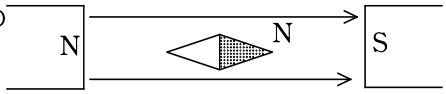
電流の周りの磁場

１． 電流の周りの磁場

⑴ 磁力線の向き

磁力線は基本的にN→Sの向きである。
その磁場に方位磁石を置くと、方位磁石のN極はS極のあるほうを向く、この向きは磁力線の向きと同じである。



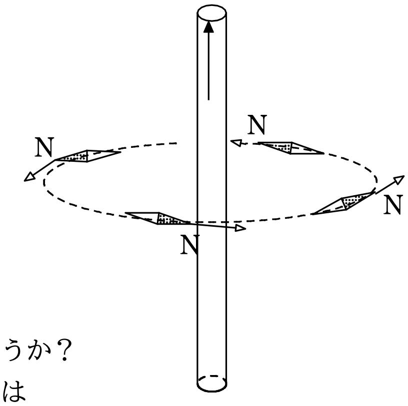
よって、

「方位磁石のN極の向く方向が磁力線（磁場）の方向である。」

といえる。

⑵ 電流の周りの磁場

図にように直線電流の周りに方位磁石を置くと、右図のようになる。方位磁石は導線を中心とする同心円状に並ぶ、このとき、円周に沿って同じ向きに方位磁石のN極が向く。
磁力線の向きは方位磁石のN極の向きであるから、導線の周りの磁力線は導線を囲むように1周していることになる。



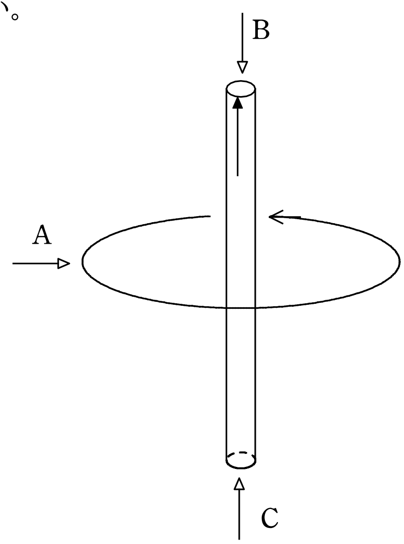
次にこの磁場の回転方向はどうなっているのであろうか？今までの図は平面上で収まるものであったが、ここでは空間上の図形になるために図には表わしにくい。そこで、人の手でこの磁場の向きを表わすようにしておけば、分かりやすい。右手の親指を電流の方向にあわせると、他の4本の指の回転方向が磁力線の向きと一致している。これを用いて、電流の周りに生じている磁場（磁力線）の向きを知ると良い。
このこの電流の向きと磁場の回転方向は右ねじの進む向きと回転方向との関係と一致するので、**右ねじの法則**という。

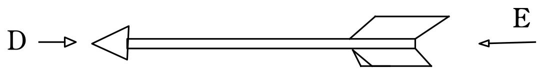
⑶ 電流と磁場との関係の表わし方。

電流の方向と磁場の回転方向は空間図形になるために、問題を考える上では大きな障害となる。そこで、空間図形を平面上に表わす方法が重要となるのである。空間図形を平面図に直すには

