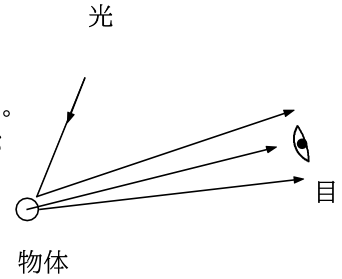
レンズ

１．像とは何か

物体がレンズを通してできる像について考えてみよう。

まず、物体が見えるということはどういうことか考えてみたい。見えるということは言うまでもなく光が目に入るということであるが、どのように入ったとき、我々はそれを物体と認識しているのであろうか？

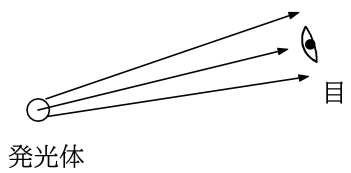
＜物体が光を反射している場合＞



ある物体に光が当たってその光が目に入ったとき、人は光を感じるのであるが、物体までの距離感もわかる。これは光がある点から放射状に出ているから、その光が出ている点までの距離を認識できるのである。

この場合光が放射状に出ている点に物体があると人は認識しているのである。

＜物体が発光している場合＞



物体が光を放っている場合も図を見てわかるようにその発光体から光が放射状に出ている。その放射点に物体があると認識している。これも、反射の場合と同じである。

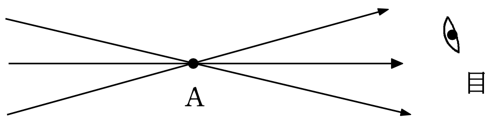
この2点をまとめると、

「光がある点から放射状に出ている場合、人はその放射点に物体があるように認識する。」

といえる。

＜物体はないが光がある点に集まった場合＞

人は目で見てそこに物体があるかどうかを判断しているわけであるから、物体がなくても、同じような光が目に入れば、人はその放射点に物体があると認識できるはずである。その場合を考えてみよう。

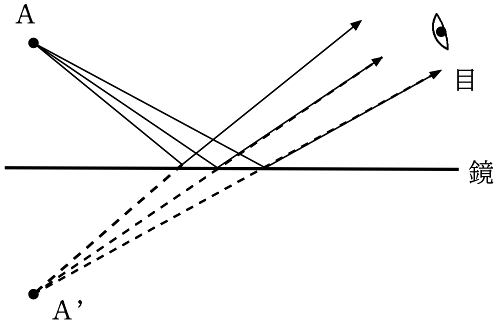


右図の場合は、光がA点に集まっただけであり、A点には物体はない。しかし、目に入る光は上の状態と同じでA点から光が放射状に出ているのに代わりはない。このとき、人はA点に物体があると認識するのである。このように物体は存在しないが、そこに物体があるように見える。このときのA点を物体の**像**という。

この場合はA点に直接光が集まっている。このような像を特に**実像**という。

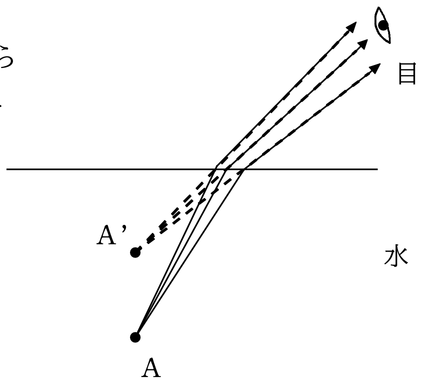
＜光が1点に集まっていない場合＞

　物体Aから出た光が鏡に反射して目に入る場合を考えてみよう。以前の反射の法則のときに考えたとおり、Aの鏡に対して対称な点A’から光が出ているように反射する。ということは、目に入る光はA’点を放射点として出ているように見えるのである。実際はA点を放射点としているが、目に入ってくる光はA’から来たように見える。このとき、人はA’点に物体があるように見える。この場合物体がないのにあるように見えるのでA’は像であるが、この像は光が実際に集まっているわけではない。このように光が集まっていないのにそこから光が来た様に見える場合の像を**虚像**という。虚像は光の経路が途中で変わる場合に生じる。



