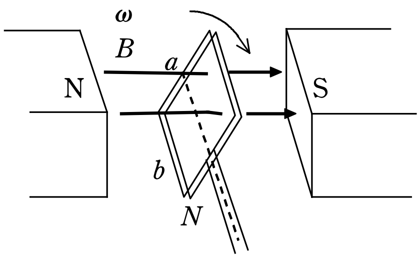
１．交流発電機

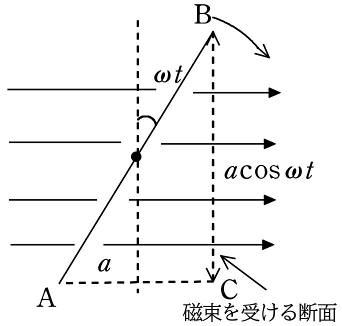
(1) 磁束中でコイルをまわす場合

右図のように平行な磁束密度Bの磁場内で幅a、奥行きbの長方形N回巻のコイルを角速度ωで回転させた。



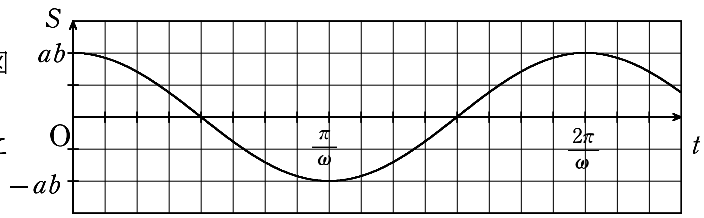
コイルを回転させると、コイル内の磁束に変化が起こるためにコイルに起電力が生じる。このときの発電の様子を調べてみよう。

発電の起電力を求めるにはまず、コイル内の磁束を計算しなければならない。右下図はこの装置を真横から見た図である。この図において磁束はこの中を通過しているが、コイルABは斜めになっており、コイルが磁束を貫いている面は磁束線と垂直な図のBC面となる。



BC面の面積はコイルが鉛直面から角速度ωで回転し初めてt秒かかったとすると、その角度はωtで、断面BCの高さが$a\cos\omega t$となる。奥行きがbであるから、この断面の面積Sは、$S=ab\cos\omega t$となる。

この磁束を貫く断面積をグラフ化したものが右図である。これを見ると、その断面積は時間とともに常に変化していることがわかる。



断面積が変化すると磁束が変化する。磁束の変化に伴い誘導起電力が生じるので、この装置は常に誘導起電力を生じていることになる。磁束の変化が最大になるところが$t=\dfrac{\pi}{2\omega}$のときで、磁束の変化がないのが$t=0$のときである。このグラフより誘導起電力の大きさも常に変化していることがわかる。次にその誘導起電力を求めてみよう。

コイルを貫く磁束Φは

$$\Phi=BS=Bab\cos\omega t$$

であるので、誘導起電力Vは

$$V=-N\frac{d\Phi}{dt}=-N\frac{d}{dt}(Bab\cos\omega t)=NBab\omega\sin\omega t$$

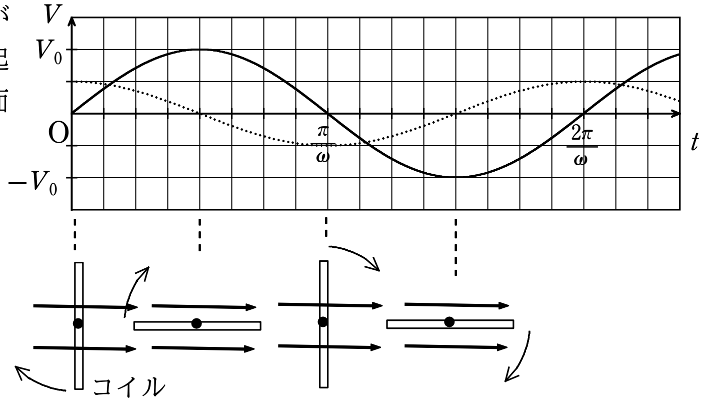
ここで、N,B,a,bはいずれも時間tに対して変化しない定数である。そして、$NBab$はVの最大値となるものなので、V_0をVの最大値とすると、

$$V=V_0\sin\omega t$$

となる。これがこの装置の誘導起電力である。

これをグラフ化したのが右図である。実線が誘導起電力で破線がコイルの断面積を表わしている。

そして、それぞれの時刻におけるコイルの位置を表している。
これを見ると、コイルが縦になっているときは誘導起電力が0で磁束線と平行になっているときが、誘導起電力が最大になっていることが分かる。つまり、磁束線とコイルが垂直のときは磁束の変化が最小で、コイルが磁束線と平行になっているときが自足の変化が最大になっているということである。