見取り図を書くのも良いが、真実の形が分かりにくい。そこで、真横から見た図(A)とか、真上から見た図(B)とか、真下から見た図（C)とかを描くことになる。

　そういった図を描くときに重要なのが、手前に向いている場合と向こう向きの場合の記号である。

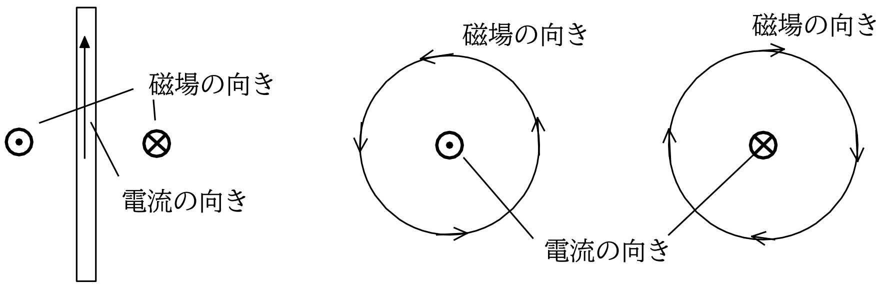




自分に向かってくる弓矢を正面Dから見ると、矢の先端が見えるので右図のDから見た図のようになる。また、矢の後ろEから見ると、矢羽がよく見え、右図のEから見た図のように見える。この例のようにD図の記号は、自分に向かってくる流れを意味し、E図の記号は自分から離れていく流れを意味する。この記号を書き込むことにより、上の立体図をA～Cから見た平面図で表わせるようにしておくこと。この記号は、その流れが、電流であろうが磁力線であろうがかまわないものとする。

⊙	⊗
Dから見た図	Eから見た図

　下にA～Cより見た図を示す。



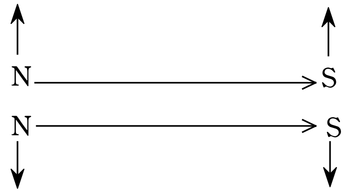
Aから見た図　　Bから見た図　　Cから見た図

２．電流にはたらく力の方向

　磁石の場合N極どおし、S極どおしは反発し、N極とS極は引き合うことは良く知られている。しかし、電流の周りに発生する磁場にはN極S極がはっきりと分からない。この場合どのように力が作用すると考えればよいのであろうか？

電流の周りの磁場

(1)　磁極と磁力線との関係

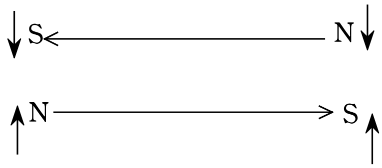


　まず、磁力線が同じ方向にある場合を考えてみよう。右図の場合は左側にN極があり、右側にS極があることになる。

　この場合左側はN極どおし、右側はS極どおしになり、ともに同極の反発が起こる。このため、

「同じ向きに磁力線が並んでいるときは互いに反発力が生じる」

と考えてよい。



　次に右図のように逆向きに磁力線が並んでいる場合はどうであろうか？この場合は、互いの磁力線の周りの磁極が逆向きになっており、磁力線どおしが引き合うことが分かる。

これにより、

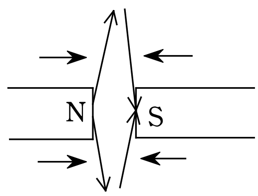
「逆向きに磁力線が並んでいるときは互いに引き合う」

といえる。

(2)　磁力線の向きと力のはたらく方向

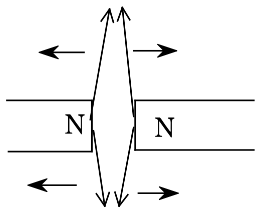
　では、この考え方を用いて、いろいろな場合の力の作用する方向を考えてみよう。

　①　N極とS極



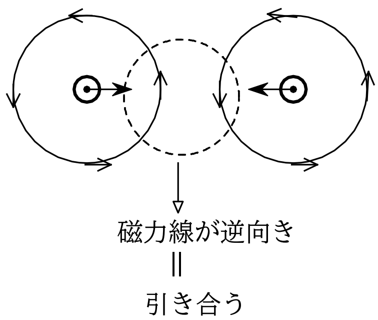
　N極から出る磁力線とS極に入る磁力線は逆向きになっているから、N極とS極は引き合うといえる