　光の経路が変わるのは、屈折もある。屈折による虚像も考えてみよう。

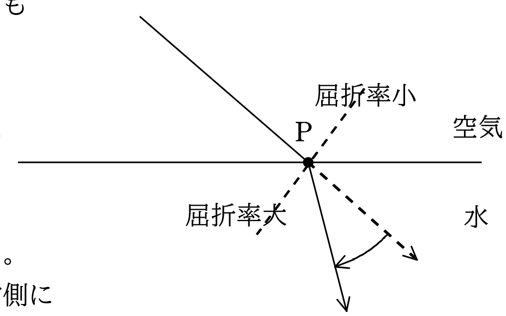
図において、Aから出た光は水面で屈折をし、目に入る。このとき、目に入った光はA’点から放射状に出たように見える。この場合A’点に物体があるように見える。この場合、A’点に光が直接集まっているわけではないので、A’はAの虚像となる。



２． 光の曲がる方向

　光が空気中から水中に入射する場合を考えてみよう。図のように入射角よりも屈折角の方が小さい角度で屈折する。

　媒質の境界面が水平である場合は簡単に曲がる方向が分かるが、場合によっては媒質の境界面が斜めであることもある。この場合の曲がる方向を正しく判断する方法を確立しておこう。



　右図の場合光の進行方向を向いて右側に屈折している。入射点Pに入射方向と直角な方向に直線を引いてみると、この直線上左側は屈折率の小さい空気であり、右側は屈折率の大きい水である。このことより、

　「入射方向に対して入射点から垂線を引いた時、屈折率のより大きい媒質のある方に曲がる」

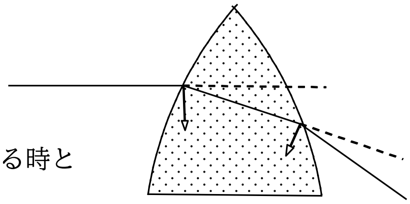
　といえる。

レンズ

・　凸レンズの場合

　凸レンズに光が入射する時、入射光に対して直角方向で屈折率の大きい媒質の方に矢印を記入している。直進方向より矢印の側に曲がることになる。

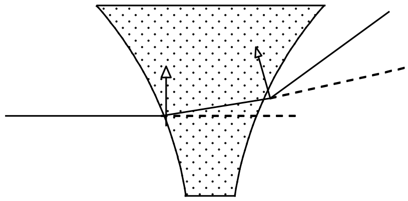
　レンズから出る時も同様である。レンズに入射する時と出る時の2か所でレンズの太い方に屈折する。



・　凹レンズの場合

　凸レンズと同様に凹レンズでも同じような方法で曲がる方向が判断できる

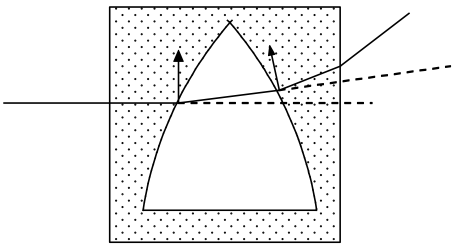
　凹レンズもレンズの太いほうへ曲がっている。



・　空洞レンズ

　ガラス内に凸レンズ型の空洞がある場合も同様に光が曲がる方向が判断できる。

　この場合凸レンズの形をしていても凹レンズと同様の曲がり方をしていることが分かる。



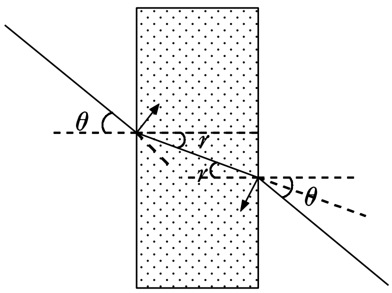
・　平行板ガラスの場合

　平行なガラス盤では図のように入る側と出る側では逆に屈折する。

　入る側の入射角をθ。屈折角をrとする時出る側の入射角は錯角なのでrとなる。

　屈折の法則は

$$\frac{\sin\theta}{\sin r}=n$$



　であり、これは、出る側でも成立する。よって、入射した光と出た後の光は平行となる。一般にレンズの場合レンズの厚さは無視できるほど薄いと考えるのでこの平行線の間隔は0に近い。その結果