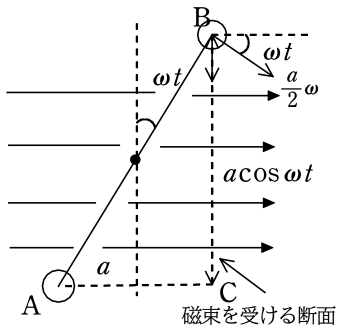


このように誘導起電力が時間とともに常に変化しているのが原因で流れる電流を**交流**といい。交流を流す発電機を**交流発電機**という。この交流発電機の回転数を**周波数**と呼んでいる。

「交流の誘導起電力は$V=V_0\sin\omega t$で表わされる。」

(2)　もう一つの導き方

(1)と同じ発電機においてBの部分の導線に注目する。



この導線は回転半径$\frac{a}{2}$で回転しているので

周回速度は$\frac{a}{2}\omega$となる。この速度の磁力線との

直角成分をとると$\frac{a}{2}\omega\sin\omega t$

Bの部分の誘導起電力は

$$V'=vBl=\frac{a}{2}\omega\sin\omega t\cdot Bb$$

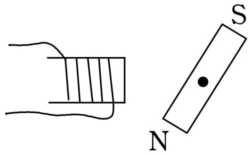
Aの部分も同じ起電力なのでこのコイル1周の起電力は$2V$となる。N回巻きのコイルなので、誘導起電力Vは$2NV'$となる。よって、

$$V=2NV'=2N\cdot\frac{a}{2}\omega\sin\omega t\cdot Bb=NBab\omega\sin\omega t$$

これは,

(1)と同じ式である。

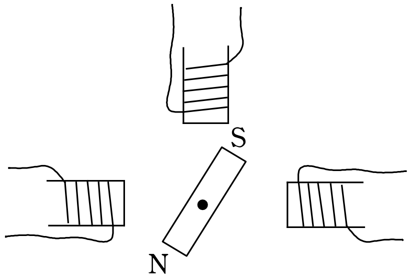
⑶　コイルの周りで磁石をまわす場合



上のような発電機は現実的ではない。回転軸に導線があるために構造が複雑で故障が多いのである。しかし、誘導起電力が正弦関数になるために交流発電機の原理を説明するのには都合が良いのでよく出題される。

実際はコイルを固定しておいて、永久磁石を回転させる発電機の方が現実的である。導線が固定されているために故障が少ないのである。しかし、このときに発生する誘導起電力は正弦関数と少しずれるために出題例は少ない。

実際はコイルひとつで発電するのはもったいないと右図のようにコイルを複数並べて同時に発電している。3つある場合を三相交流と読んでいる。これが最もよく使われている発電機である。



２．交流と抵抗

交流電源に抵抗Rを接続したときにどのような電流が流れるか考えてみよう。

⑴　直流と交流との違い

直流の場合は

オームの法則　$V=RI$

電力の式　　$P=IV=I^2R=\dfrac{V^2}{R}$

キルヒホッフの法則

合成抵抗の式

などの法則が成立している。これらの法則は交流電源に接続した回路では成立するのであろうか?交流における電圧、電流は常に変化しているのが特徴である。しかし、ある瞬間（非常に短い時間）に限れば電圧も電流も一定と考えても良い。そのため、瞬間瞬間の値に対して上の法則はいずれも成立するといえる。この瞬間瞬間の電流や電圧を瞬時値という。

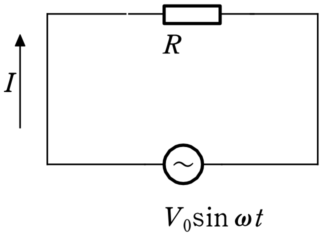
「瞬時値に関しては直流の法則はすべて使える。」

しかし、交流は常に変化しているので代表値として最大値や平均値を使うことがあるが、この最大値や平均値に対して直流の法則は使えることもあれば使えないこともある。この点に注意を要する。

「交流にて代表値を使うときは使えることを証明した式以外は使ってはならない。」

今後この代表値について直流の式が使えるかどうかの吟味をしていきたいと思う。

⑵　抵抗を流れる電流



抵抗Rに$V_0\sin\omega t$の交流電源につないだとき、電流Iが流れたとする。電源電圧$V_0\sin\omega t$および電流Iはともに瞬時値であるので、オームの法則がそのまま使える。よって、

$$V_0\sin\omega t = IR$$

これは、

$$I = \frac{V_0}{R}\sin\omega t$$

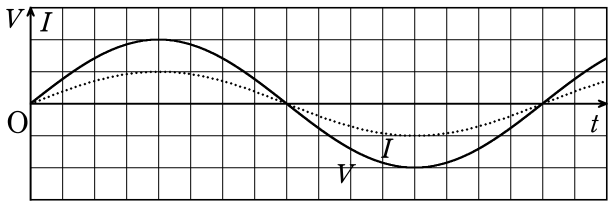
となる。ここで、$\frac{V_0}{R}$は電流の最大値を意味しているので、I_0とおける。よって、$\frac{V_0}{R} = I_0$となり、

$$V_0 = I_0R$$

となる。この式は電圧の最大値V_0と電流の最大値I_0を使うことにおいてオームの法則が成立しているということを意味している。

「最大値を使うことにおいてオームの法則は成立する。」

といえる。



このときの電流と電圧の関係をグラフにしたものが右の図である。実線が電圧、破線が電流を表わしている。これによると、電源電圧が高いときに電流も多くなり、電圧が低いときに電流も低くなり、両者は位相が一致しており、大きさは比例関係になっていることが分かる。