　②　N極どおし



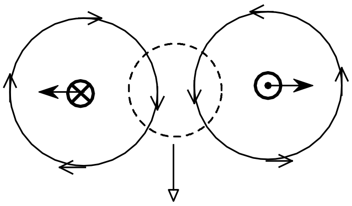
　N極どおし、S極どおしの場合は右図のごとく磁力線が同じ向きを向いているので、磁石どおしは反発しているといえる。

　③　同じ向きに電流が流れている平行導線

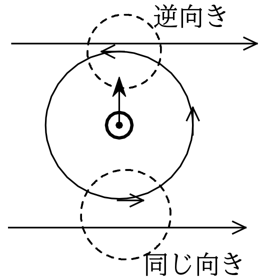


　二本の導線の間の磁力線は図のように逆向きになっている。この場合は磁力線が逆向きなので、2本の導線間に引き合う力が作用するといえる。

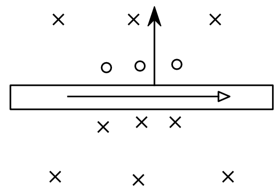
④　逆向きに電流が流れている平行導線
　二本の導線の間の磁力線は図のように同じ向きである。この場合は磁力線が同じ向きなので、2本の導線間に反発する力が作用するといえる。



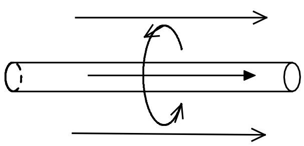
⑤　一様磁場内の電流
　磁力線が平行になっている一様な磁場内に電流を流した場合、右図のようになる。この場合、導線の上側の磁力線は逆向きで、下側の磁力線は同じ向きになっている。そのために、この導線は下から反発を受け、上に引き込まれることになる。全体として、上向きに力を受けることになる。



　また、右向きに流れている電流に紙面向こうむきに磁場が存在している場合、電流の周りには右ねじの法則より電流の上では手前向き、下では向こうむきの磁場が生じ、電流は、磁場が逆向きになっている上の方に力を受ける。



⑥　磁力線と電流が同じ向きの場合
　導線と磁力線が平行になった場合は右図のように電流の作る磁力線と、外部からの磁力線が直交する。この場合はまったく力がはたらかない。



３．電流の周りに発生する磁場の強さ

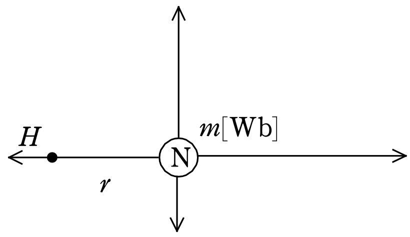
⑴　ある磁気量と同じ磁場を発生する電流はいくらであろうか

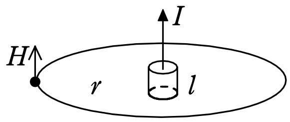
　今までは磁場（磁力線）の方向について考えてきたが、ここでは、磁場の大きさについて考えてみたい。まずは、磁石の周りの磁場と電流が作る磁場との関連を調べてみよう。

　磁石の周りに磁場が発生するが、電流の周りにも磁場が発生している。磁石の周りに発生する磁場は磁石内にある電子の動きで作られており、電子の動きはすなわち電流なので、磁石が作る磁場も電流が作る磁場も同じものである。しかし、見た目が異なるので、この

2種類の磁場を対比する方法を考えてみよう。

N極が作る磁場はN極から放射状に出て、電流が作る磁場は導線を囲むように生じている。そのために、N極または、導線から同じ距離r離れた点に作用する磁場は明らかに方向が90°違っている。しかし、この方向の違いに目をつぶって、その大きさのみを比較してみたいと思う。つまり、m[Wb]の磁気から出る磁場の強さと同じ強さの磁場を作る電流Iはどのような関係にあるのかを求めてみよう。



