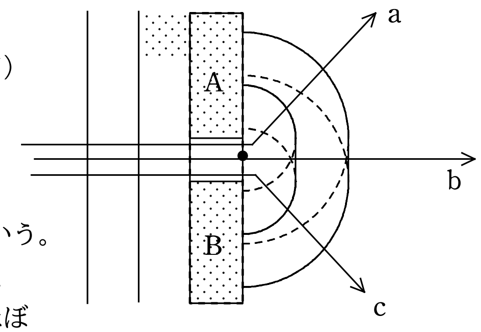
光の干渉

１． 光の回折

A,Bを壁とし、その間にせまい隙間がある時そこに入った波はどうなるであろうか。
AB間を抜けた波はそこから素元波（点線の円）を描けば、ホイヘンスの原理によりその共通接線がAB間を抜けた後の波面となる。



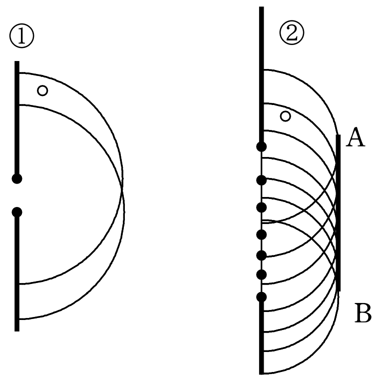
狭いところを抜けた波は障害物の裏側に回りこんでいる様子が見られる。これを回折という。

この波面に垂直な射線a,b,cを引いてみると、何れもAB間の黒点の位置から波が出たのとほぼ同じ射線である。

「回折の場合その隙間を波源と考えるとよい」
といえる。

波は回折するのではあるが、エネルギーで考えると、ほとんどは直進して、一部のエネルギーが回折する。大きく曲がりこむ波のエネルギーは少ないのである。

右図②で見るとAB間が素元波の波面がよく重なっており、振幅が大きくなっている。
これは、回折しても、直進方向の波は振幅が大きく、回りこむ波は振幅が少ない（エネルギーが少ない）ことを意味している。



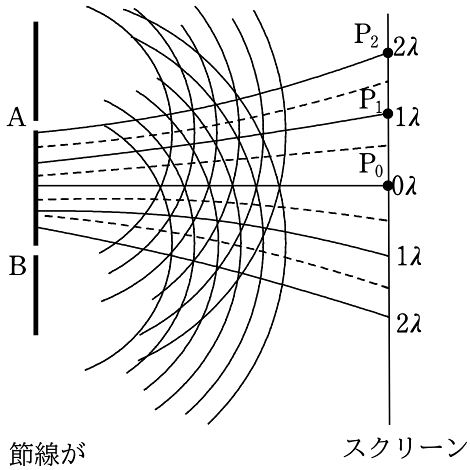
右図①は隙間が狭い場合、②は隙間が広い場合である。①は上の端から出た素元波と下の端から出た素元波の位相が白丸の位置で大きくずれていない。素元波を重ね合わせると位相が大きくずれていないので振幅が0にならず、白丸の位置に波が伝わっている。これに対して、②では白丸の位置来る波は山の部分もあれば谷の部分もあるので素元波どおしが打ち消し合い振幅がほとんど0となる。波長が長い場合①と同じ状況になるので、次のことが言える。

「波長が長いほど回折しやすい。」

「隙間が狭いほど回折しやすい。」

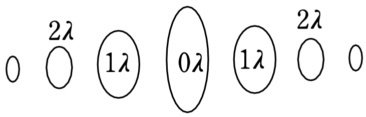
２．ヤングの実験

近接したAB二つの隙間（1mm未満）を持つスリットに光を当てた場合A,Bで回折が起こる。A,Bを波源とする同位相の波が出たのと同じことになるので、A,Bから右図のような波面が伝わっていく。
このとき、Aから出た波とBから出た波が干渉を起こし、腹線と節線が生じる。
右図では実線が腹線で破線が節線である。



右端のスクリーンに腹線が当たったところは光が強め合い、節線が当たったところは光が弱めあっている。よって、腹線が当たっているところに明るい明線が生じ、節線が当たったところは暗くなるのでスクリーン上に光の縞模様が生じる。光のエネルギーは直進方向が大きいので0λの明線が最も明るく、周辺に行くにつれて暗くなる。

正面から見ると右図のような明線が見えるはずである。中央の最も明るい明線を中央明線という。



中央命線を0番目とした時、m番目の明線の位置をP_mとする。各明線の明線条件は二つの波源からの距離が波長の整数倍であるので、

$$|BP_m - AP_m| = m\lambda$$

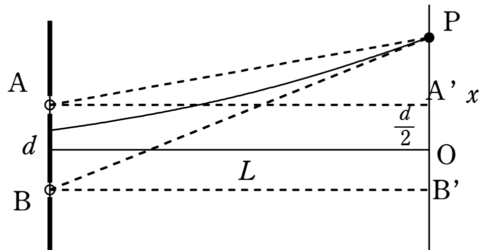
が成り立つことである。

３．ヤングの実験　明線条件の計算１

m番目の明線が点Pにあるとする。
点Pは$m\lambda$の腹線上にあるので、

｜BP−AP｜＝$m\lambda$

が成立している。
｜BP−AP｜を計算してみよう。



スリット間隔AB＝d、スリットスクリーン間距離AA’＝L、明線の位置OP＝x、スリットに入射させる光の波長をλとする。
ここで、L＞＞x＞＞dである。

Oは中央明線の位置で、ABの中点の正面にある。図より　OA’＝OB’＝$\frac{d}{2}$となるので、

三平方の定理より

$$\mathrm{BP} = \sqrt{L^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2} \qquad \mathrm{AP} = \sqrt{L^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2}$$

なので、

$\mathrm{BP}-\mathrm{AP}=\sqrt{L^2+\left(x+\frac{d}{2}\right)^2}-\sqrt{L^2+\left(x-\frac{d}{2}\right)^2}$