「薄い平行板に入射した光は直進する」

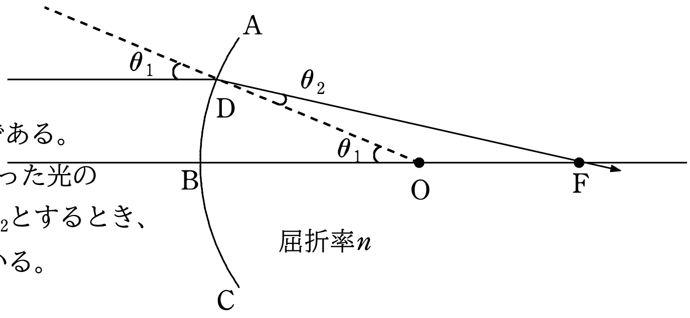
と考える。

３． 凸レンズによる光の曲がり方

(1)　レンズはなぜ光を一点に集めるのか

半径Rの球面ABCより、
右側はすべて屈折率n
のガラスと考える。
点Oはガラス球の中心である。

点DにBOと水平に入った光の入射角をθ_1、屈折角をθ_2とするとき、屈折の法則が成立している。



$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}=n$$

θ_1、θ_2ともに極めて0に近いとすると、屈折の法則は$\theta_1=n\theta_2$となる。

ここで、同位角より、∠BOD＝θ_1であるから、∠BFD＝$\theta_1-\theta_2$である。よって、

$$\overset{\frown}{BD}=R\theta_1$$

が成り立つ。θ_1は0に近いため、図形FBDは扇形と考えても良い。そのため、

$$\overset{\frown}{BD}=BF(\theta_1-\theta_2)$$

となる。この2式より、

$$\overset{\frown}{BD}=R\theta_1=BF(\theta_1-\theta_2)$$

$\theta_1=n\theta_2$式を使ってθ_1を消去すると、　$BF=\dfrac{n}{n-1}R$

となり、角度θ_1、θ_2が消えてしまう。これは距離BFは入射角によらず、一定であることを意味し、入射した光が一点に集まることを意味している。このときのFを**焦点**といい、BFを**焦点距離**という。

しかし、この式を導くにあたって、θ_1、θ_2はともに極めて0に近いとしている。これは、光が一点に集まるのは薄いレンズのみであることを意味している。

このレンズは片面が凸になっているとして考えたが、実際のレンズは両面が凸である。この場合は2回屈折すると考えてよい。θ_1、θ_2はともに極めて0に近いので、∠BFDが入射角の2倍と考えてよい。そのため、焦点距離は半分になる。どちらにしても光が一点に集まるということに代わりはない。屈折率nのガラスでできた曲率半径Rの凸レンズの焦点距離は

$$\frac{n}{2(n-1)}R$$

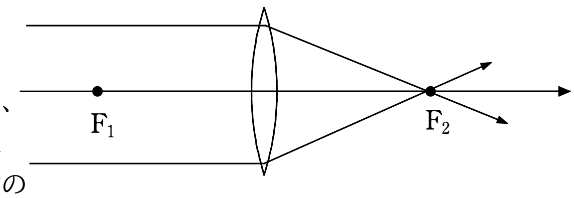
となる。

「充分に薄いレンズで光の入射角が0に近い場合、レンズに入射した光は一点に集まる。」

といえる。

レンズの問題はこの条件下で出題されていると考えるべきである。

(2)　像の作図方法



レンズは基本的に図のように左右対称である。そのため、右側から光を当てると、左側のある点に光が集まり、左側から光を当てると、右側に光が集まる。このように光が集まる点が通常の凸レンズには二つあり、しかもその点は点図に対して対称な点である。この二つの焦点をF_1,F_2とする。ここで、F_1,F_2を含む直線をこのレンズの光軸という。

レンズによる像の作図方法を探るには、光軸に平行な光を当てて考えればよい。
平行な光を当てると上の証明でも明らかなように光は焦点に集まる。この図を見て作図方法を探ればよいのである。光軸上を進んだ光はそのまま直進し、光軸に平行に入射した光は焦点を通っている。また、光はその経路をまったく逆に通過することが可能であるから、焦点F2を通って、レンズに入射した光は光軸に平行になることがわかる。以上の点をまとめると、