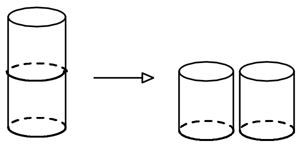


今、m[Wb]の点磁極からr[m]離れた位置の磁場の強さHは、

$$H=\frac{m}{4\pi\mu_0 r^2}\cdots①$$

であった。そこで、微小な長さl[m]の導線に電流をI[A]流したとき、この導線の真横r[m]離れた位置の磁場の強さはいくらであろうか。理論で導くのが難しいので、比例反比例を用いて求めてみよう。

まず、式の形は①式と基本的に同じと仮定する。万有引力の法則、クーロンの法則、磁気クーロンの法則いずれも、距離r^2に反比例（分母がr^2）しているので、電流の周りの磁場の強さもr^2に反比例すると予測する。次に電流が$2I$になった場合、電流Iの導線を２本並べたのと同じであるので、発生する磁場の強さも2倍になり、磁場の強さは電流に比例するといえる。また、導線の長さが2倍になった場合、右図のように導線が二つあるのと同じなので、磁場の強さも2倍になると予想される。よって、磁場の強さは導線の長さにも比例するといえる。



ここまでをまとめると、電流の周りに発生する磁場の強さは距離rの２乗に反比例し、電流Iと導線の長さlに比例することになる。比例定数をkとして、これを式に直すと、

$$H'=k\frac{Il}{4\pi r^2}\cdots②$$

となる。実験によりこの式の正しさは証明される。このとき、分母の4πは①と極力同じ形にするためにつけた定数である。

①と②を比較することにより、①の$\dfrac{m}{\mu_0}$が②のkIlに相当することが分かる。つまり、磁気量mに相当する磁場を発生する能力は$k\mu_0 Il$ということになる。よって、

$$m=k\mu_0 Il$$

となる。ここで、この値は磁場の大きさのみを考えており、磁場の方向は無視していることに注意しなければならない。

実は、ここまでの論では磁気量の単位Wbの大きさをまだ決めていない。ここで、比例定数$k=1$となるようにWbの単位を決めれば（これは仮定義である）話は簡単である。そ

こで、

$m=\mu_0 Il$…③

といえる。この式が磁気量と電流をつなぐ式となる。前に述べたとおり、これは大きさのみを表わしているので、方向に関しては別に考えなければならない。

⑵　電流が磁場から受ける力

磁気量mが磁場Hから受ける力Fは$F=mH$で表わされることは以前に述べた。電流に作用する力の大きさは、この式を③式で置き換えれば求められる。よって、

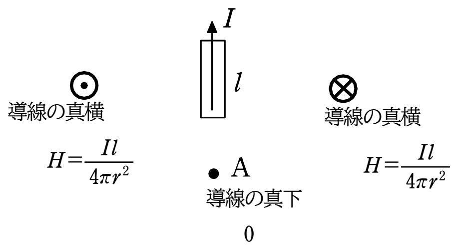
$F=\mu_0 IlH$

となる。この式で力の大きさを求め、その力の方向は磁力線の向きで求めれば良いことになる。

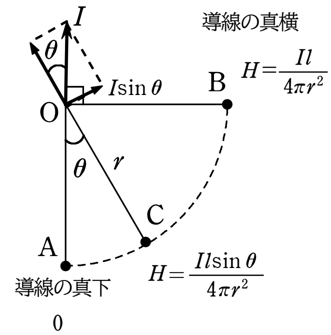
⑶　導線から斜めの位置の磁場の強さ

これまでは導線の真横の磁場の強さに限って考えていた。導線から斜めに離れた位置の磁場の強さはどうなっているのであろうか？

導線の真横の磁場の強さは$H=\dfrac{Il}{4\pi r^2}$であるが、導線の真下（図のA点）はまったく磁場を生じず0である。これを用いて、導線の周辺の磁場の強さを求めてみよう。