平方根の差というのは通常これ以上計算できない。ところが実測可能な桁数以上の数値は無意味なので実測の有効数字以内の近似計算ができればよい。$L>>x>>d$なので、この性質を利用して近似計算可能である。Lは数m程度、xは数cm程度、dは1mm未満程である。近似計算方法が3通りあるので以下はその近似計算方法である

(1)　平方根を開く方法

1よりごくわずかに大きい数字の平方根について考えてみよう。たとえば1.00002^2の場合、

$1.00002^2=1.0000400004$

となるが、最後の数値4はその前の4に比べて1万分の1である。これは10mに対して1mm程のずれに相当する。実際上このような、微小なずれは無視しても差し支えない。そうすると、

$1.00002^2=1.0000400004\fallingdotseq 1.00004$

とおける。

これを一般化してみよう

$\left(1+\frac{x}{2}\right)^2=1+x+\frac{x^2}{4}$

xが微小な場合最後の桁の4は$\frac{x^2}{4}$に該当する。これは無視しても差し支えないので、

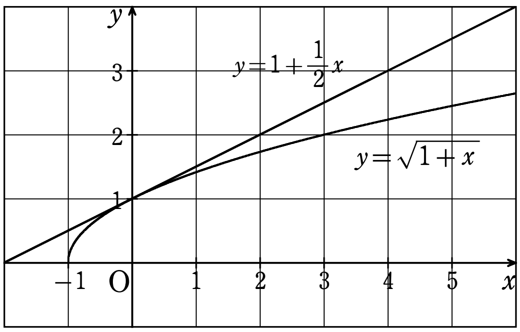
$\left(1+\frac{x}{2}\right)^2\fallingdotseq 1+x$

となる。両辺を平方根すると、

$\sqrt{1+x}=1+\frac{1}{2}x$

となる。

この二つの関数をグラフ化すると右図のようになる。



$y=1+\frac{1}{2}x$は$y=\sqrt{1+x}$に対して(0,1)を接点とする接線になっているのである。

（証明）

$y=\sqrt{1+x}$を微分すると、$y'=\frac{1}{2\sqrt{1+x}}$

$x=0$での微係数は　$\frac{1}{2}$となる。

接点は（0,1）なので、接線の方程式は　$y-1=\frac{1}{2}(x-0)$

より、$y=1+\frac{1}{2}x$は接点を(0,1)とする接線である。

接線はその近くにおいては非常に近い値をとっている。

$\sqrt{1+x}=1+\frac{1}{2}x$を用いて平方根を外す。

$$\mathrm{BP}-\mathrm{AP}=\sqrt{L^2+\left(x+\frac{d}{2}\right)^2}-\sqrt{L^2+\left(x-\frac{d}{2}\right)^2}$$

$$=L\sqrt{1+\left(\frac{x+\frac{d}{2}}{L}\right)^2}-L\sqrt{1+\left(\frac{x-\frac{d}{2}}{L}\right)^2}$$

$$=L\left\{1+\frac{1}{2}\left(\frac{x+\frac{d}{2}}{L}\right)^2\right\}-L\left\{1+\frac{1}{2}\left(\frac{x-\frac{d}{2}}{L}\right)^2\right\}$$

$$=\frac{xd}{L}$$

(2)　２乗の差を利用する。

数学公式　$(x-y)(x+y)=x^2-y^2$より

$x-y=\frac{x^2-y^2}{x+y}$が成立。

これより、

$$\mathrm{BP}-\mathrm{AP}=\frac{BP^2-AP^2}{BP+AP}$$

$$分子=BP^2-AP^2=\left\{L^2+\left(x+\frac{d}{2}\right)^2\right\}-\left\{L^2+\left(x+\frac{d}{2}\right)^2\right\}=2xd$$

分母の$BP+AP$は平方根の和となるが近似計算であるということを考えると次のことが言える。

たとえば　身長　170.3cmの人と169.9cmの人の身長差はいくらかという問題を考えてみよう。　170.3−169.9＝0.4cmなので、身長差は0.4cmと求められる。しかし、これを四捨五入して差をとると0となってしまい差をとる意味がなくなってしまう。ところが和の170.3＋169.9＝340.2cmを四捨五入してから和をとると340cmとなり、和は近似が成立しているのである。

「近い数値の差は厳密計算が必要であるが和は概算が可能である」

といえる。

△AA’P及び△BB’Pは大変細長い直角三角形である。10mの長さに対して数cm程度の高さである。これは二等辺三角形と考えても差し支えない。

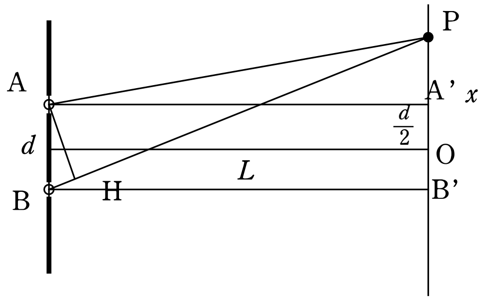
よって、AP＝AA’＝L、BP＝BB’＝L　と置けるので

$BP+AP=2L$

となる。よって、

$$\mathrm{BP}-\mathrm{AP}=\frac{BP^2-AP^2}{BP+AP}=\frac{2xd}{2L}=\frac{xd}{L}$$

⑶　細長い三角形の特徴を利用する



AからBPに垂線を引くと、△AHPは細長い直角三角形なので二等辺三角形と考えてもよい。よって、AP＝HPとおけるので

BP－AP＝BH

△ABH∽△BPB’より、

BH：AB＝PB’：BP

これら三角形も細長いので二等辺三角形と考えてもよい

BH：AB＝PB’：BP＝PB’：BB’

BH：$d=\left(x+\dfrac{d}{2}\right):L$　より、　　BH$=\dfrac{\left(x+\dfrac{d}{2}\right)d}{L}$