⑶　抵抗の消費電力

それでは抵抗の消費電力を求めてみよう。瞬時値に関してはそのまま直流の式が使えるので、消費電力Pは

$$P = IV = \frac{V_0}{R}\sin\omega t \cdot V_0\sin\omega t = \frac{{V_0}^2}{R}\sin^2\omega t$$

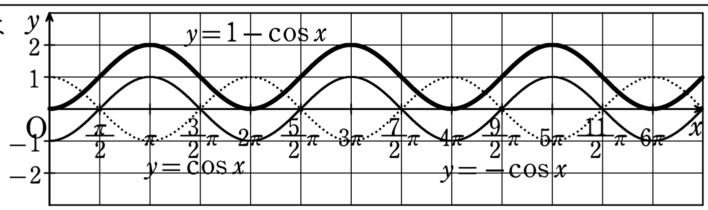
であるが、抵抗の消費電力の瞬時値は実際上ほとんど意味を持たない。というのは抵抗から電気エネルギーを取り出すとき、一瞬だけ取り出すことはほとんどなく、ある時間継続して取り出すものである。そのためにある一定時間の平均値を求めておけば実際上役立つ値となる。そのために、この電力の平均値を求めることにする。

数学の2倍角の公式$\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta$ を用いて、

$$P = \frac{{V_0}^2}{R}\sin^2\omega t = \frac{{V_0}^2}{2R}(1 - \cos 2\omega t)$$

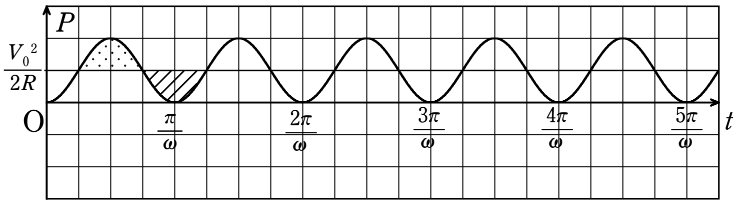
この式をグラフ化してみる。

右のグラフの破線は $y=\cos x$ のグラフでそれを x 軸に対して対称移動したグラフ（実線グラフ）が



$y=-\cos x$ のグラフである。このグラフを1上に平行移動したものが $y=1-\cos x$ のグラフになる。このグラフの形を利用して、P のグラフを書くと下のようになる。

このグラフにおいて $P=\dfrac{{V_0}^2}{2R}$ に線を引きグラフの上の部分（点の領域）と



グラフの下の部分（グラフの斜線部分）の面積が等しい。そのため、点領域を斜線領域に埋めることにより、平均値が $\dfrac{{V_0}^2}{2R}$ になることが分かる。よって、電力の平均値 $\overline{P}$ は、

$$\overline{P}=\frac{{V_0}^2}{2R}$$

となる。この式とオームの法則 $V_0=I_0R$ を用いると、

$$\overline{P}=\frac{1}{2}\frac{{V_0}^2}{R}=\frac{1}{2}I_0V_0=\frac{1}{2}{I_0}^2R$$

となる。

３． 実効値

(1) 実効値とは

この式は直流における

$$P=\frac{V^2}{R}=IV=I^2R$$

に比べると $\dfrac{1}{2}$ がついているだけ異なる。よって、交流における電力の平均値は直流の式とは違うのである。しかし、

$$V_e=\frac{\sqrt{2}}{2}V_0 \quad 、\quad I_e=\frac{\sqrt{2}}{2}I_0$$

とおくことにより、

$$\overline{P}=\frac{{V_e}^2}{R}=I_eV_e={I_e}^2R$$

となる。この式は直流の式とまったく同じ形式となる。ここで用いた V_e、I_e を交流の実効値という。交流における電力の平均値は実効値を用いれば直流と同じ公式が使えるのである。では、実効値はオームの法則は成立しているのであろうか？

$V_0=I_0R$ の両辺に $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ をかけると、$\dfrac{\sqrt{2}}{2}V_0=\dfrac{\sqrt{2}}{2}I_0R$ となり、これを V_e、I_e で置き換

えると、

$V_e = I_e R$

となり、実効値においてオームの法則が成立することが分かった。

「実効値を使えば電力の式とオームの法則ともに直列の式がそのまま成立する。」

⑵　実効値の意味

それでは実効値とはどのような意味を持っているのであろうか？それを探るために、まず、平均値というものを考えてみたい。

平均値とは通常すべての和を求めてその数で割るというものであるが、これは相加平均と呼ばれているものである。交流における電流や電圧は正弦関数なので、グラフの正の部分と負の部分は同量存在する。そのために相加平均を取るとどのようなV_0でも0になってしまう。平均値は相加平均以外にかけて平方根する相乗平均、逆数にして平均値を求め再び逆数にする調和平均、さらには2乗して平均値を求め平方根する2乗平均などがある。正の数a,bに対して各平均値は