右図のように導線から、角度θ、距離r離れた点Cの磁場を求めてみよう。電流はベクトルであるため、分解が可能である。電流ベクトルを分解して考えると、導線OからCの方向の逆方向の成分とその直角成分に分解する。そのうち、OCと逆方向成分に対してCは電流の真下にあたるため、磁場をまったく生じない。磁場を生じるのは、OCと直角方向の電流である。その大きさは$I\sin\theta$である。この電流を用いると、C点の磁場は電流$I\sin\theta$の真横r離れた位置の磁場の強さになるため、



$$H=\frac{Il\sin\theta}{4\pi r^2}$$

となる。

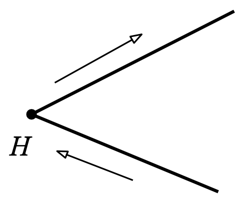
この法則をビオ･サバールの法則という。

<例>

導線が折れ曲がっている時、折れている点（黒点）に存在している磁場の強さは、導線の正面になり、側面の要素がないので、

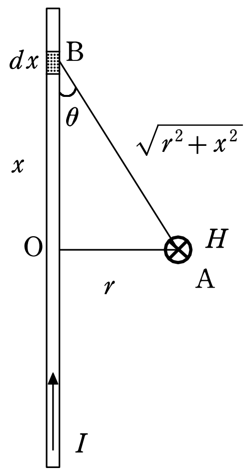
$H=0$

である。



４． 無限に長い直線電流が作る磁場

電流I流れる無限に長い直線導線から、r離れた点Aに生じている磁場を求めてみよう。A点に生じる磁場は導線上すべての点の電流から発生する磁場の合計になっている。そのため、任意の微小部分から生じる磁場を計算し最後にそれを合計（積分）して求める必要がある。



(1) 導線上の微小部分からA点に生じる磁場

導線上でA点に最も近い点をOとし、Oを原点として上向きに座標を取る。座標xの位置にある微小部分BからAに生じる磁場dHを計算することにする。

$H=\dfrac{Il\sin\theta}{4\pi r^2}$を用いると、B点の長さ$dx$の微小部分から生じる磁場の強さ$dH$は距離$r$はこの場合$\sqrt{r^2+x^2}$であることに注意して、

$$dH=\frac{I\sin\theta}{4\pi(r^2+x^2)}dx$$

である。ここで、$\sin\theta=\dfrac{r}{\sqrt{r^2+x^2}}$を用いると、

$$dH=\frac{I}{4\pi(r^2+x^2)}\cdot\frac{r}{\sqrt{r^2+x^2}}dx \quad \cdots①$$

これが位置座標xの微小部分からA点に生じる磁場である。方向は紙面向こう向きである。

(2) 無限に長い直線電流が作る磁場

この導線全体から生じる磁場は①式を導線すべての部分で積分した値になる。よって、

$$H=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{rI}{4\pi(r^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}dx=\frac{rI}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dx}{(r^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

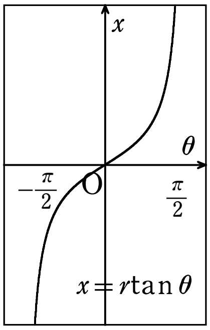
これを積分するには、$x=r\tan\theta$の置換積分を行なう必要がある。

$$dx=\frac{dx}{d\theta}d\theta=(r\tan\theta)'d\theta=\frac{r}{\cos^2\theta}d\theta$$

$$(r^2+x^2)^{\frac{3}{2}}=(r^2+r^2\tan^2\theta)^{\frac{3}{2}}=r^3(1+\tan^2\theta)^{\frac{3}{2}}$$

$$=r^3\left(\frac{1}{\cos^2\theta}\right)^{\frac{3}{2}}=\frac{r^3}{\cos^3\theta}$$

また、積分区間は$-\infty < x < \infty$の時は、θの区間は右のグラフより　$-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$であることが分かる。



$$H = \frac{rI}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(r^2+x^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{rI}{4\pi}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\frac{r}{\cos^2\theta}d\theta}{\frac{r^3}{\cos^3\theta}} =$$

$$\frac{rI}{4\pi}\cdot\frac{1}{r^2}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos\theta d\theta = \frac{I}{2\pi r}$$