$x>>d$なので、　BH$=\dfrac{xd}{L}$

よって、　干渉の条件式は

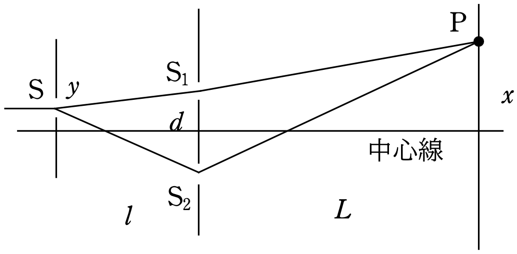
$$\frac{xd}{L}=m\lambda$$

となる。

４．ヤングの実験例題

＜例題＞

ヤングの実験において、ダブルスリットS1、S2の前にシングルスリットSを置いた。シングルスリット･ダブルスリット間距離をl、ダブルスリット･スクリーン間距離をLとする。



シングルスリットのスリットの位置を中心線よりyずらした。

波長λの光を当てたところスクリーン上に中心線からxずれた位置にm番目（$m=0$，1，2…）の明線ができていた。このとき、干渉の条件式を求めよ。

＜解説＞

経路差は

$(SS_2+S_2P)-(SS_1+S_1P)=(SS_2-SS_1)+(S_2P-S_1P)$

ここで、S_2P-S_1Pはヤングの実験で計算した距離差$\dfrac{xd}{L}$に該当する。また、SS_2-SS_1も左右こそ違え同じ式が使える形になっているので、

$$(SS_2-SS_1)+(S_2P-S_1P)=\frac{yd}{l}+\frac{xd}{L}=m\lambda$$

となる。

光の干渉

干渉の条件式　　$\dfrac{yd}{l}+\dfrac{xd}{L}=m\lambda$

＜補足＞　干渉の条件式を求めることができればその式に色々な条件を加えて計算可能である。たとえば$m=1$の明線が中央（$x=0$）にあるとすれば、この条件を干渉条件式に代入することにより　$y=\dfrac{l\lambda}{d}$とシングルスリットのずれを計算できる。

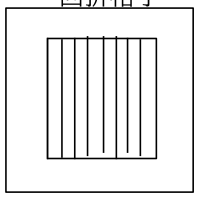
光の干渉は干渉の条件式が求められるようにしておくとよい。

５．回折格子

(1)　干渉の条件式

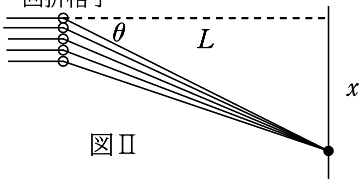
回折格子とはガラスに細かい傷を多数つけたものである。傷と傷との間隔は0.1mm未満の大変小さいもので、幅1mmの間に数十本の傷がつけられているのである。

そこに光を当てると、傷の部分は光が遮られ、傷の付いていない部分を通過した光が干渉する。この回折格子の光の干渉について考えてみよう。



図Ⅰ

回折格子に入った光は図Ⅱのようにスクリーン上のある点に集まり、その点で強め合う干渉を起こすと明るい点となる。

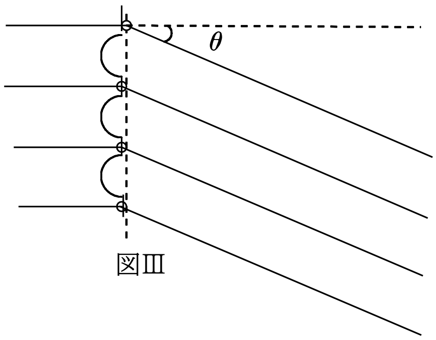


図Ⅱ

傷と傷の間は極めて狭いので、光は干渉を起こし、ある特定の方向の光が強め合うという現象が起こる。

格子部分を拡大したのが図Ⅲである。干渉を起こす光の射線は平行と考えてよい。回折格子正面とθの角度の方向のスクリーン上にに明るい点ができていたとすると、

その方向の光が強め合ったことになる。

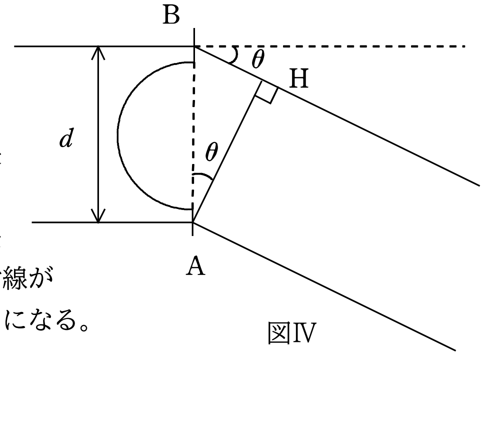


図Ⅲ

一つの傷をさらに拡大したのが図Ⅳである。隙間Aから隙間Bの射線に引いた垂線の足をHとすると、∠BAH＝θとなる。傷と傷の間隔をdとすると、

BH＝$d\sin\theta$

となる。これが経路差である。この差が波長の整数倍の時に光は強め合うことになる。



図Ⅳ

図Ⅲで分かるように隣り合う射線の経路差はすべて等しいので、ある一つの隣り合う射線が強め合う方向はすべての射線が強め合うことになる。

よって、この場合の干渉の条件式は

$d\sin\theta=m\lambda$

である。

(2)　ヤングの実験との比較

図Ⅱにおいて、回折格子からスクリーンまでの距離をL、スクリーン上の回折格子の正面からの距離をxとすると、

$$\tan\theta=\frac{x}{L}$$

である。

ところがLは数m程度、xは数cm程度なので、$L>>x$であり、この直角三角形は二等辺三角形と考えてよい。よって、

$$\sin\theta=\frac{x}{L}$$

とおける。

干渉の条件式$d\sin\theta=m\lambda$は

$$\frac{xd}{L}=m\lambda$$

となり、ヤングの実験とまったく同等である。回折格子も隙間が二つだけならヤングの実験とまったく同じなのである。よって、ヤングの実験で計算した近似計算はそのまま回折格子でも可能である。