相加平均　$\dfrac{a+b}{2}$　　相乗平均　$\sqrt{ab}$　　調和平均　$\dfrac{2ab}{a+b}$

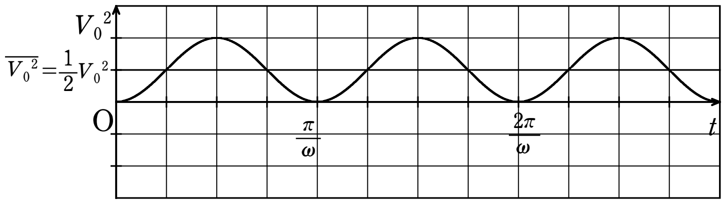
2乗平均　$\sqrt{\dfrac{a^2+b^2}{2}}$

数学の証明により、これらの大小関係は

$$\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} \geqq \frac{a+b}{2} \geqq \sqrt{ab} \geqq \frac{2ab}{a+b}$$

である。この中で、2乗平均を交流電圧について求めてみよう。まず、電圧の２乗は、

$$V^2 = V_0{}^2 \sin^2 \omega t = \frac{1}{2} V_0{}^2 (1 - \cos 2\omega t)$$



このグラフより電圧の２乗の平均値は$\overline{V_0{}^2} = \dfrac{1}{2} V_0{}^2$となる。よって、電圧の２乗平均値は

$$\sqrt{\overline{V_0{}^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} V_0$$

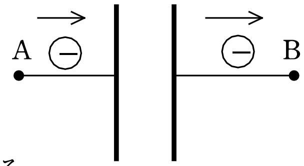
これは実効値に他ならない。電流でも同じ結果が得られる。

「実効値は２乗平均値である」

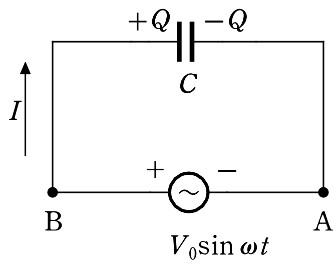
といえる。

４．コンデンサーと交流

(1) コンデンサーを流れる電流



　コンデンサーは極板間が離れているために直流電流を流すことはありえない。しかし、交流は電子が振動しているだけなので、クーロン力の変動さえ伝われば、電子の振動を伝えることができる。今A端子からB端子のほうに電気力線が走っているとき，自由電子はA→Bの方向に移動する。そのまま継続して電気力線がA→Bの向きであったなら，コンデンサーはやがて満タンになり，電流は流れなくなる。しかし，交流の場合しばらくすると電気力線の向きが逆になるので，満タンになった電子が逆に移動し，極板の両端で自由電子が振動できるのである。このようにして,コンデンサーを交流は流れることができる。



　起電力$V_0\sin\omega t$の交流電源に電気容量Cのコンデンサーをつないだときに流れる電流を求めてみよう。キルヒホッフの方程式を瞬時値について立てればよい。しかし、交流は正負が交互に変わるので、ある瞬間で考えると良い。左側が＋電圧で、右回りの電流が流れており、コンデンサーの右側に$+Q$の電荷がたまっている瞬間で電圧1周＝0の方程式を立てよう。交流を考えるときは電圧の符号が計算上かなりの注意を要する。符号に注意しながら電圧を1周させる。A点の電位を0とする。

　A点から、右回りに行くと、交流電源で電位が上がる。よって、B点の電位は$+V_0\sin\omega t$となる。B点から、コンデンサーを通ってA点にいくには$\dfrac{Q}{C}$だけ電位が下がる。

よって、A点の電位は、$V_0\sin\omega t-\dfrac{Q}{C}$となる。この電位は0であるから、

$$V_0\sin\omega t-\frac{Q}{C}=0 \quad \cdots①$$

が成立する。しかし、この式には電流Iが含まれていない。これでは電流を求めることができないので、IとQの関係を求めてみる。電流の定義は1秒間に流れる電気量である。このことよりdt秒間に流れる電気量はIdtである。この電流は右回りに流れているので流れたIdtの電気量はコンデンサーの左極板にたまり、左極板の電気量がdQ増加することになる。よって、$dQ=Idt$となり、

