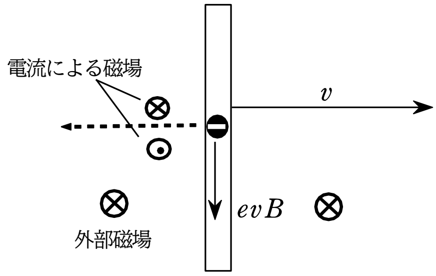
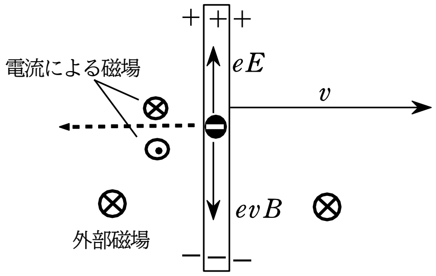
１． 電磁誘導

(1) 磁場中で外力により金属棒を動かす

紙面向こう向きに磁場がある場所で右図のように金属棒を右向きに速度vで動かした。



このとき、金属棒内の自由電子は金属棒とともに右向きに動く。自由電子が右に動くということは電流が左に流れるのと同じで、その周りに発生する磁場の影響にて、この電子に下向きにローレンツ力がはたらくため、電子は下に集まるようになる。



その結果、金属棒の上端が正極に下端が負極になり、金属内に電場が発生する。その電場の影響を受けて、電子には上向きにクーロン力がはたらくようになり、電子がローレンツ力で下に流れるのにブレーキがかかるようになる。しばらくすると、このローレンツ力と新しく生じたクーロン力とがつりあうようになる。力がつりあうようになると、電子が下に移動するのがとまり、電場Eで安定する。ここで、この金属棒の長さがlであるとすると、金属棒の電位差はElに保たれることになる。

ここで、$eE=evB$が保たれるので、$E=vB$となる。これにより、金属棒に生じる電圧Vは

$$V=El=vBl$$

となる。このような現象で金属棒に電位差が生じる現象を**電磁誘導**といい、このときに生じた電位差を**誘導起電力**という。

誘導起電力は

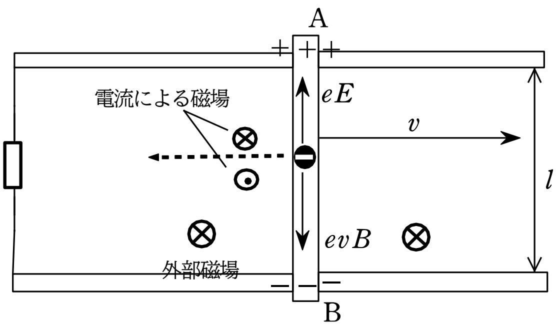
$$V=vBl$$

で表わされる。

(2) 動く金属棒を回路の一部にする。

上の金属棒ABを幅lの2本のレール上にのせ、そのレールを抵抗Rでつないだ。

この状態で、金属棒ABを継続して右方向に一定の速度で動かすと、この金属棒はAを正極、Bを負極とした電池と同じになる。



B点に終結した電子は直接A点に流れるにはローレンツ力evBが邪魔になり、迂回して抵抗を経由してA点に流れることになる。電子が抵抗経由でA点に流れた場合AB間の電

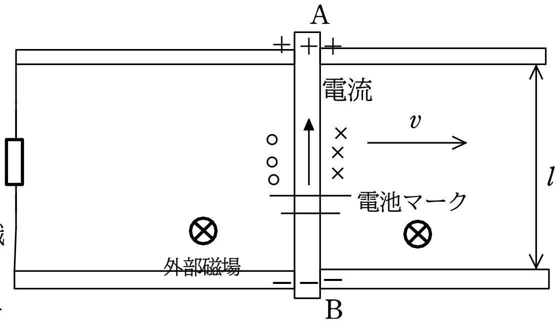
位差は小さくなるが、電位差が小さくなると、ローレンツ力evBが勝るために、AからBへの電子の移動が増える。その結果、電子は継続的に流れることになり、電流が生じる。この電流を**誘導電流**という。

２．電流の流れる方向

⑴　電流は負極から正極へ

電磁誘導によって電流が流れるが電流の流れる方向には注意を要する。

右図は先ほどの金属棒ＡＢの運動を書き直したものである。このとき、Aが正極でBが負極であるが、電流はBからAに流れているのである。負極から正極に流れるので、一般常識の逆となる。これはは電磁誘導を起こしている部分が、起電力を持っており、電池の役割を果たしているためである。電池内では電流は負極から正極に流れている。この点はうっかりと間違えるので、電磁誘導を起こしている部分に電池マークを付けるとよい。