(3)　回折格子に斜めに入射した場合

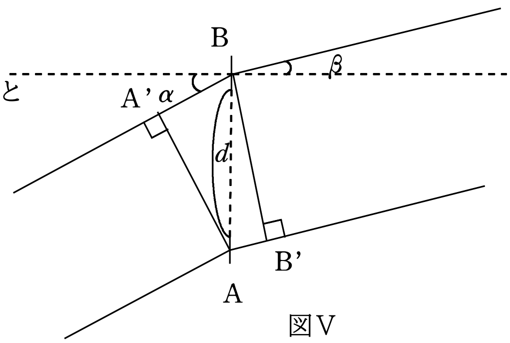
回折格子に斜めに光が入射した場合は図Ⅴのようになる。光の射線に波面を引くと「波面は必ず同位相」なので、距離差はA’B－AB’となる。

A’B－AB’$=d\sin\alpha-d\sin\beta$

よって、干渉の条件式は

$$d\sin\alpha-d\sin\beta=m\lambda$$

となる。



図Ⅴ

この光の経路は屈折とよく似ているが屈折ではなくて回折である。屈折はその方向にしか光が曲がらないが回折はあらゆる方向に曲がり、その中で特定の方向が強め合っているのものである。

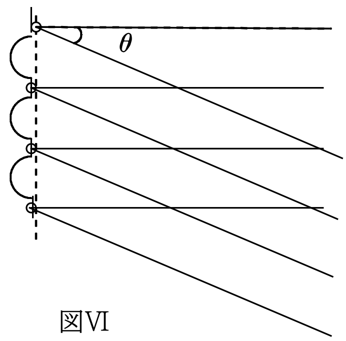
(4)　CD

回折格子をそのままCD（コンパクトディスク）の面と見立てて考えることもできる。図ⅤはCD面に直角に光があたり乱反射した場合の図である。

回折格子とまったく同じ図なので、干渉の条件式もまったく同じである。

$$d\sin\theta=m\lambda$$

となる。



図Ⅵ

⑸　CDに斜めに光があたった場合

CD面に入射角αで入った光が反射角βで反射した場合も回折格子と同じように波面を描いて経路差を計算すればよい。図Ⅶのような場合$\alpha>\beta$であるなら、

経路差＝A'B−AB'$=d\sin\alpha-d\sin\beta$

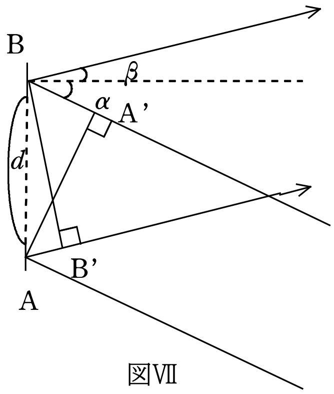
となる。

よって、干渉の条件式は

$$d\sin\alpha-d\sin\beta=m\lambda$$

となる。

これも回折格子とまったく同等である。



図Ⅶ

この場合反射の法則が成立していないがこれは、CD面で光が乱反射するためにである。反射の法則が成立するのは反射面が平坦な場合であり、そうでない場合はあらゆる方向に反射する乱反射が起こる。

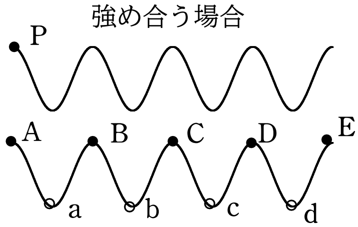
「ヤングの実験＝回折格子＝CDは同等の考え方である」

６．光学距離

⑴　同波長の波の干渉条件

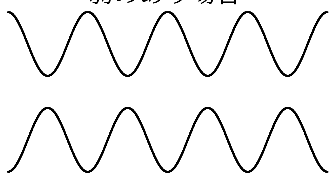
右図Ⅰは同じ波長、同位相の波を二つ並べて描いたものである。上の波の点Pに注目する。Pは山となっている。下の波のAと重なった時二つの波は強め合うことになる。図Ⅱは逆位相の波を描いたものである。逆位相の波は弱めあっている。この図を見てわかる通り、同じ波長の波であれば、ある1か所で強め合えば後はすべての場所で強め合い、ある1か所で弱めあえば残りすべての場所で弱めあう。

強め合う場合



図Ⅰ

弱めあう場合


図Ⅱ

図ⅠではPとAが強め合うが、下の波が右にずれ、PとBが重なっても強め合う。図ⅠをみるとPの波がずれた時、PとA,B,C,D,Eが重なった場合に強め合うのである。強め合う時は点Pと下の波の山が重なる時である。これは、下の波が波長の整数倍すなわち$m\lambda$ずれた時である。よって、

「波が強め合う条件　　　経路差$=m\lambda$」

となる。

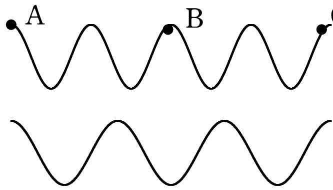
また、波が弱めあう時はPとa,b,c,dが重なるようにずれた時である。これはaが$\frac{1}{2}\lambda$、bが$\left(1+\frac{1}{2}\right)\lambda$、cが$\left(2+\frac{1}{2}\right)\lambda$、dが$\left(3+\frac{1}{2}\right)\lambda$ずれた時であり、まとめると$\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$ずれた時が波が弱めあう時である。