凸レンズの作図方法

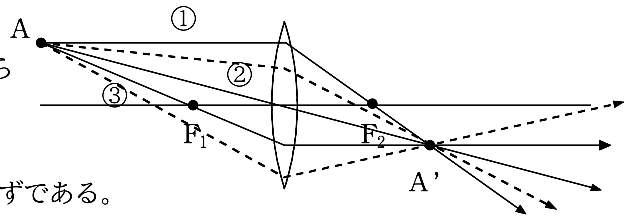
①　光軸に平行に入った光は焦点を通るように曲がる。

②　レンズの中心を通る光はそのまま直進する。

③　手前の焦点を通って来た光は光軸に平行に進む。

以上3点である。

ここで特に注意を要するのは光はこの3本だけではないということである。そのほかの経路を通った光はどのように曲がるのだろうか？上の3本の光は1点に集まる。以前に述べたようにレンズに入った光は一点に集まる性質があるので、そのほかの経路を通った光もその一点に集まるように曲がるのである。



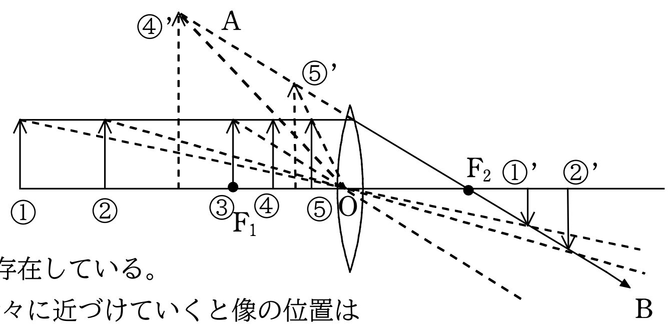
右図の実線は上の作図法①～③を表わしたものである。光軸からずれた位置Aから出た光はA’に集まる。右側にいる人が見ると、A’に物体があるように見えるはずである。
A’は実際に光が集まっているので、実像である。
右図の破線は①～③以外のルートの光である。どのルートを通ろうと、A’点に集まることに注意すること。

実際はこのようであるが、作図するとき、多くの線を描いてしまったら図が複雑になってしまう。A’点の位置を知るのが目的であるから、2本のルートを作図すればその交点が求まる。実際は①②の2本のみ作図すれば充分である。

４． 凸レンズによる像

⑴ 凸レンズの作る像

凸レンズの左側に物体を置き、その物体の位置を①～⑤と順次動かしていく時の像の位置の変化を①'～⑤'に示している。



すべての像は直線AB上の存在している。

遠くから像をレンズに徐々に近づけていくと像の位置は焦点の位置F_2より次第に遠ざかり巨大化していく。焦点の位置に来た時③は、光の交点ができないので像ができない。像の位置より内側になると、物体を同じ側に巨大な虚像ができ、物体がレンズに近づくにつれて、像もレンズに近づき小さな虚像となる。

「物体が焦点の外側にあるとき、レンズの反対側に実像ができ、焦点の内側にある時は物体と同じ側に虚像ができる。」

といえる。そして、

「物体が焦点近くにある時巨大な像ができる」

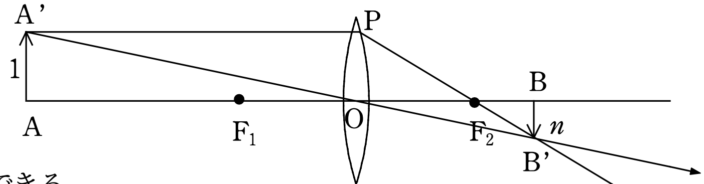
のである。

⑵ 凸レンズによる実像

凸レンズの焦点距離よりも遠くにある物体の像の位置を考えてみよう。

以後物体は矢印で表わすこととし、光はその先端から出ているものとする。

作図してわかるようにこの場合は倒立の実像ができる。



AO＝a、BO＝b、焦点距離F_2O＝fとして、これらの関係式を導いてその位置関係を調べよう。

このような図形ではいつもの通り三角形の相似に目をつけよう。

相似な三角形を探すと3組ほど簡単に見つかる。（相似証明は難しくないので省く）

① △OA'A∽△OB'B

② $\triangle F_2B'B \backsim \triangle F_2PO$

③ $\triangle OB'F_2 \backsim \triangle A'B'P$

このうちどの組み合わせでも二組で方程式をつくり連立させて解けば、正解が得られる。

ここでは、①と②で関係式を導くことにする。

△OA'A∽△OB'B より、AO:OB＝AA':BB' よって、$a:b=1:n$

$\triangle F_2B'B \backsim \triangle F_2PO$ より、$F_2O:F_2B$＝OP:BB' よって、$f:(b-f)=1:n$