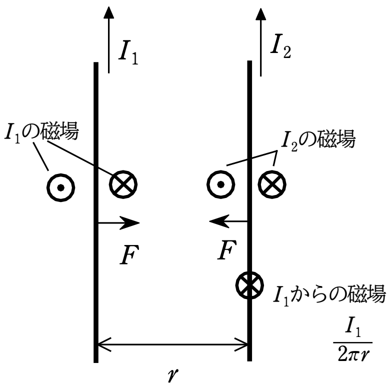
よって、無限に長い導線からr離れた点に電流Iが作る磁場の強さは

$$H = \frac{I}{2\pi r}$$

であることが分かる。この式より、磁場の強さは[A/m]であることが分かる。

(3)　無限に長い平行電流どおしに作用する力

無限に長い2本の平行導線の同じ向きにI_1、I_2の電流を流した。導線間に生じる互いの磁場が逆向きであることから、この導線間には引き合う力が作用する。この導線の長さlあたりに作用する力Fを求めてみよう。



この力は作用反作用の関係にあるために同じ大きさの力である。電流I_2が流れる導線に電流I_1が作る磁場の強さはI_1からの距離がrであり、公式$H = \frac{I}{2\pi r}$を用いて、

$$H = \frac{I_1}{2\pi r}$$

となる。

また、長さlの導線を流れる電流Iが磁場Hから受ける力は、以前の論により$F = \mu_0 IlH$であることが示されている。この式を用いることにより、力Fは

$$F = \mu_0 I_2 l \times \frac{I_1}{2\pi r} = \mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi r} l$$

となる。

(4)　電流の単位A（アンペアの定義）

電流の単位A（アンペア）は1m離れた並行導線に同じ電流を流したとき、その平行導線1mあたり2×10^{-7}Nの力が作用するとき、その電流を1Aと定義されている。

$F = \mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi r} l$にAの定義の条件（$r = l = 1$、$I_1 = I_2 = 1$、$F = 2\times10^{-7}$）を代入すると、

$2\times 10^{-7}=\mu_0\times\dfrac{1}{2\pi}$

これより、$\mu_0=4\pi\times 10^{-7}$[N/A^2]

単位は式$F=\mu_0\dfrac{I_1I_2}{2\pi r}l$より導けばよい。

$\mu_0=\dfrac{2\pi rF}{I_1I_2l}$より、[N/A^2]であることがわかる。

真空透磁率はこのようにして求められるのである。

この結果、磁気クーロン定数は

$k_m=\dfrac{1}{4\pi\mu_0}=\dfrac{10^7}{(4\pi)^2}$[Nm^2/Wb^2]

「1m離れた並行導線に同じ電流を流したとき、その平行導線1mあたり2×10^{-7}Nの力が作用するとき、その電流を1Aと定義する」

(5)　MKSA単位系

1Aの定義をこのようにすることにより電気関係のさまざまな物理量が定義されることになる。

①　電気量[C]…　1Aの電流を1秒間流すのに必要な電気量。$Q=It$より、

[C]=[As]

②　電場の強さ[N/C]…　+1Cに作用する力。$F=qE$より、

[N/C]=[N/As]

③　電位[V]…　+1Cを運ぶ仕事。$V=Ed$より

[V]=[N/As·m]=[Nm/As]=[J/As]

④　電気容量[F]…　1Vで蓄えることのできる電気量。$Q=CV$より、

[F]=[C/V]=[As/(Nm/As)]=[A^{2}s^2/Nm]

⑤　誘電率[F/m]…　$C=\varepsilon\dfrac{S}{d}$で定義される比例定数。$C=\varepsilon\dfrac{S}{d}$より、

[F/m]=[A^{2}s^2/Nm^2]