⑵　発電部分が棒状になっている場合の電流の流れる方向の判定

金属棒ABを右に動かすということは右向きに力を加えたことを意味する。そのまま手を離すと、金属棒は必ず減速する。これは、金属棒の持っていた運動エネルギーが、電磁誘導により電気エネルギーにかわるためである。金属棒が減速するということは金属棒ABに動かす方向と逆向きに力がはたらいているためである。この力が電流が磁場から受ける力である。この力が動かす方向と同じ方向に働くことは、エネルギー保存則からしてあり得ないのである。（この場合、手を離すと加速することになる。）

「磁場中で導体を動かす時、必ず移動方向と逆向きに力がはたらく」

動かす方向と逆に力がはたらくということは、上図の場合の金属棒ABの右側（導線が近づく側）に外部磁場と同じ方向の磁場が生じていることを意味している。この場合ABの左側には外部磁場と逆の磁場が生じているのである。この磁場と右ねじの法則で、電流の流れる方向が判別できる。

「導線が近づく側に外部磁場と同じ方向の磁場が生じる様に電流が流れる。」

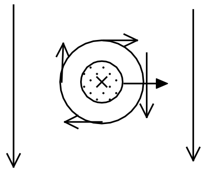
といえる。

⑶　フレミングの右手の法則

フレミングの左手の法則が磁場中を流れた電流が磁場から受ける力の方向を求める法則である。電磁誘導で金属棒を動かす方向はこの力と逆向きであることが分かった。よって、左手の法則の力の方向を示す親指を、逆にすれば金属棒を動かす方向になる。左手の法則で親指の方向を求め、それを逆向きにしてもよいのであるが、右手を使えば直接求められる。右手の親指は力がはたらく方向ではなくて、金属棒を動かす方向である。これが、**フレミングの右手の法則**である。

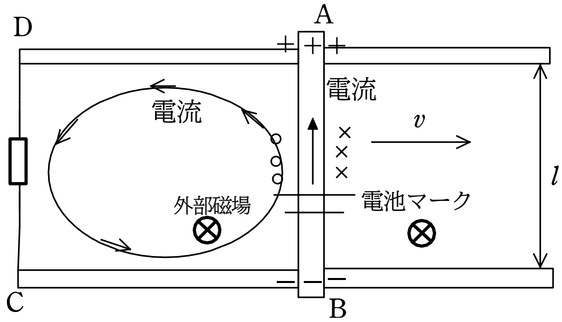
＜判定例＞

右図は、下方向に外部磁場がはたらいている空間内に紙面に対して直角に導線を置き、この導線を右向きに動かした時の図である。近づく側は導線の右側なので、導線の右側に外部磁場と同じ方向の磁場が生じている。その結果、導線に右回りの磁場が生じ、電流が紙面向こうむきに流れていると判定できる。



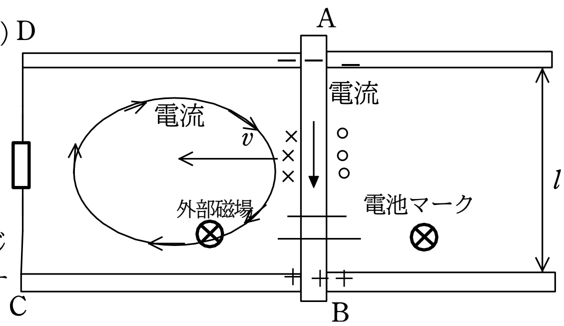
⑶　発電部分がリング状になっている場合の電流の流れる方向の判定

電流の流れるリングABCD内の磁力線数に注目して考える。⑵の考察で判明した金属棒ABの左側に生じた磁場が紙面手前向き（○印）なので、リング内の外部磁場と逆向きであり、外部磁場を打ち消す方向に生じている。リング内の磁力線数はABが右向きに移動することにより、面積が増加するために、磁力線数も増加している。この○印の磁場は外部磁場×印の増加を妨げているのである。



金属棒ABを左側に動かした場合

⑵のやり方で、ABの左側（近づく側）に外部磁場と同じ方向の磁場（×印）が生じることになる。ABが左に動くということは、リングABCD内の外部磁場の磁力線数は減少していることになる。電磁誘導によって生じた磁場はリング内の磁力線数を増やす方向に生じているのである。



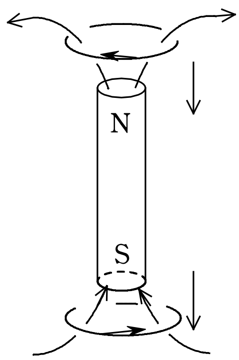
この場合も外部磁場の変化を妨げる方向に電流が流れていることになる。まとめると次のことが言える。

「リング内の磁力線数の変化を妨げる方向に電流が流れる」

＜例＞

右図のような棒磁石を鉛直に置き、上からリングを落とした。この時、N極に近づいている時は、リング内の上向き磁力線数が増加するので、リングにはそれを減らす方向つまり、下向きに磁場を作るように流れる。右ねじの法則により右回りの電流である。