$a:b=1:n$ より、$n=\dfrac{b}{a}$となる。

この式は像の倍率を表わす式である。

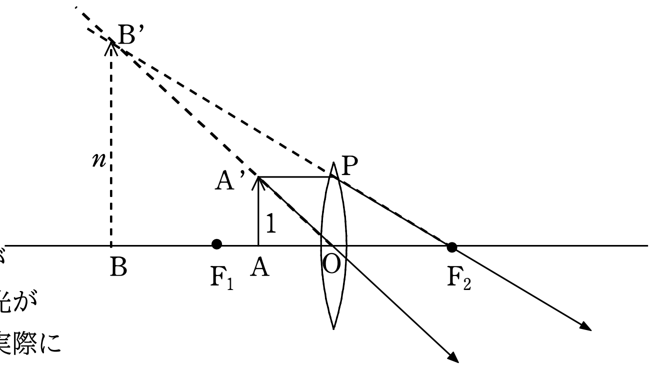
$f:(b-f)=1:n$　と　$a:b=1:n$の右辺は同じであるから、

$f:(b-f)=a:b$　これより、　$a(b-f)=fb$　これは、$\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}=\dfrac{1}{f}$

これがレンズの式である。

(3)　凸レンズによる虚像

次に物体を焦点距離の内側に置いたらどうなるであろうか？この場合も作図をしてみると、光は広がるように進むことがわかる。右側に人がいたとすると、放射点B’から光が来た様に見える。B’点は光が実際に集まっていないので、この場合は虚像となる。正立の虚像である。



これも三角形の相似を使って関係式を導くことができる。OA$=a$、OB$=b$、焦点距離をfとすると、(3)と同様にして、

$\triangle$OA’A∽$\triangle$OB’B

$\triangle F_2$B’B∽$\triangle F_2$PO

を利用して計算すると、

$n=\dfrac{b}{a}$　と　$\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}=\dfrac{1}{f}$

が導かれる。

(3)(4)の公式を統合してみよう。これらの公式は少しずつ異なるので、一つ一つ覚えるのは危険である。bは物体の像までの距離であるが、(3)の場合は実像で、(4)の場合は虚像である。そこで、bの符号を実像なら正、虚像ならば負と決めれば双方ともに同じ公式が使える。次に倍率の式であるが、倒立を負、正立を正とするには、$n=-\dfrac{b}{a}$とすればよいことがわかる。まとめると次のようになる。

凸レンズの式

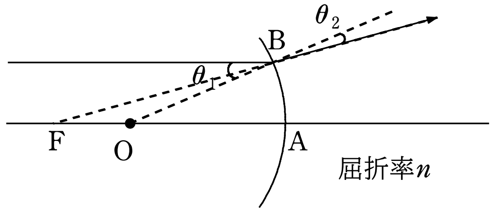
$n=-\dfrac{b}{a}$　と　$\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}=\dfrac{1}{f}$