$$I=\frac{dQ}{dt} \qquad \cdots②$$

である。つまり、Qをtで微分すると電流になるということである。①を変形すると、

$$Q=CV_0\sin\omega t$$

よって、

$$I=\frac{dQ}{dt}=\frac{d}{dt}(CV_0\sin\omega t)=\omega CV_0\cos\omega t$$

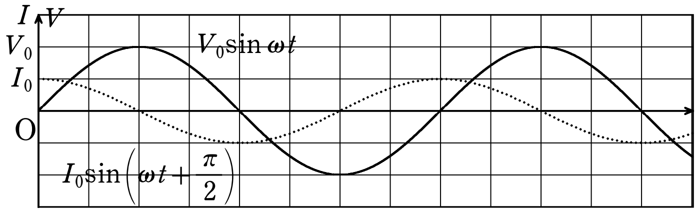
となる。電圧がsinなのに対して電流がcosになっているので強制的にsinに変えると、

$$I=\omega CV_0\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)$$

ここで、電流の最大値はωCV_0であるから、これをI_0とおく。よって、$I_0=\omega CV_0$となる。これは、

$V_0=\dfrac{1}{\omega C}I_0$　　これは、$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$をかけることにより実効値でも表わせて、$V_e=\dfrac{1}{\omega C}I_e$

である。この式は抵抗を$R=\dfrac{1}{\omega C}$としたときのオームの法則とそっくりである。コンデンサーは抵抗ではないので、オームの法則そのものが存在しないのであるが、よく似た式は存在する。それがこの式である。ここで用いた$R=\dfrac{1}{\omega C}$の抵抗のようなものを**リアクタンス**という。リアクタンスはあくまでも電圧や電流に関する大きさのみを扱う式であり位相がずれているのに対しては扱われていない。このことに注意すべきである。位相のずれと大きさの関係をグラフにしてみると、



このグラフにおいて実線はコンデンサーにかかる電圧で、破線はコンデンサーを流れる電流である。

このグラフを見ると$V_0=\dfrac{1}{\omega C}I_0$の関係があるといえども位相が異なるため、瞬間ごとに$V=\dfrac{1}{\omega C}I$が成り立っているわけではないのである。コンデンサーは電圧がかかったときに電流が流れるわけではなく、むしろ電圧がかかっていないときに電流が流れているのである。

これは次のように説明される。コンデンサーは$Q=CV$で分かるとおり、たまっている電気量に比例して電圧がかかっている。ところが、コンデンサーに最大電圧がかかっているときは電源と同じ電圧で電源との電位差が0である。よって、このときは電流が流れていないので、

「コンデンサーのQが最大$\Leftrightarrow I=0$」

といえるのである。そして、コンデンサーに電気がたまるとコンデンサーの持つ電圧が逆にかかってくるので、コンデンサーに電気がたまっていないときに最も電流が流れるといえる。

「コンデンサーが空$\Leftrightarrow$最大電流」

となる。

コンデンサーにかかる電圧が　$V_0\sin\omega t$　のときは、　電流は$\omega CV_0\sin\left(\omega t+\dfrac{\pi}{2}\right)$である。このほかの電圧のときは電流はどうなるのであろうか？

ここで、位相（ωt）に初期位相ϕがあったとして、$\omega t+\phi$を代入すると、電圧が$V_0\sin(\omega t+\phi)$であるときの電流は$\omega CV_0\sin\left(\omega t+\phi+\dfrac{\pi}{2}\right)$となる。ここで、$\phi=-\dfrac{\pi}{2}$とおくと、電流が$\omega CV_0\sin\omega t$のとき、電圧は$V_0\sin\left(\omega t-\dfrac{\pi}{2}\right)$となる。$V_0=\dfrac{1}{\omega C}I_0$を用いてまとめると、

$I=I_0\sin\omega t$　のとき電圧は　$V=\dfrac{I_0}{\omega C}\sin\left(\omega t-\dfrac{\pi}{2}\right)$であるといえる。

⑵　コンデンサーの電流と電圧の関係

コンデンサーにおける電流と電圧の変換を行なえるようにすることは交流の基本である。その変換方法を整理してみよう。当然ながら答えの丸暗記とかここで求めたように微分で計算するのでもかまわない。

①　変換ルール

変換ルールを頭に入れてその方法に準じて変換する方法

1. $V_0=\dfrac{1}{\omega C}I_0$を用いて、まず、大きさを計算する
2. 大きさでωが分子にあるときは位相を$+\dfrac{\pi}{2}$し、分母にあるときは位相を$-\dfrac{\pi}{2}$する。

例1　$V=V_0\cos\omega t$のとき、電流を求める。

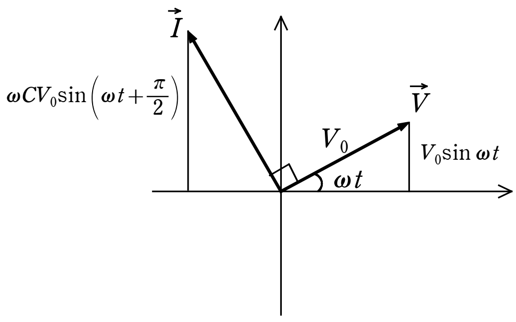
電流の最大値は$V_0=\dfrac{1}{\omega C}I_0$より、$\omega CV_0$である。そして、位相は$\omega$が分子であるので、$\omega t+\dfrac{\pi}{2}$。よって、$I=\omega CV_0\cos\left(\omega t+\dfrac{\pi}{2}\right)$である。