リングが磁石を通過した後、今度はリング内の上向きの磁力線数は減少する。その減少を妨げる様に、同じく上向きの磁場を作るように電流が流れる。右ねじの法則により



左回りの電流になる。

電磁誘導で電流が流れる方向を求める方法は以上の4通りの方法がある。まとめると

① ローレンツ力から探る原理的方法。

② 発電部分が棒状の時、

「導線が近づく側に外部磁場と同じ方向の磁場が生じる様に電流が流れる。」

③ 発電部分がリング状の時、

「リング内の磁力線数の変化を妨げる方向に電流が流れる」

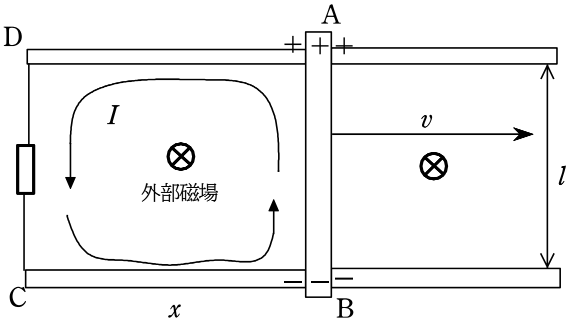
④ フレミングの右手則

３．微分形で表した電磁誘導

(1) 電磁誘導を微分形で表わす。

誘導起電力は$V=vBl$であるが、この式をより一般化してみよう。

まず、誘導起電力の方向を定義することにする。



電流の周りに生じる磁場は右ねじの方向であり、磁場の回りに生じる電流もまた右ねじの方向である。この状態を右手の親指を磁場とすると、他の4本の指が電流の向きを表わしているのである。この向きを正の向きと定義するといろいろと便利である。

この場合は磁場が向こう向きになっているので、電流の正の向きは右回りとなる。しかし、この回路における誘導電流は前項により電子の動きの逆であるために上図の矢印の向きになる。この方向は正の方向と逆向きになるので、誘導起電力は負となる。よって、誘導起電力を方向を含めて表わしたならば、

$$V=-vBl$$

となる。

金属棒ABと抵抗線CDの距離をxとすると、金属棒ABの移動速度vは

$$v=\frac{dx}{dt}$$

とおける。よって、

$$V=-vBl=-Bl\frac{dx}{dt}$$

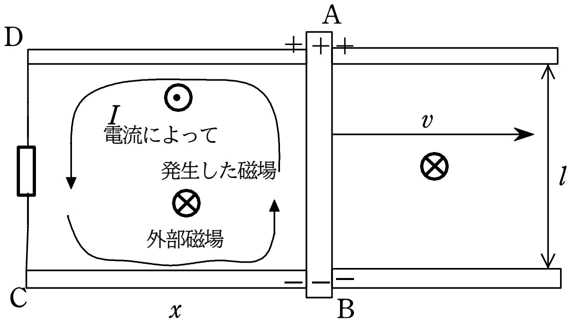
ここで、Blは定数であるから、微分式の中に入れることができるので、$V=-\dfrac{dBlx}{dt}$となる。ここで、lxは領域ABCD（電流が流れる閉回路内）の面積Sとなるので、$S=lx$で置きかえると、$Blx=BS$であり、$\Phi=BS$の関係よりBSは磁束となる。よって、誘導起電力を磁束Φで表わすと。

$$V = -\frac{d\Phi}{dt} \quad \cdots ①$$

となる。この式は誘導起電力の大きさは磁束の変化に比例し、その方向は磁束の変化の方向を妨げる方向であることを意味している。

(2)　電磁誘導の法則とレンツの法則

　上の①式を言葉を用いた法則に直してみよう。



　数式$\frac{d\Phi}{dt}$は1秒間の閉回路内の磁束の変化を意味している。右図の場合は金属棒を左方向に動かしているので、閉回路ABCD領域の面積が増加するので、この場合磁束Φの増加を意味している。つまり、$\frac{d\Phi}{dt}$は正である。①式は$-\frac{d\Phi}{dt}$であるから、この値は負となる。つまり磁束が減少する方向に誘導起電力が生じることを現している。磁束が減少する方向とは手前向きの磁束が生じるように電流が流れるということである。手前向きの磁場が発生するには右ねじの法則より左回りの誘導電流になる。逆向きの磁束は元のの磁束を打ち消すことになるので、左回りの誘導電流は手前向きの磁束を生じ、元の外部磁束の増加を打ち消してしまう。これは磁束の変化を妨げていることになる。また、金属棒ABを逆に動かしたときも同様なことがいえる。よって、