$a>0$、$f>0$で、実像の場合$b>0$、虚像の場合$b<0$とする。

正立像の場合$n>0$で倒立像の場合$n<0$とする。

５．凹レンズによる光の曲がり方

⑴　凹レンズとは



凹レンズは図のように凸レンズとは逆の屈折をする。凹レンズのB点に低い入射角θ_1で入射した光は、図のように低い屈折角θ_2で屈折する。

屈折の法則により$\dfrac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}=n$

であるが、θ_1、θ_2ともに0に近い角度なので、

$\theta_1=n\theta_2$　…①

が成り立つ。

点Oは球面ABの中心なので、球面ABの極率半径をRとすれば、AO＝R。よって、

$\overset{\frown}{AB}=R\theta_1$　…②

また、∠AOB＝θ_1、∠FBO＝θ_2なので、∠OFB＝$\theta_1-\theta_2$となる。

図形FABは中心角$\theta_1-\theta_2$が0に近いので、扇形と考えてよく、

$\overset{\frown}{AB}=\mathrm{FA}(\theta_1-\theta_2)$　…③

が成立する。

①、②、③より、

$\mathrm{FA}=\dfrac{n}{n-1}R$

となる。この式の中にθ_1、θ_2が含まれていないために、光の入射角によらずFAは一定となる。すなわち、入射角が0に近い角度で入射した光はF点から出たように屈折するといえる。このFAを凹レンズの焦点という。θ_1、θ_2を0に近い角度で計算しているため、これが成立するのは薄いレンズのみである。

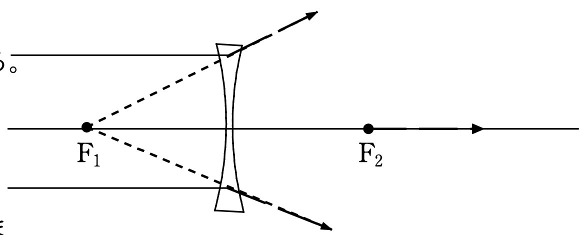
凹レンズは片面ではなく両面なので、焦点距離はこの半分となる。

$\dfrac{n}{2(n-1)}R$

「薄い凹レンズに0に近い入射角で入射した光は、凹レンズの焦点から出たように屈折する。」

⑵　凹レンズに入った光の作図方法

凹レンズに入った光の作図方法を探るには、平行な光を凹レンズに当ててみればわかる。



光軸に平行に入った光は、凹レンズにより、焦点から出たように屈折する。その光の作図方法を考えてみよう。

まず、光軸に入った光は、焦点F_1から出たように曲がっている。また凹レンズの中心を通った光はそのまま

直進している。光は逆の経路もそのまま通過可能なので、反対側から焦点F_1めがけて入ってきた光が光軸に平行に進むことが推定される。これらをまとめてみると、

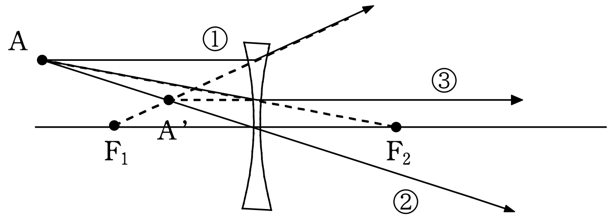
①　光軸に平行に入った光は手前の焦点から出たように曲がる。

②　凹レンズの中央を通る光はそのまま直進する。

③　遠いほうの焦点に向かう光は光軸に平行になるように曲がる。

これらを元に作図すると、次のようになる。

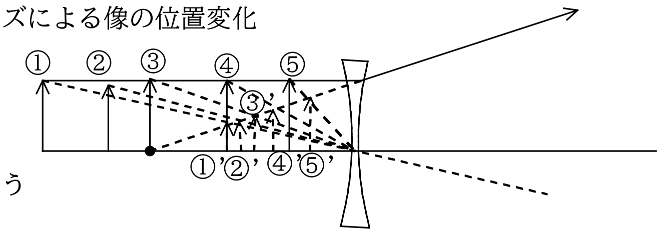
点Aから出たひかりは、右図のように曲がる。曲がった後の光はA'から出たように曲がっていることに気付く。A'点は光が直接集まっているわけではないので、Aの虚像となる。



凸レンズと同様にこの場合の光の経路の3ルートも代表的な経路に過ぎない。そのほかのルートの光もA'点から出たように曲がる。

(3)　物体を動かした時の凹レンズによる像の位置変化

物体を遠くから①～⑤とレンズに近づけていくと像はすべて虚像で、焦点からレンズの間で徐々にレンズのほうに近づいていく。

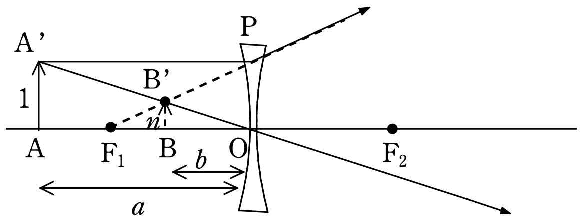


「凹レンズによる像は焦点とレンズの間に虚像のみできる」

といえる。

６．凹レンズによる像

凹レンズの左側AO＝aの位置に物体AA'を置き、凹レンズを通してみたときの像の位置BB'を求めてみよう。ここで、BO＝b、焦点距離F_1O＝f、物体の大きさAA'＝1、像の大きさ（倍率）＝nとする。



