化する。

18．例題

起電力Eの直流電源、抵抗値Rの抵抗、自己インダクタンスLのコイル、電気容量Cのコンデンサーとスイッチを右図のように配線した。スイッチを入れる前にコンデンサーに電気がたまっていなかったとして以下の問いに答えよ。



- スイッチを入れた直後

⑴　I_R、I_C、I_L、V_R、V_C、V_Lをそれぞれ求めよ。

- スイッチを入れて十分に時間がたった時

⑵　I_R、I_C、I_L、V_R、V_C、V_L及びコンデンサーにたまっている電気量Qをそれぞれ求めよ。

- スイッチを入れて十分に時間がたった時，コイルに一定電流が流れていた。このとき,スイッチを切った。

スイッチを切った直後

⑶　I_R、I_C、I_L、V_R、V_C、V_Lをそれぞれ求めよ。

⑷　共振回路の振動周期、最大電流を求めよ。

⑸　コンデンサーが最初に満タンになるまでの時間及びその時の電気量を求めよ。

＜解説＞

⑴

コイルの電流は連続関数なので、$I_L=0$。

コンデンサーは空なので、$V_C=0$。

並列なので、$V_L=0$。

よって、$V_R=E$。$E=RI_R$となり、$I_R=\dfrac{E}{R}$、$I_C=\dfrac{E}{R}$

⑵

十分に時間がたっているのでコイルは導線と同じ　$V_C=V_L=0$、$Q=0$

よって、$V_R=E$。$E=RI_R$となり、$I_R=\dfrac{E}{R}$、$I_L=\dfrac{E}{R}$、$I_C=0$

(3)

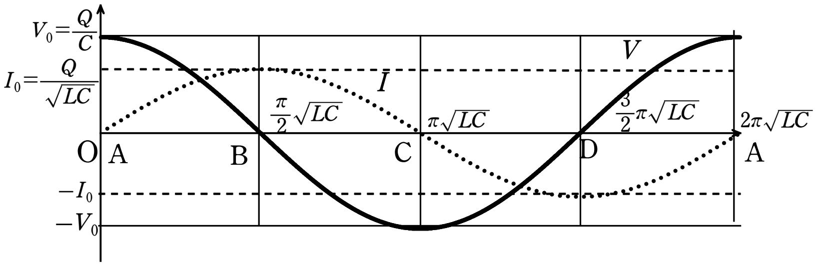
回路が成立していないので　$I_R=0$、$V_R=0$

コイルの電流は連続関数なので、$I_L=\dfrac{E}{R}$、よって、$I_C=-\dfrac{E}{R}$

コンデンサーに電気がたまっていないので、　$V_C=V_L=0$

(4)　振動周期は　$2\pi\sqrt{LC}$　最大電流は　$I_L=\dfrac{E}{R}$

(5)



スイッチを切った瞬間は電流が最大電流になっているので、このグラフのBの段階である。コンデンサーが最初に満タンになるのはCの段階なので、その時間は　$\dfrac{\pi}{2}\sqrt{LC}$

最大電流は　$\dfrac{Q}{\sqrt{LC}}=\dfrac{E}{R}$なので、　$Q=\dfrac{E}{R}\sqrt{LC}$