例2　$I=I_0\sin\left(\omega t-\dfrac{\pi}{2}\right)$のとき、電圧を求める。

電圧の最大値は$V_0=\dfrac{1}{\omega C}I_0$である。位相は$\omega$が分母にあるので、$-\dfrac{\pi}{2}$追加して、$\omega t-\pi$。よって、$V=\dfrac{I_0}{\omega C}\sin(\omega t-\pi)$である。

②　ベクトルを使う

ベクトルを使う手もある。電圧や電流がsinやcosで表わされるためにベクトルのx成分またはy成分と考えて作図により求めるのである。



ここで、$\vec{V}$を大きさV_0で位相を方向角ωtのベクトルとすると、起電力$V_0\sin\omega t$はこのベクトルのy成分である。ここから、電流を求めるときは位相を$\dfrac{\pi}{2}$進めればよいので、$\vec{V}$を90°回転させ、大きさをωC倍して電流ベクトル$\vec{I}$を求めて同じようにy成分を計算すればよい。

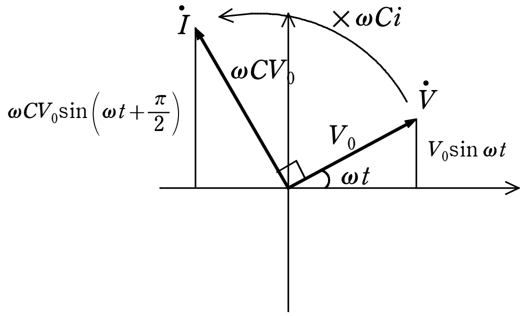
③　複素平面を使う

②のベクトルをそのまま複素数として、そのy成分を虚数部分として求めることができる。複素数を用いると90°回転させることは虚数iをかけることになるので、大きさωC倍とあわせて、

$\dot{I}=\omega Ci\dot{V}$

とおける。これを変換すると、

$\dot{V}=-\dfrac{i}{\omega C}\dot{I}$　　　$\left(\dfrac{1}{i}=\dfrac{i}{i\times i}=-i\right)$



この式は複素数を用いたオームの法則といえる。この場合のリアクタンスは$\dfrac{i}{\omega C}$となる。このリアクタンスを複素リアクタンスという。

例　$I=I_0\sin\omega t$のときの電圧を求める。

$\dot{V}=-\dfrac{i}{\omega C}\dot{I}$であるから、大きさは$\dfrac{I_0}{\omega C}$で、$-i$をかけるので、位相は90°戻り$\omega t-\dfrac{\pi}{2}$

よって、$V=\dfrac{I_0}{\omega C}\sin\left(\omega t-\dfrac{\pi}{2}\right)$となる。

例　$V=V_0\sin\left(\omega t+\dfrac{\pi}{4}\right)$のとき、電流を求める。

$\dot{V}=-\dfrac{i}{\omega C}\dot{I}$より、$\dot{I}=\omega Ci\dot{V}$である。大きさは$\omega CV_0$で、$i$をかけているので、位相は90°進み、$I=\omega CV_0\sin\left(\omega t+\dfrac{3}{4}\pi\right)$となる。

５．コンデンサーの消費電力

コンデンサーの電圧を$V=V_0\sin\omega t$としたとき、電流は$I=\omega CV_0\sin\left(\omega t+\dfrac{\pi}{2}\right)$である。

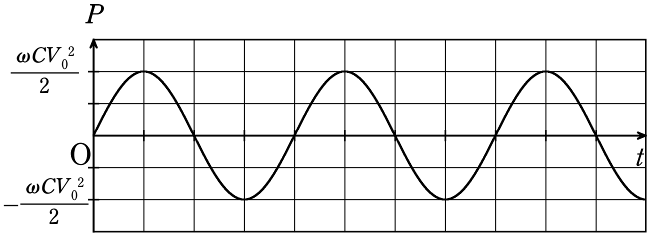
コンデンサーの消費電力は

$P=IV=V_0\sin\omega t\cdot\omega CV_0\sin\left(\omega t+\dfrac{\pi}{2}\right)=\omega CV_0{}^2\sin\omega t\cos\omega t$

ここで、2倍角の公式$\sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta$ を用いると、

$P=\dfrac{\omega CV_0{}^2}{2}\sin 2\omega t$

これをグラフに表わすと、右図のようになる。この図を見ると、各瞬間においては電力を消費しているが、正負合計すると、その平均値は0であることが



わかる。よって、

$$\overline{P}=0$$

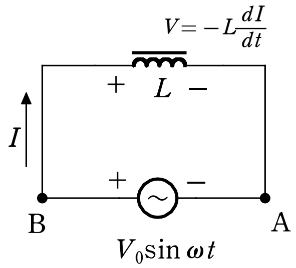
である。

コンデンサーは電気エネルギーを蓄えておく装置であるので、電源からのエネルギーを蓄えたり放出したりの繰り返しであり、コンデンサーから放出された電気エネルギーは電源に戻される。そのために、回路外部にエネルギーを放出することはない。よって、消費電力の平均は0になるのである。