⑥　電気抵抗[Ω]…　1A流すのに必要な電圧。$V=RI$より、

[Ω]=[V/A]=[Nm/A^{2}s]

⑦　磁場の強さ[A/m]…　直線電流で$H=\dfrac{I}{2\pi r}$となる磁場。[A/m]

⑧　磁気量[Wb]…　$F=mH$で定義される磁気量。$F=mH$より、

[Wb]=[N/(A/m)]=[Nm/A]

⑨　透磁率[N/A^2]･･･$B=\mu H$（後述）における比例定数。[N/A^2]

このように電磁気関係の単位は、[kg]、[m]、[s]、[A]の4種類の単位の合成単位として表わすことができる。

ちなみに力[N]=[kgm/s^2]、エネルギー[J]=[kgm^2/s^2]で表わされる。

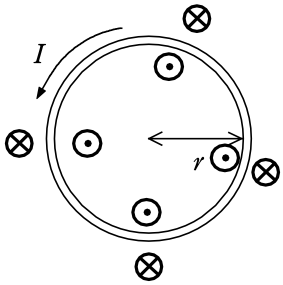
このような単位系をMKSA単位系と読んでいる。

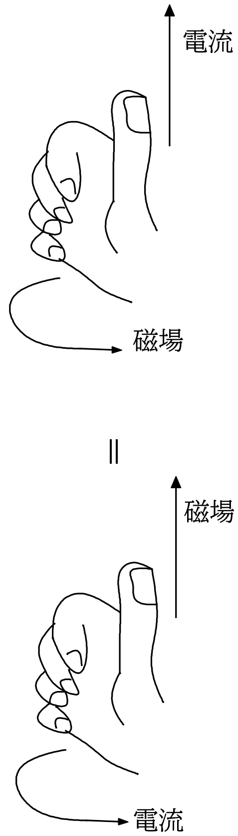
５． 円形電流が作る磁場

　次に円形に電流が流れているとき、その周辺にできる磁場について考えてみよう。

⑴　電流と磁場の向きの関係

　磁場は電流を取り囲むように生じているので、図に表わせば、右図のようになる。





　ここで、気付くのが円形電流の内部がすべて同じ向きになっており、電流の回転方向と、円形電流内部の磁場の向きは右手の親指と他の4本の指の向きと同じである。

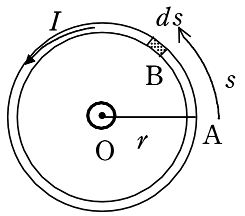
　右手の親指を電流の向きとすれば他の4本の指の回転方向が磁場の方向を表わしていたのであるが、逆でも良いことになる。すなわち、電流と磁場はどちらがどちらでも右手の親指と他の4本指との関係になるのである。都合のいいほうを使えばよい。

⑵　円形電流の周りの磁場の強さ

　ビオ･サバールの法則を用いて、円形電流の中心の磁場の強さを求めてみよう。

$$H=\frac{Il\sin\theta}{4\pi r^2}$$

　円形電流の点Aよりの長さsの位置にある微小部分Bから円電流の中心に及ぼす磁場を合計すると、円の中心における磁場を計算することができる。

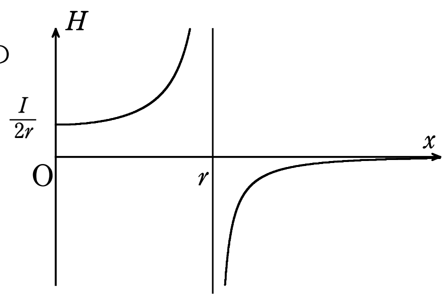


この場合θ＝90°で積分区間は0から1周（$2\pi r$）であるので、

$$H=\int_0^{2\pi r}\frac{Ids}{4\pi r^2}=\frac{I}{2r}$$

となる。これが円電流の中心における磁場である。

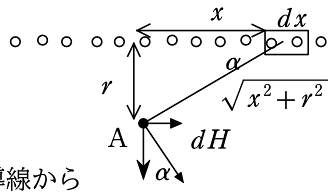
　この式はあくまでも円の中心における磁場の強さを求めたものである。円のそのほかの部分の磁場の強さは紙面手前向きを正として右のグラフのようになる。