凸レンズと同じく三角形の相似に目をつける。相似らしき三角形の組み合わせは

①　△OAA'と△OBB'

②　△F_1BB'と△F_1OP

③　△B'A'Pと△B'OF_1

である。凸レンズと同様にどの組み合わせでも二組で辺の比を求め、それを連立させれば目的の式を求められる。ここでは、①と②で導くことにする。

△OAA'∽△OBB'（証明は省略）　より、　$a:b=1:n$

△F_1BB'∽△F_1OP　より、　$f:(f-b)=1:n$

これを解くことにより、

$n=\frac{b}{a}$、$\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=-\frac{1}{f}$

が導かれる。

⑷　凸レンズの式との統一

この公式も凸レンズの式とよく似ている。公式を統一することを考えてみよう。凸レンズの虚像と実像の場合について、実像は$b>0$、虚像は$b<0$とした。凹レンズの場合は虚像以外はないので、そのまま適用するとすれば、$b<0$である。

＜倍率公式＞

凸レンズにおける統一公式は$n=-\frac{b}{a}$で、

n：正立ならば$n>0$、倒立ならば$n<0$

b：実像ならば$b>0$、虚像ならば$b<0$

であった。凹レンズの場合正立虚像である。すなわち$n>0$、$b<0$でこれはそのまま一致しているので、凹レンズの場合もこの式はそのまま適用できる。

＜レンズの式＞＞

凸レンズにおける統一公式は$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$

$a>0$、$f>0$

b：実像ならば$b>0$、虚像ならば$b<0$

であった。凹レンズの場合は$\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=-\frac{1}{f}$である。虚像であるから$b<0$が適用できるが、凹レンズの場合$f$も負になっている。このことから、凸レンズならば$f>0$、凹レンズならば$f<0$の条件をつければこの式もそのまま適用できることがわかる。

＜まとめ＞

$n=-\frac{b}{a}$　　　$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$

条件　$a>0$

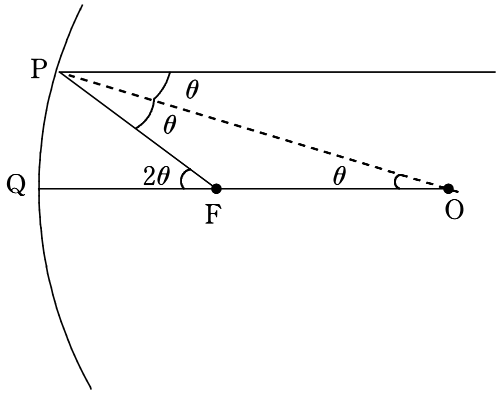
b:　**実像ならば**$b>0$、**虚像ならば**$b<0$

n：　**正立ならば**$n>0$、**倒立ならば**$n<0$

f:　**凸レンズならば**$f>0$、**凹レンズならば**$f<0$

７．凹面鏡

⑴　凸面鏡の焦点



曲率半径Rの凹面鏡に、半径OQ＝Rに平行に光を当てた。半径OPが法線となり、入射角をθとすると、反射角θで反射する。反射光とOQとの交点をFとする。

このとき、∠POQ＝θとなり、△FOPは二等辺三角形となる。∠PFQ＝2θである。

ここで、入射角$\theta≒0$とすると、

$\overset{\frown}{PQ}=R\theta$となる。

図形PFQは正確には扇形ではないが、$\theta≒0$のため、$2\theta≒0$となり、PF≒FQなので、扇形と考えてよいので、$\overset{\frown}{PQ}=\mathrm{FQ}\times 2\theta$となる。