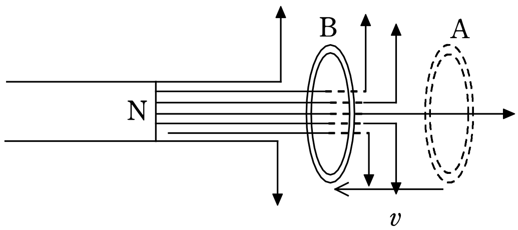
「誘導電流は磁束の変化を妨げる方向に流れる。」

という**レンツの法則**ができ上がる。また、

「誘導起電力は磁束の変化に比例し$V = -\frac{d\Phi}{dt}$で表わされる。」

といえる。これを**電磁誘導の法則**という。

(3)　コイルによる電磁誘導



N極から右図のように磁束線が出ているとし、そこから離れたところAにあるコイルをN極の方向に平行移動して、Bまで動かしたとき、図を見て明らかなように、コイル内の磁束線の数が増えている。この場合も回路内の磁束線の数が変化しているので誘導起電力がコイルの生じているといえる。しかし、このときの磁束の変化は(1)とは少し異なる。(1)では、$\Phi = BS$において、Bは一定で、Sのみが変化しているのに対して、この場合はSが一定でBが変化しているのである。この場合も電磁誘導の法則は成立しているのであろうか。

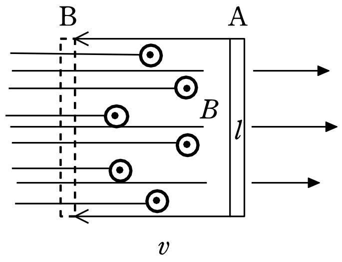
　上の図で、コイルがAからBに移動する間に磁束線を4本横切っている。このとき、コイル内の磁束線はA点で1本だったものがB点では5本になっている。つまり、横切った磁

束線の数だけコイル内の磁束線の数が増えているのである。

「導線が磁束線を横切ったとき誘導起電力を生じる」

といえる。

この状態はコイル内の面積が一定であるが誘導起電力を生じていることを証明してみよう。



コイルA内の電子はコイルを左に動かすことにより上向きにローレンツ力を受け電子は上向きに移動する。その結果、電流が下向きに流れることになる。その時の誘導起電力Vは

$V=vBl$

である。ここでの磁束密度Bはコイル内の磁束密度ではなく、コイルの導線を横切る磁束密度であることに注意を要する。このとき、コイル内の磁束の方向（右方向）に右手の親指をあわせるとコイルのに流れる電流の正の向きは図においては下向きになる。よって、誘導電流は負の向きとなる。方向も考えた誘導起電力は、

$V=-vBl$

である。

ここで、lは導線の１周に相当するので、コイルの半径をrとすると、$l=2\pi r$となるので、

$V=-2\pi rvB$　･･･②

である。

コイルがAからBに動く間にコイル内の磁束は横切った磁束の分だけ増加する。横切った磁束はコイルを底面とする円柱の側面積を貫く磁束である。この側面積は１秒当たり$2\pi rv$であるので、１秒あたりの磁束の増加は$2\pi rvB$となる。よって、$\dfrac{d\Phi}{dt}=2\pi rvB$となる。②式とあわせると、

$$V=-\frac{d\Phi}{dt}$$

が成立することになる。ここでの磁束Φはコイル内部の磁束である。

電磁誘導の磁束の変化は磁束密度が変化しても面積が変化しても同じ結果が得られることがわかる。

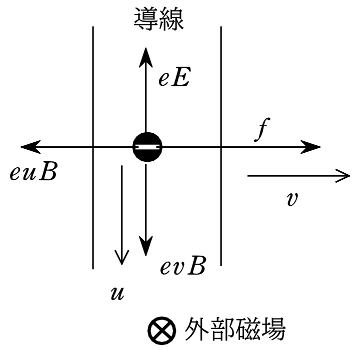
ここで、コイルが1巻きではなく、N巻きであった場合はそれぞれで誘導起電力を生じるので、すべてのコイルの誘導起電力の和が全体の起電力になる。よって、

$$V=-N\frac{d\Phi}{dt}$$

となる。コイルの巻き数は計算する上で忘れやすいので、この式を電磁誘導の定義式として使うと良い。

４． 電磁誘導のエネルギーの流れ

(1) 導線内の電子に関するエネルギーの流れ



今導線内の電子1個に外力fがはたらいて磁場内を右向きに一定の速度で動かした場合のエネルギーの流れを調べてみよう。

導線内の電子が外力fを受けて、速度vで動くとき、ローレンツ力evBを下向きに受ける。この結果電子は導線中を一定の速さuで動き始めたとする。

電子が導線中をuで動くようになるために、この速度に対するローレンツ力を右向きに受ける。また、電子が下に集まることにより下向きに電場Eが発生し、上向きにクーロン力eEがはたらく。ここで、電子は一定速度で動いているので、力の釣り合いが成立するので、