６． ソレノイド内の磁場について

無限に長いソレノイド内の磁場の強さを計算してみよう。

右図の白点はソレノイドを流れている電流である。電流は紙面手前方向に流れているとする。巻密度をn，流れている電流をIとすると，dx部分を流れている電流は$nIdx$となる。導線の長さをsとするとき，ソレノイドの導線からd離れた点Aにおける磁場の強さは，ビオ･サバールの法則より



$$\frac{nIsdx}{4\pi(x^2+r^2)}$$

となる。すべてのxの区間でこの磁場を合成するが，$-x$とxの位置の電流によって，縦方向の磁場成分は打ち消される。よって，合成するのは水平成分だけでよい。図の角度をαとすると，

$$dH=\frac{nIsdx}{4\pi(x^2+r^2)}\sin\alpha=\frac{nIsdx}{4\pi(x^2+r^2)}\cdot\frac{r}{\sqrt{x^2+r^2}}$$

これを全区間で積分するとA点での磁場の強さが求められる。磁場の強さは

$$H=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{nIsr}{4\pi(x^2+r^2)^{\frac{3}{2}}}dx$$

$x=r\tan\theta$ とおくと，$\displaystyle\frac{1}{(x^2+r^2)^{\frac{3}{2}}}=\frac{1}{(r^2\tan^2\theta+r^2)^{\frac{3}{2}}}=\frac{\cos^3\theta}{r^3}$

$dx=\dfrac{r}{\cos^2\theta}d\theta$ ， 積分区間は $-\infty<x<\infty$ なので， $-\dfrac{\pi}{2}<\theta<\dfrac{\pi}{2}$

よって，

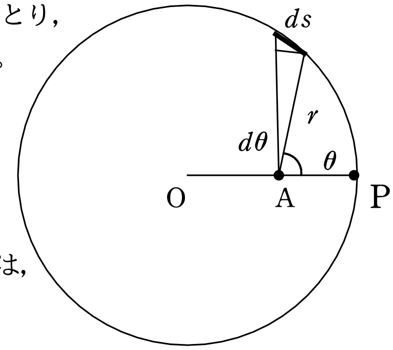
$$H=\frac{nIsr}{4\pi}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos^3\theta}{r^3}\cdot\frac{r}{\cos^2\theta}d\theta=\frac{nIs}{4\pi r}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\cos\theta\,d\theta=\frac{nIs}{2\pi r}\quad\cdot\cdot\cdot\ ①$$

この式は，ソレノイドの導線からr離れた位置の磁場の強さを意味しているが,導線は円を描いているので,次に円内の磁場の強さを計算する。

円の半径をR，中心をOとし，円周上に点Pをとり，導線の微小部分（長さds）からの磁場を考える。

点Aから導線までの距離をrとし，Aから見た導線の角度を$d\theta$とする。

磁場は電流の側面に生じるので，dsのrとの直角成分が磁場を作る。dsの直角成分は$rd\theta$となるので，導線のds部分から受ける磁場の強さは，①より



$$\frac{nIrd\theta}{2\pi r}=\frac{nI}{2\pi}d\theta$$

これを　一周分　$0 \leqq \theta \leqq 2\pi$で積分すると

$$\int_0^{2\pi} \frac{nI}{2\pi} d\theta = nI$$

となり，Aの位置に関係なく一定となる。

よって，**ソレノイド内の磁場の強さはその位置に関係なく一定**で，その値は

$$H = nI$$

となる。