光の干渉

「波が弱めあう条件　　　経路差$=\left(m+\dfrac{1}{2}\right)\lambda$」

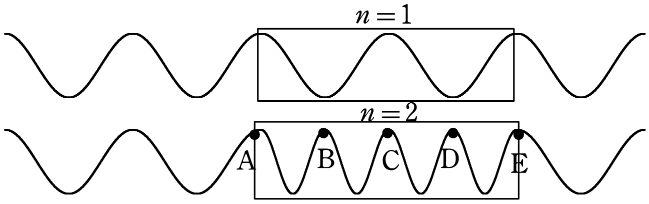
⑵　波長が異なる時

右図Ⅲは波長が異なる波の場合である。この場合距離差が同じ場所でも、A、Cは下の波との間で強め合っているが、Bは下の波との間で弱めあっている。波長が同じなら1か所が強め合うか弱めあうか判断すればよいのであるが、波長が異なればどうすればよいのであろうか。



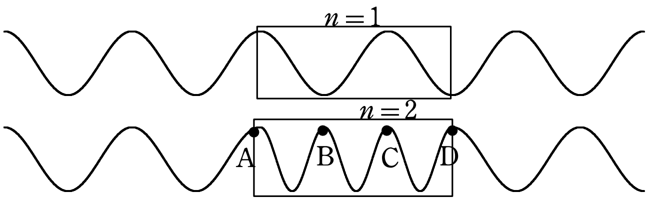
図Ⅲ

下の図Ⅳは同位相同波長の波が途中で異なる屈折率の媒質中に入った場合を示している。上の波は屈折率1で、下の波は屈折率2である。屈折率2の媒質中では波の速さが$\dfrac{1}{2}$になるので、波長も$\dfrac{1}{2}$になっている。この二つの波はこの媒質から出た後、再び同位相となり強め合っている。



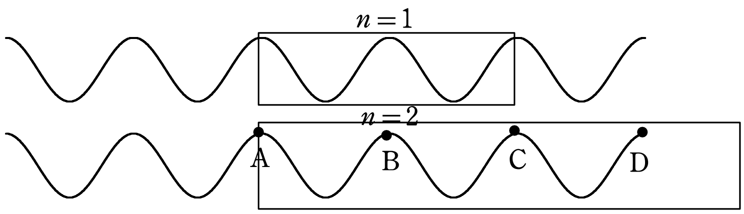
図Ⅳ

それに対して下の図Ⅴでは屈折率2の媒質の長さが少し短くなっており、この場合媒質から出た後は波が弱めあっている。媒質の長さがどのようになっていれば、媒質から出た後強め合って、どのようになっていれば弱めあうのであろうか。



図Ⅴ

これは、波長が異なるのが原因であるので同じ波長になるように変換してみよう。図Ⅳの媒質Ⅱの部分を2倍にしてみると、



図Ⅵ

このように同じ波長となり、波長の整数倍ずれていたら強め合い、(整数$+\dfrac{1}{2}$)倍ずれていたら、弱めあうということがはっきりわかる。そこで、光の干渉においては実際の距離ではなくて、波長を等しくした距離の差を使えばよいことが分かる。この図の場合屈折率

が2なので、実際の距離を2倍している。一般的に屈折率nの媒質中では波長が$\frac{1}{n}$になっているので、n倍した距離を使えばよいことになる。この距離を光学距離という。

「光学距離＝屈折率×実際の距離」

元の波長λを用いて図Ⅳと図Ⅴの光学距離差を計算してみると、図Ⅳの場合は上の波が2λの距離に対して、下の波は屈折率が2なので、光学距離は4λとなる。よって、光学距離差が2λとなり、この二つの波は強め合うと判断できる。

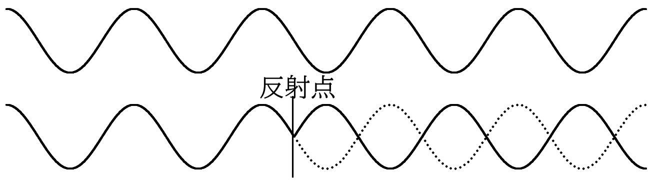
これに対して図Ⅴの場合、上の波は媒質中の距離は1.5λ、下の波は屈折率2なので、光学距離は3λとなる。この場合光学距離差は1.5λなので、弱めあう条件に一致している。よって、図Ⅴの場合は、媒質から出た後波が弱めあうことになる。

「光の干渉において距離差ではなく光学距離差を使わなければならない」

７．固定端反射

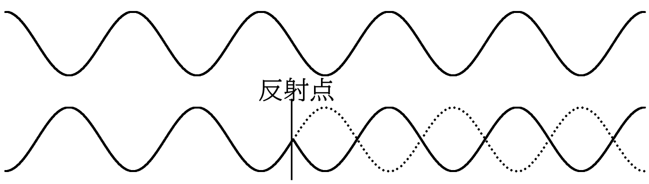
(1)　固定端反射による干渉の条件の変更

光が進む経路内に反射があった場合、自由端反射の場合は問題がないが固定端反射があった場合は反射の瞬間、位相がずれて波の山と谷が入れ替わる。光の干渉に関してこれはどのように考えればよいであろうか。



図Ⅰ

上の図Ⅰにおいて上の波はそのままで、下の波は反射点で固定端反射したときの波である。反射すると波は逆方向に進むのであるが、簡単のために進行方向は変えていない。強め合うはずの波が固定端反射を境に弱めあうことになっている。



図Ⅱ

図Ⅱは弱めあうはずの波が途中で固定端反射している状況を示している。固定端反射後強め合う波になっている。

固定端反射があった場合、強め合いと弱めあいが逆になることが分かるまとめてみると、

「固定端反射があった場合強め合う条件と弱めあう条件を逆にすればよい」

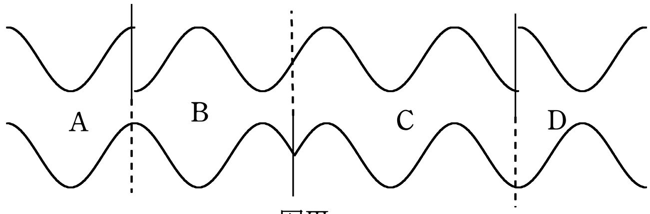
「固定端反射があった場合の強め合う条件　光学距離差＝$\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$」