$$f = euB \qquad eE = evB$$

の2式が成立している。これをもとに、1秒あたりの仕事を計算（1秒当たりに動いた距離は速さと等しい）してみると、

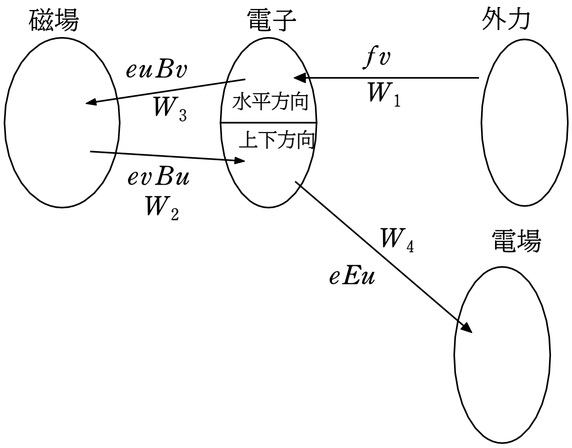
① 外力が電子に対してした仕事 $W_1 = fv$

② ローレンツ力（下向き）が電子に対してした仕事 $W_2 = evBu$

③ ローレンツ力（左向き）が電子に対してした仕事 $W_3 = -euBv$

④ クーロン力が電子に対してした仕事 $W_4 = -eEu$

このエネルギーの流れを図示すると、

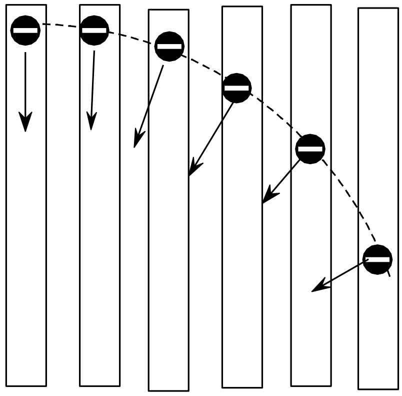


この仕事の大小関係はつりあいの式により

$f = euB$ より、 $fv = euBv$

$eE = evB$ より、 $eEu = evBu$

よって、この仕事の大きさはすべて等しいことになる。よって、外力によって電子に流れたエネルギーはすべて、電場のエネルギーになっていることが分かる。このエネルギーの流れを詳しく説明する。



外力を加えることによって、外力から電子にfvのエネルギーが流れている。電子が下向きに流れる（電流）ことによってローレンツ力がはたらき、そのローレンツ力により、磁場に$euBv$のエネルギーが流れる。この磁場に流れたエネルギーは下方向にはたらくローレンツ力により、電子に$evBu$のエネルギーが流れることになる。ここで、磁場は2つのローレンツ力をはたらかすことにより、水平方向の電子の運動エネルギーを上下方向の運動エネルギーに変える役割をしていることが分かる。

右図はその様子を図示したものである。導線及び電子の短時間ごとの位置を重ね書きしたものである。電子はローレンツ力によりほとんど等速円運動していることが分かる。

「ローレンツ力は電子の速度方向を変えるのみで仕事しない。」

といえる。この上下方向にもらった電子の運動エネルギーは電場による位置エネルギーの変わっているのである。これすなわち、電位差の発生である。このことより、電磁誘導を起こす力の源はローレンツ力であることが分かる。

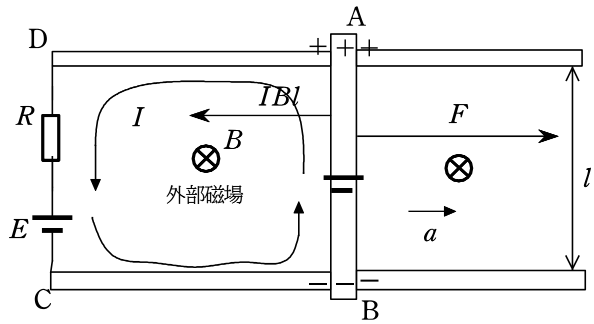
「ローレンツ力が電子の運動方向を変えるために生じるのが誘導起電力である。」

当然ながらこの間のエネルギーはすべて保存されている。

５． 電磁誘導必殺技

(1) 必殺技

向こう向きに磁束密度Bが存在している空間で金属棒AB及び抵抗R、電池Eを図のように設置した。金属棒ABに力Fを加えたところ、金属棒は一定の速さvで動き始めたとする。



導線に力Fを加えた状態で等速で動けば、力はつり合っていることになる。つりあ合う相手の力は電流が磁場から受ける力IBlである。この力をもとに電流の流れる方向を判断すること、電池Eによってだまされないようにしたい。よって力のつり合いの式

$F = IBl$ … ①

が成立する。この時この金属棒が加速していれば、この力のつり合いの式は運動方程式に変わる。

次に電磁誘導にて電流が流れる。誘導起電力をVとすると、誘導起電力は

$V = vBl$ …②

である。誘導起電力の方向が分かったら電池マークを図に記入するように心がけるべきで

ある。このようにすると、間違いが少ない。
「誘導起電力は発電部分に電池マークを記入すると間違いは少なくなる」
電流が回路を1周しているので、キルヒホッフの法則が使える。