これに対して抵抗は消費電力を持つがこれは、抵抗で消費した電気エネルギーは抵抗で熱エネルギーとなり、回路外に放出されるためである。

６．コイルと交流

(1) コイルを流れる電流



自己インダクタンスLのコイルを起電力$V_0 \sin \omega t$の交流電源につなぐと、電流はどのように流れるのであろうか？

コンデンサーの場合と同じようにある瞬間の電圧で電圧1周＝0で方程式を立てればよい。電源は左側が正極の瞬間を考える。この場合、電圧1周＝0が成り立つためにはコイルの左側が正極になっていなければならない。

「電圧1周＝0はいかなるときも間違いなく成立する。」

コイルの起電力は$-L\dfrac{dI}{dt}$であり、この式の中にマイナスが入っている。式の中にマイナスが入った場合はマイナスが重なり複雑になり、符号が分からなくなる。

このマイナスの意味を再確認すると、電圧が電流の流れ（右回り）に沿って電位を計算する時電位が上がれば電圧は正、下がれば電圧は負と決めてある。この場合コイルの左側が正で右側が負になっているので、電位が下がるという意味のマイナスである。よって、符号付きで電圧を加えればよいのである。よって、

$$V_0 \sin \omega t - L\frac{dI}{dt}=0$$

が、電位の方程式となる。

コンデンサーの時は$V=\dfrac{Q}{C}$の電圧で　$V_0 \sin \omega t-\dfrac{Q}{C}=0$　となっているが、これは、電圧が下がるために$\dfrac{Q}{C}$にマイナスを附けるのである。$V=-L\dfrac{dI}{dt}$の時はマイナスをつけない。これが混乱の元凶である。この違いは何かというと、$V=\dfrac{Q}{C}$はスカラー式で、$V=-L\dfrac{dI}{dt}$はベクトル式である。$V=\dfrac{Q}{C}$をベクトルで表せば、$V=-\dfrac{Q}{C}$となる。数学ではスカラーとベクトルは明確であるが、物理では不明確であるので注意を要する。

話を戻して、この回路では

$$\frac{dI}{dt}=\frac{V_0}{L}\sin\omega t$$

である。この式は電流Iを時間で微分したものが右辺の式であることを意味している。ここから、電流Iを求めるには積分すればよいことになる。よって、不定積分すると、

$$I=\int\frac{V_0}{L}\sin\omega t\,dt+D=-\frac{V_0}{\omega L}\cos\omega t+D$$

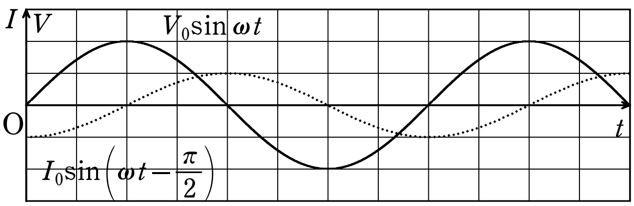
である。ここで、Dは積分定数である。この積分定数は何を意味しているのであろうか?

電流の第一項$-\dfrac{V_0}{\omega L}\cos\omega t$は電流が正弦関数で変化していることを意味しており、これは電流が交流であることを示している。それに対して、積分定数Dは電流が一定であることを示し、これは、直流であることを意味している。交流電源にコイルをつないだ回路図上には直流電源もなければ、抵抗もない。そのために一度流れ出した電流は永久に流れることになるのである。積分定数はこの電流を意味している。任意の直流が流れていてもこの式は成立するのである。しかし、実際問題として導線には微弱ながら抵抗が存在し、最初直流電流が流れていたとしても、直流電源がない状態ではたちまち直流は流れなくなってしまう。そのため、$D=0$といえる。よって、

$$I=-\frac{V_0}{\omega L}\cos\omega t=\frac{V_0}{\omega L}\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)$$

である。

ここで、$\dfrac{V_0}{\omega L}$は最大電流であるからI_0とおける。よって、$V_0=\omega LI_0$となる。この式はコンデンサーと同様に$R=\omega L$としたときのオームの法則とよく似ている。ここで、ωLがコイルのリアクタンスである。電圧･電流の大きさに関してのみこのリアクタンスを使ってオームの法則で計算ができる。しかし、コンデンサーと同様に位相がずれている。この位相のずれをグラフで確認してみよう。



実線がコイルにかかる電圧を意味し、破線がコイルを流れる電流を意味している。コンデンサーと同じように位相が$\dfrac{\pi}{2}$ずれている。しかし、ずれの方向がコンデンサーとは逆方向である。時間的に電圧が最大になった後に電流が最大になるので、電流は電圧より位相が$\dfrac{\pi}{2}$遅れているという。