「固定端反射があった場合の弱めあう条件　光学距離差＝$m\lambda$」

である。

⑵　固定端反射が複数回あった場合

下の図は複数回固定端反射が起こった場合のグラフである。



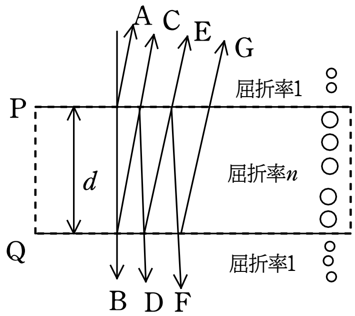
図Ⅲ

入っている縦線の位置で片方が固定端反射している。A,B,C,Dの領域で別けている。A領域は強め合い、B領域は弱め合い、C領域は強め合い、D領域は弱めあっている。これを見てわかる通り、固定端反射が起こるたびに強め合う条件と弱めあう条件が逆になっているのである。複数回固定端反射があった場合はこの点を考慮すればよい。

８．　薄膜の干渉

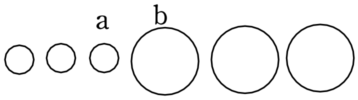
⑴　薄膜に達した光の状態

空中に薄膜の屈折率をn、膜の厚さをdの薄膜がある。この薄膜に上から垂直に光があたった場合の光の進み方を考えてみよう。



右図では屈折率の大きい媒質を大きな○、小さい媒質を小さな○で表している。より大きな媒質にぶつかった場合は固定端反射、より小さな媒質にぶつかった場合は自由端反射である。

下の図で小さい媒質aが大きい媒質bにぶつかる場合媒質aは固定端反射で振動方向が変わるが、媒質bはそのまま振動方向は変らない。



「位相が変わるのは固定端反射の時だけであり、通過する波は位相が変わらない」

この膜に入射した光は一部が膜の表面Pで反射し、一部が通過する。反射した光をAとする。Pを通過した光は屈折率nの媒質中に入り、波長が$\dfrac{1}{n}$になった状態で進む。やがて膜の裏側Qに達し、そこで、一部が反射し、一部が通過する。この通過した光をBとする。この時反射した光は再びPに達しここで反射する光と通過する光Cに分かれる。P通過した光Cが最初に反射した光Aと干渉することになる。Pで再び反射した光はQに達し、反射光と通過光Dにわかれる。このようにして反射光A,C,E,G…と通過光B,D,F…に分かれる。光は反射と通過に分かれるたびに弱く（振幅が小さく）なる。

反射は最初の反射Aだけが固定端反射であり、後はすべて自由端反射である。AとCの経路差は膜の厚さdの往復分$2d$であり、光学距離差は屈折率がnなので、$2nd$である。同様にCとEの光学距離差、EとGの光学距離差も$2nd$である。光学距離差がすべて等しいの

でAは固定端反射しているがそれ以外に位相の変化がないので、Aを除いたとCとEが強め合えばC,E,G…すべてが強め合うことになり、弱めあえばすべて弱めあうことになる。

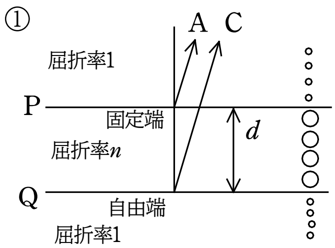
また、通過光BとDの光学距離差も$2nd$、D,Fも同じ光学距離差である。よって、CとEが強め合えばBとDを始め、B,D,F…すべてが強め合い、CとEが弱めあえばすべて弱めあうことになる。

よって、CとEが弱めあう場合、C,E,G…及び、B,D,F…すべてが弱めあい、固定端反射光のAのみが残る。これに対してCとEが強め合う場合は、C,E,G…及び、B,D,F…すべてが強め合う。この場合Aが固定端反射で逆位相になっているのでAとC,E,G…が弱め会うことになる。A,C,E,Gを光はだんだん弱くなっているのでA一つとC,E,G…の波は、その強さがほぼ釣り合うことになる。この場合反射光が弱めあい通過光が強め合うことになる。このように反射光と通過光は強弱が必ず逆になる。

このように複雑に考えると混乱するので、簡単に判断する方法を考えてみよう。C,E,G…とB,D,F…は常に強め合う弱めあうが一致しているので、反射光はAとCのみ、通過光はBとDのみで判断すればよいことになる。

⑵　反射光の干渉条件

AとCの光学距離差は$2nd$である。Aが固定端反射しているので、強め合う条件と弱めあう条件が逆になる。よって、

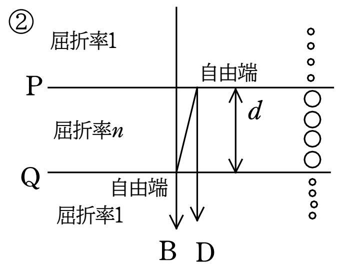


強め合う条件　$2nd=\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$

弱め合う条件　$2nd=m\lambda$

⑶　通過光の干渉条件式

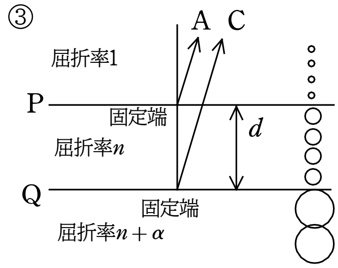
BとDの光学距離差も$2nd$である。Q、Pの反射はどちらもより小さい媒質にぶつかる反射なので自由端反射である。よって、