$V-RI-E=0$　…③

この①②③を連立させて解けば電磁誘導の問題は大概解ける。

必殺技は

①　運動方程式（またはカのつりあい）

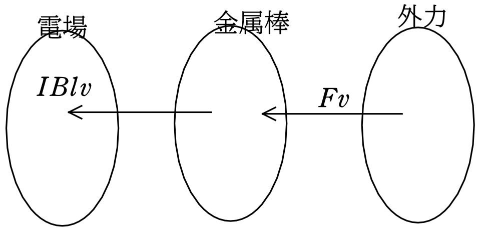
②　電磁誘導の式

③　キルヒホッフの法則

を連立させて解くことである。

⑵　電磁誘導によるエネルギーの流れ

金属棒には力が二つはたらいている。外力Fと磁場から受ける力IBlである。金属棒の速さをvとすると、単位時間の仕事（仕事率）は下図のようになる。



外力が金属棒に毎秒Fvのエネルギーを与え、電場が$IBlv$のエネルギーを受け取っている。

①　$F=IBl$

より、　$Fv=IBlv$である。外力が与えたエネルギーはすべて、電気エネルギーにかわっていることを意味している。

②　$V=vBl$

より、

$Fv=IBlv=IV$

となる。IVは電力の式そのものである。これが、電磁誘導によって生じた電気エネルギーである。

③　$V-RI-E=0$

より、　$V=E+RI$　を代入して

$Fv=IBlv=IV=IE+RI^2$

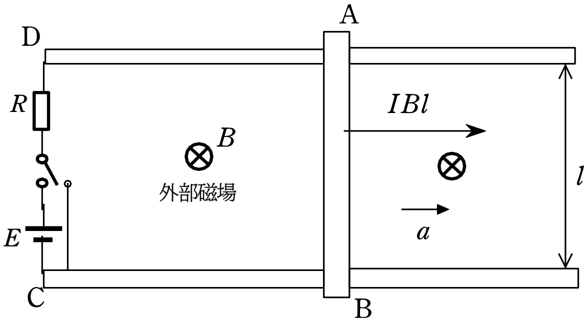
となる。

これを言葉で表わすと、外力にとって得られた電気エネルギーIVは抵抗による消費電力（発熱量）RI^2と電池に吸収されるエネルギーEIになるということである。ここで、電池に吸収されるエネルギーEIはこの電池に充電されたことを意味している。

６． 例題１　必殺技

右図のように、幅l離れた二本のレール間に抵抗Rと、起電力Eの電池をつなぎ、質量mの金属棒を左右に移動できるように設置した。

　スイッチを電池の方に入れると金属棒をABは動き始めた。



(1)　この時の加速度を求めよ。

(2)　暫らくして金属棒ABが等速で動き始めた。この時の速度を求めよ。

(3)　等速になってから、スイッチを導線の方に繋いだ。この瞬間から止まるまでの移動距離を求めよ。

＜解説＞

(1)　この場合の必殺技の式は

　①　運動方程式となる。加速度をaとすると、　$ma=IBl$

　②　まだ動いていないので、$v=0$。よって、$V=0$

　③　キルヒホッフの法則より　$E=RI$

　①③を連立させて解くと　$a=\dfrac{IBl}{m}=\dfrac{EBl}{mR}$

(2)　この場合の必殺技の式は

　①　外力がはたらいていないので　$IBl=0$　より　$I=0$

　②　$V=vBl$

　③　電圧1周＝0より　$E=V$

　①②③を連立させて解くと　$v=\dfrac{E}{Bl}$

(3)　この場合の必殺技の式は

　①　加速度をaとすると、　$ma=-IBl$

　②　$V=vBl$

　③　$V=RI$

　この中で変数は　a,I,v,Vである。式が3つあるので不要な変数V,Iを消去すると、

$$a=-\frac{vB^2l^2}{mR}$$

　移動距離をxとすると、$a=\dfrac{dv}{dt}$、$v=\dfrac{dx}{dt}$となるので、

$$\frac{dv}{dt}=-\frac{B^2l^2}{mR}\frac{dx}{dt}$$

　これは、

$dx=-\frac{mR}{B^2l^2}dv$

速度の変化と位置の変化は比例していることを意味しているので、xとvは一次関数の関係にあるといえる。　$x=p+qv$とおくと、

$dx=qdv$となるので　$q=-\frac{mR}{B^2l^2}$

スイッチを切り替えた瞬間$x=0$のとき、$v=\frac{E}{Bl}$なので、

$0=p+q\frac{E}{Bl}$　これは、$0=p-\frac{mR}{B^2l^2}\frac{E}{Bl}$　よって、　$p=\frac{mRE}{B^3l^3}$