⑵　電流と電圧の関係

コイルの場合もコンデンサーと同様に電圧と電流は位相がずれている。この理由を考えてみよう。電源電圧が最大になったときは、電圧1周＝0より、コイルも最大電圧になっている。$V=-L\dfrac{dI}{dt}$より、このときは電流変化が最大になっている。これに対して電流が

最大のときは$\dfrac{dI}{dt}=0$であるので、$V=0$となる。よって、電流が最大のときは電圧は0となるのである。

⑶　電流と電圧の変換

　コンデンサーと同様コイルも電流と電圧の変換ができるようにしておくことが最も大切である。コイルもコンデンサーと同じような方法が使える。

①　変換ルール

　コンデンサーと同じく大きさは$V_0=\omega LI_0$で計算し、ωが分子にあるときは$+\dfrac{\pi}{2}$、ωが分母にあるときは$-\dfrac{\pi}{2}$、位相をずらせばよい。

　例　$V=V_0\cos\omega t$のときの電流

　$V_0=\omega LI_0$より、$I_0=\dfrac{V_0}{\omega L}$となる。$\omega$が分母にあるので$-\dfrac{\pi}{2}$ずらして、位相が$\omega t-\dfrac{\pi}{2}$となる。よって、$I=\dfrac{V_0}{\omega L}\cos\left(\omega t-\dfrac{\pi}{2}\right)$

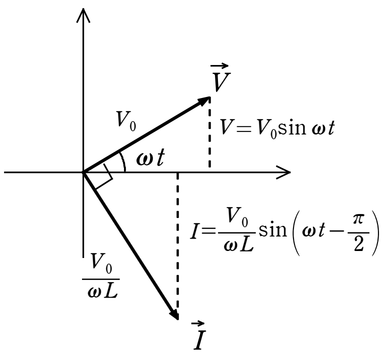
　例　$I=I_0\sin\left(\omega t+\dfrac{\pi}{2}\right)$のときの電圧

　$V_0=\omega LI_0$である。ωが分子にあるので$+\dfrac{\pi}{2}$ずらして、位相が$\omega t+\dfrac{\pi}{2}+\dfrac{\pi}{2}$となる。よって、

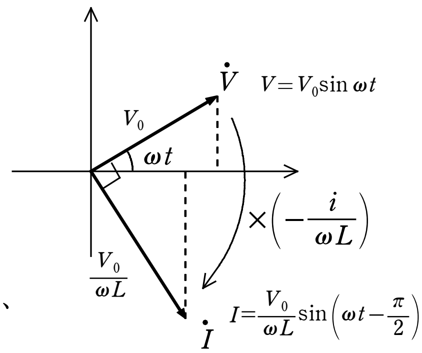
　$V=\omega LI_0\sin(\omega t+\pi)$

②　ベクトル

　コンデンサーと同じくベクトルで計算することもできる。電圧ベクトルを大きさV_0で、方向角は位相ωtとする。電流は電圧よりも位相90°右回転させ、大きさを$\dfrac{1}{\omega L}$倍し、y成分を求めればよい。



③　複素平面の利用



　コンデンサー同様に②のベクトル平面を複素平面に置き換えて変換することもできる。電圧に対して電流は位相が90°遅れているので、90°右回転させればよい。複素平面では90°右回転は$-i$をかけることである。また、$I_0=\dfrac{V_0}{\omega L}$より、大きさを$\dfrac{1}{\omega L}$倍すればよいので、あわせて、$-\dfrac{i}{\omega L}$をかければよいことになる。よって、

$\dot{I}=-\dfrac{i}{\omega L}\dot{V}$となり、$\dot{V}=\omega Li\dot{I}$となる。これは複素数のオームの法則である。ここで、$R=\omega Li$が複素リアクタンスである。扱い方はコンデンサーと同じである。

　例　電流$I=I_0\cos\omega t$のときの電圧

　$\dot{V}=\omega Li\dot{I}$より、大きさはωLI_0でiであるから、位相が$+\dfrac{\pi}{2}$ずれる。よって、

$$V=\omega LI_0\cos\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)$$

　となる。

７．　コイルの消費電力

　コイルに$V_0\sin\omega t$の電圧をかけたとき、電流は$\dfrac{V_0}{\omega L}\sin\left(\omega t-\dfrac{\pi}{2}\right)$であるので、消費電力$P$は、

$$P=IV=\frac{V_0}{\omega L}\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)\cdot V_0\sin\omega t=-\frac{{V_0}^2}{\omega L}\sin\omega t\cos\omega t=-\frac{{V_0}^2}{2\omega L}\sin 2\omega t$$

　この式は正弦関数なので、平均値は0となる。

よって、$\overline{P}=0$となる。コンデンサーと同じく消費電力は0なのである。コイルは磁気エネルギーとしてエネルギーを蓄える装置である。電源の電圧が高いときに電源から供給されたエネルギーをコイルに蓄え、その蓄えたエネルギーを電源の電圧が下がったときに電源に返している。