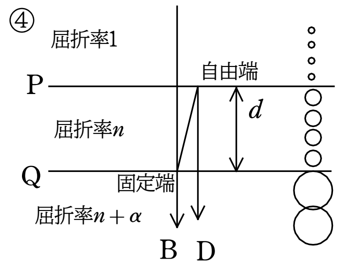


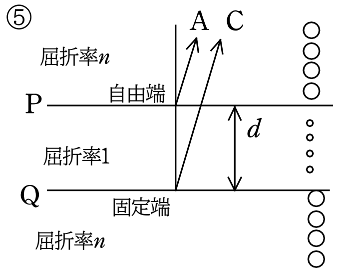
強め合う条件　$2nd=m\lambda$

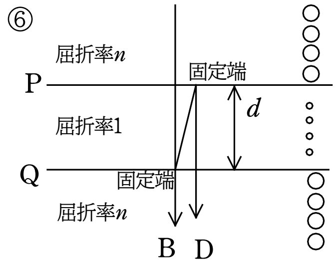
弱め合う条件　$2nd=\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$

(4)　その他の薄膜の光の干渉条件





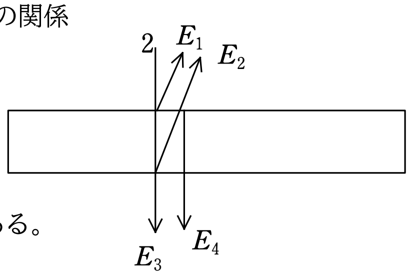




①～⑥のパターンをすべて整理すると次のようになる。

	①	②	③	④	⑤	⑥
光学距離差	$2nd$	$2nd$	$2nd$	$2nd$	$2d$	$2d$
Pでの反射	固定端	自由端	固定端	自由端	自由端	固定端
Qでの反射	自由端	自由端	固定端	固定端	固定端	固定端
強め合う条件	$\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$	$m\lambda$	$m\lambda$	$\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$	$\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$	$m\lambda$
弱め合う条件	$m\lambda$	$\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$	$\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$	$m\lambda$	$m\lambda$	$\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$

(5)　薄膜を表から見た場合と裏から見た場合の関係



　ある薄膜に2のエネルギーを持った光が入射したとする。反射光と通過光のエネルギーを考えてみよう。
元のエネルギーが2なので、反射光のエネルギーと通過光のエネルギーの和は常に2である。
よって、

$$E_1+E_2+E_3+E_4=2$$

となる。

　反射光が弱めあうということは、反射光のエネルギー和＝0なので、　$E_1+E_2=0$
よって、$E_3+E_4=2$となり、すべての光は通過することを意味している。つまり、通過光は強め合っている。通過光が弱めあうということは　通過光のエネルギー和＝0なので、

$E_3+E_4=0$となる。その結果、$E_1+E_2=2$となるので、すべての光は反射する。反射が強め合うことになる。

「反射光･通過光は強め合う条件弱めあう条件は必ず逆になる。」

⑹　薄い空気層による干渉

・　光学距離について

上の⑤⑥はガラスに挟まれた薄い空気層による干渉である。ガラスの屈折率がnの場合ガラス中で波長が$\frac{1}{n}$になっているので、空気の薄膜中に入ると波長が逆にn倍となるので、光学距離は$\frac{1}{n}$にすべきかと考える向きもあるがこの点はどうなのであろうか。

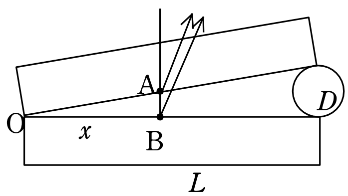
これは、波長λがどこで測定された波長かで判断することになる。波長が空気中の波長であれば、空気の薄膜中は波長が変わっていないことになるが、ガラス中の波長であれば空気の薄膜中では波長がn倍になっていることになるので光学距離は$\frac{1}{n}$倍となる。

・　ガラスで干渉が起こらないのか

光の干渉は薄い膜（厚さが波長の数倍以内）で起こる。ガラスのような厚い膜（層）では干渉が起こらない。これはなぜであろうか。これは複数の波長で干渉が起こるためといえる。たとえば光学経路差が0.5μmであるなら0.5μmの光しか強め合わないが1.2μmの光学距離差であるなら、光の波長領域0.38μmから0.78μmの範囲では、0.4μm（3λ）と0.6μm（2λ）で干渉が起こる。2.4μmであるなら、0.6μm（4λ）、0.48μm（5λ）、0.4μm(6λ)の3つの波長で干渉が起こるのである。多くの波長の光が同時に強め合えば色が重なって白色光となり、干渉が見えなくなるのである。

９．クサビ

⑴　干渉の条件式



長さLのガラス板2枚の一端に髪の毛を挟んでクサビを作った。このクサビの干渉の条件式を導いてみよう。

ガラスの接点をO、上から光を当てる位置Bは$\mathrm{OB}=x$、$\mathrm{AB}=d$とすると、薄膜による干渉のパターン⑤に該当するので、強め合う条件式は

$$2d=\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$$

となる。髪の毛の厚さをDとすると、三角形の相似より

$$x:d=L:D$$

$$d=\frac{xD}{L}$$

これより、

$$2\frac{xD}{L}=\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$$

これが干渉の条件式である。

⑵　干渉縞の見え方

干渉の条件式を変形して

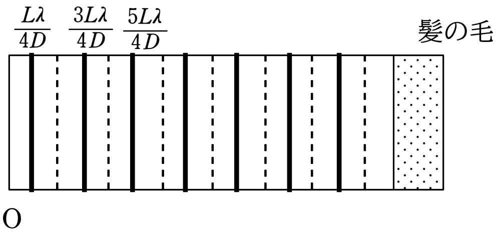
$$x=\left(m+\frac{1}{2}\right)\frac{L\lambda}{2D}$$

mが0から順番に入れてxを求めると下の表のようになる。

m	0	1	2	3
x	$\frac{L\lambda}{4D}$	$\frac{3L\lambda}{4D}$	$\frac{5L\lambda}{4D}$	$\frac{7L\lambda}{4D}$