一次関数は

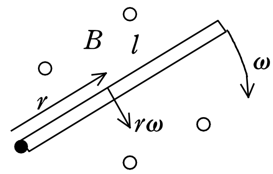
$x=\frac{mRE}{B^3l^3}-\frac{mR}{B^2l^2}v$

静止するまでの距離は$v=0$の時なので、$\frac{mRE}{B^3l^3}$　となる。

７．例題２　回転棒の電磁誘導

回転運動の場合の電磁誘導はどうなるのであろうか。

磁束密度Bの一様な磁場内で長さlの金属棒を一端を回転中心として一定の角速度ωで回転させた。このとき,金属棒の回転中心からの距離がrの位置では速さ$r\omega$で回転している。誘導起電力Vは



$V=vBl$

であらわされるが,金属棒の速度vが，回転運動の場合変化している。変化している状態で積の公式は使えないので,この速度は平均値を取ればよい。回転中心（$r=0$）では，$v=0$で，最も速い最外側は$v=l\omega$である。速度はrに比例して一様に変化しているので平均速度は両端を足して2で割ればよい。よって,

$\overline{v}=\frac{1}{2}l\omega$

となり，誘導起電力は

$V=\frac{1}{2}l^2\omega B$

となる。

＜積分を使って＞

回転中心からの距離をrとし，金属棒の微小部分をdrとする。この部分の速さは$r\omega$なので，この部分の誘導起電力は

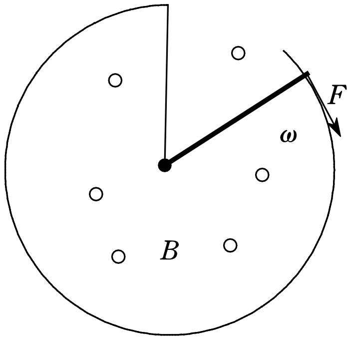
$r\omega Bdr$

これを，$0<r<l$で積分すればよいので,

$$\int_0^l r\omega Bdr=\left[\frac{1}{2}r^2\omega B\right]_0^l=\frac{1}{2}l^2\omega B$$

＜例題＞

磁束密度Bの一様な磁場がある空間に抵抗の無視できる導線で半径rのリングを作った。このリングの中心と導線をつなぎ中心とリングの間に抵抗がRの一様な金属棒を一端をリングの中心に固定し他端がリングに乗るように設置した。この金属棒の最外側にリングに沿う一定の大きさFの力を加えるとこの金属棒は一定の角速度で回転を始めた。



このとき，この回路を流れる電流及び回転角速度を求めよ。

＜解説＞

基本的に必殺技である。

① モーメントのつりあいの式となる。電流をIとすると，IBlの力は棒の重心にはたらいていると考えてよい。モーメントのつりあいの式は

$$Fr = IBr \cdot \frac{1}{2}r$$

② 回転角速度をωとすると，電磁誘導の式は

$$V = \frac{1}{2}r^2\omega B$$

③ キルヒホッフの式

$$V = RI$$

①より　$I = \dfrac{2F}{Br}$

③に①②を代入して

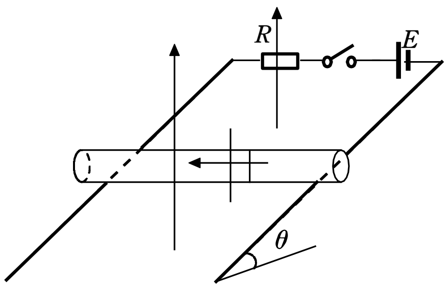
$$\frac{1}{2}r^2\omega B = R\frac{2F}{Br}$$

これを計算すると，

$$\omega = \frac{4RF}{B^2r^3}$$

８．例題３　斜面上の電磁誘導

前題のレールを角度θの斜面上に設置した。静かに手を離すと金属棒は等速運動をするこの時の速さを計算せよ。

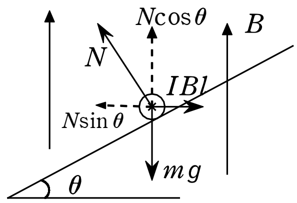


＜解説＞

この問題における必殺技は

① 力のつり合い

この場合は等速運動なので、①は力のつり合いとなる。



金属棒にはたらいている力は、垂直抗力N、重力mg、及び磁場から受ける力IBlである。IBlの力は常に磁場と垂直にはたらくので、力が釣り合うためには右向きにはたらく必要がある。よってはたらいている力は右図のようになる。