クサビを上から見ると下のようになる。黒線が明線で破線が暗線である。

左端のO点は明線条件を満たさない。暗線条件は　$d=m\lambda$であり、暗線条件は満たす。よって、左端のO点は暗線となる。



⑶　干渉縞の間隔

m番目の明線は　$x_m=\left(m+\frac{1}{2}\right)\frac{L\lambda}{2D}$

$m-1$番目の明線は　$x_{m-1}=\left(m-\frac{1}{2}\right)\frac{L\lambda}{2D}$

差をとると

$$\Delta x=x_m-x_{m-1}=\frac{L\lambda}{2D}$$

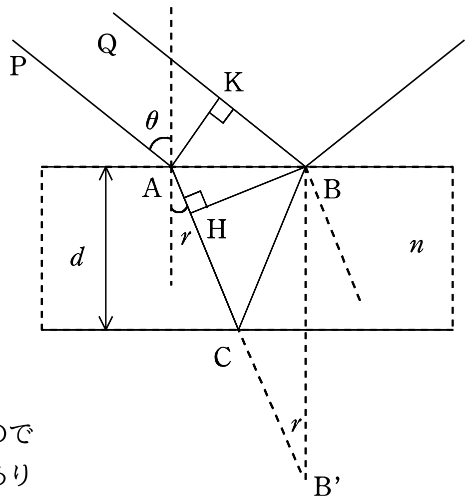
髪の毛Dが細ければ細いほどΔxが大きくなるので、微小なものを正確に測定することができる。

なお、裏から見ると明暗が逆になる。

10．薄膜の斜め入射

⑴ 干渉の条件式

空気中にある屈折率n、厚さdの薄膜に入射角n、屈折角rで入射した光の干渉の条件式を導いてみよう。



射線PはAで屈折しCで反射しBで再び屈折する。射線QはBで反射し射線Pとの間で干渉が起こる。

まずは光学距離差を計算しよう。Aから射線Qに垂線を下しその足をKとする。Bから射線ACに垂線を引きその足をHとする。AK、BHは波面である。波面は同位相なのでAとKは経路差がない。BKとAHは共に共通の波面で挟まれているのでBKとAHに経路差はない。見た目距離差がありBK＞AHであるがAHは屈折率nの媒質中にあるので光学距離にすると等しくなる。よって、経路差はHC＋CBとなる。

反射の問題は対称点をとると比較的楽に計算できるので、Bの対称点B'をとると、BC＝B'Cなので、経路差は HC＋CB＝HB'となる。BB'＝$2d$であり、∠B'＝rで、△BB'Hは直角三角形なので、HB'＝$2d\cos r$となる。

この膜は屈折率nなので、光学距離差は $2nd\cos r$となる。Bの反射はより大きな屈折率の媒質にぶつかるので固定端反射、Cの反射はより小さな屈折率の媒質にぶつかるので自由端反射となる。よって、干渉の強弱の条件が逆転し、強め合う干渉の条件式は

$$2nd\cos r=\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$$

となる。

⑵ 入射角を用いた条件式

屈折の法則より

$$\frac{\sin\theta}{\sin r}=n$$

$\sin r=\dfrac{\sin\theta}{n}$より、$\cos r=\sqrt{1-\sin^2 r}=\sqrt{1-\dfrac{\sin^2\theta}{n^2}}=\dfrac{\sqrt{n^2-\sin^2\theta}}{n}$

これを干渉の条件式に代入して

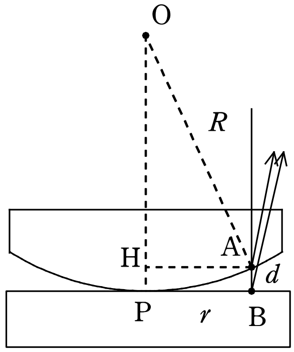
$$2nd\frac{\sqrt{n^2-\sin^2\theta}}{n}=\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$$

これは、

$$2d\sqrt{n^2-\sin^2\theta}=\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$$

11．ニュートンリング

⑴　干渉の条件式



曲率半径Rの凸レンズをガラス板上に載せ、真上から光を当ててこの凸レンズを真上から見るとリング状に干渉縞が見える。これをニュートンリングという。
ニュートンリングの干渉の条件式を求めてみよう。

真上からの光がA、B点で反射して反射光が干渉する。
AB＝d、リングの半径をrとすると、強め合う干渉の条件式はパターン⑤に該当するので、

$$2d=\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$$

OH＝OP−OH＝$R-d$、AH＝rなので、
三平方の定理より

$$R^2=(R-d)^2+r^2$$

展開すると

$$0=-2Rd+d^2+r^2$$

ここで$R>>d$なので、$d(-2R+d)$の（）内のdは無視されて、これは$-2Rd$となる。
よって、

$$0=-2Rd+r^2$$

$$2d=\frac{r^2}{R}$$

干渉の条件式は

$$\frac{r^2}{R}=\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$$

となる。

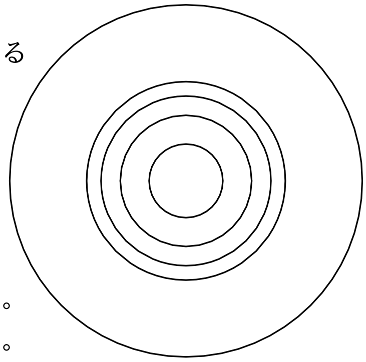
⑵　ニュートンリングは上から見るとどのように見えるか

干渉の条件式を変形すると、

$$r=\sqrt{\left(m+\frac{1}{2}\right)R\lambda}$$

mに0から順番に代入してみると

m	0	1	2	3
r	$\sqrt{\dfrac{R\lambda}{2}}$	$\sqrt{\dfrac{3R\lambda}{2}}$	$\sqrt{\dfrac{5R\lambda}{2}}$	$\sqrt{\dfrac{7R\lambda}{2}}$



この大きさで明リングを描いてみると右図のようになるリング間の距離は次第に詰まっていることが分かる。

暗リング条件は逆になり

$$\frac{r^2}{R}=m\lambda$$

リングの中心は$r=0$なので、この暗リング条件を満たしている。よって、リングの中心は光を反射しない。

裏から見ると明暗が逆になるので、中心が明るくなる。