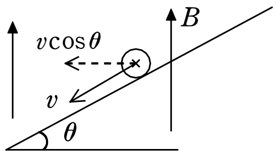
力のつり合いの式は

水平方向　$N\sin\theta = IBl$

鉛直方向　$N\cos\theta = mg$

「$IBl \perp B$　**磁場から受ける力と磁束は必ず垂直になる**」

② 電磁誘導の式



電磁誘導は速度と磁束密度はたがいに垂直関係にある。

よって、

$V = v\cos\theta \cdot Bl$

③ キルヒホッフの式

$V - E - RI = 0$

①②③を連立させて解けばよい。

①より、　$I = \dfrac{mg\tan\theta}{Bl}$

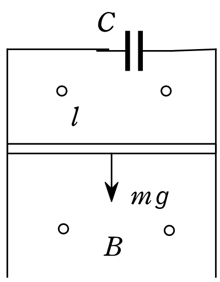
③にこの式と②を代入して

$$Blv\cos\theta - E - R\frac{mg\tan\theta}{Bl} = 0$$

$$v = \frac{E}{Bl\cos\theta} + \frac{Rmg\tan\theta}{B^2l^2\cos\theta}$$

となる。

９．例題４　コンデンサーと電磁誘導



距離l離れた、鉛直に張った二本の平行導線を電気容量Cのコンデンサーでつなぎ、長さl、質量mの金属棒を鉛直線に接触しながら滑らかに滑り降りることができるように取り付けた。この装置に紙面手前向きに磁束密度Bの磁場をかけた。

この状態で静かに金属棒を離すと、金属棒は加速した。金属棒が速度vになったとき、コンデンサーにたまっている電気量、および静電エネルギー、流れている電流を求めよ。

<解説>

必殺技

① 加速度a、電流Iとして運動方程式、

$ma = mg - IBl$

② 誘導起電力の式

$V=vBl$

③ 電圧一周＝0

$V-\dfrac{Q}{C}=0$

②③より

たまっている電気量は　$Q=CvBl$

静電エネルギーは　$\dfrac{1}{2}\dfrac{Q^2}{C}=\dfrac{1}{2}Cv^2B^2l^2$

電流は必殺技だけでは求められない。IとQの関係が必要である。電流は1秒間の電気量の変化である。

$I=\dfrac{dQ}{dt}=\dfrac{d}{dt}(CvBl)=CBl\dfrac{dv}{dt}$

加速度は1秒間の速度変化なので、$\dfrac{dv}{dt}=a$

$I=CBla$

この式を①に代入して

$m\dfrac{I}{CBl}=mg-IBl$

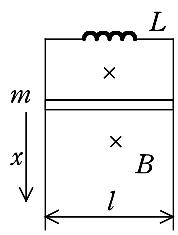
この方程式を解くと

$I=\dfrac{mgCBl}{m+CB^2l^2}$

となる。

10．例題５　コイルと電磁誘導

右図のように鉛直に間隔lで平行に張られた2本の導線に質量mの金属棒を滑らかにすべるように取り付けた。2本の平行導線の間には，自己インダクタンスLのコイルが取り付けてある。磁束密度Bの一様な磁場を紙面向こう向きにかけた。金属棒は最初静止しており,この状態から静かに離した。最初の位置を原点とし，下向きを正にx軸を取る。



重力加速度の大きさをgとして，この金属棒が単振動することを示し，振動の中心のx座標と，振動周期を求めよ。

電磁誘導必殺技

① 加速度をa，電流をIとして運動方程式を立てる。

$mg-IBl=ma$

② 誘導起電力をVとして電磁誘導の式

$V=vBl$

③ 電圧１周＝0

$V-L\dfrac{dI}{dt}=0$

単振動の問題なので単振動の必殺技とつなぐ

④　つりあいの位置

つりあいの位置では$a=0$となるので，$mg=IBl$となるのであるが，これから位置xが簡単に求められない。そこで，②③より

$$vBl=L\frac{dI}{dt}$$

また，$v=\frac{dx}{dt}$なので，$Bl\frac{dx}{dt}=L\frac{dI}{dt}$より，$\frac{dI}{dx}=\frac{Bl}{L}$

傾きが一定なので，Iとxは一次関数の関係にあることが分かる。また，$x=0$で$I=0$なので，I,xは比例関係となる。よって，

$$I=\frac{Bl}{L}x$$

④式に入れると　$mg=\frac{Bl}{L}x\cdot Bl$

$$x=\frac{mLg}{B^2l^2}$$

これがつりあいの位置，すなわち振動の中心である。

つりあいの位置よりs下げると，復元力Fは

$$F=IBl-mg=\frac{B^2l^2}{L}(x+s)-mg=\frac{B^2l^2}{L}s$$

復元力が変位sに比例しているので，この振動は単振動であることがわかる。復元加速度をω^2sとすると，運動方程式は

$$\frac{B^2l^2}{L}s=m\omega^2s$$　よって，　$\omega=\frac{Bl}{\sqrt{mL}}$

周期は　$T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi\sqrt{mL}}{Bl}$