よって、

$$\overset{\frown}{PQ}=R\theta=\mathrm{FQ}\times 2\theta$$

$$\mathrm{FQ}=\frac{1}{2}R$$

となる。

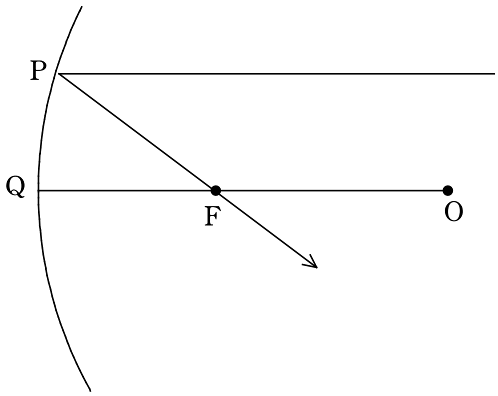
このFQには角度θが含まれていない。これは、$\theta≒0$ならば、平行にあたった光は一点Fに集まることを意味しており、この点Fは焦点である。

「曲率半径Rの凸面鏡の焦点距離は$\frac{1}{2}R$である。」

この結果，凹面鏡は$\theta≒0$の領域で扱うことになる。これ以外の領域では，焦点に光が集まらないために像にひずみが生じる。

⑵　凸面鏡の作図方法

この図をもとに作図方法を探ってみよう。作図方法は、光軸に平行に光を当てて曲がり方を読み取ればよい。

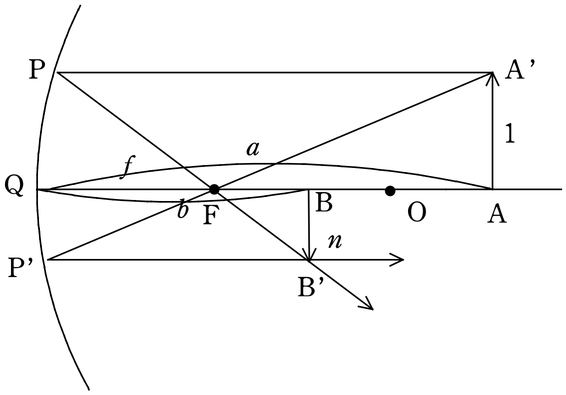


①　光軸に平行に入った光は焦点を通過する。

②　中心を通過した光はUターンする。

③　焦点を通過した光は光軸に平行に反射する。

⑶　凹面鏡の式



図に置いて

AA'＝1、BB'＝n

AQ＝a、BQ＝b、FQ＝f

とおく、

△BB'F∽△QPFにおいて、

　$n:(b-f)=1:f$…①

△AA'F∽△QP'Fにおいて

　$1:(a-f)=n:f$　…②

①②を連立させることにより

　$n=\dfrac{b}{a}$　　$\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}=\dfrac{1}{f}$

が導かれる。

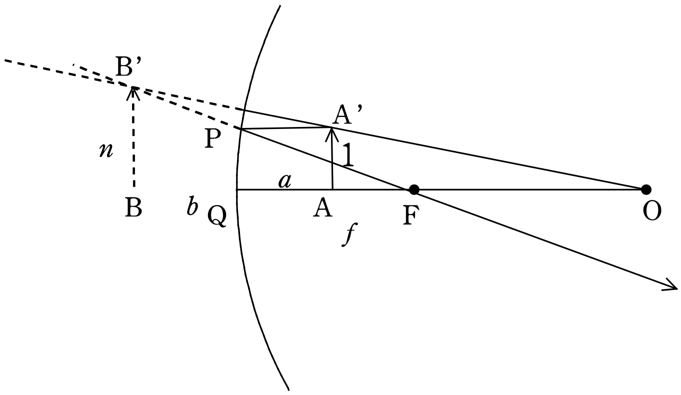
　この式は凸レンズの式と同等である。

⑷　虚像を作る場合

　凸レンズと同じく

焦点より内側に物体を置くと

虚像ができる。



　図に置いて

AA'＝1、BB'＝n

AQ＝a、BQ＝b、FQ＝f

とおく、

△FPQ∽△FB'Bより

　$1:f=n:(b+f)$

△OA'A∽OB'Bより

　$1:n=(2f-a):(2f+b)$

これらを連立させて解くと

　$n=\dfrac{b}{a}$　　$\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}=\dfrac{1}{f}$

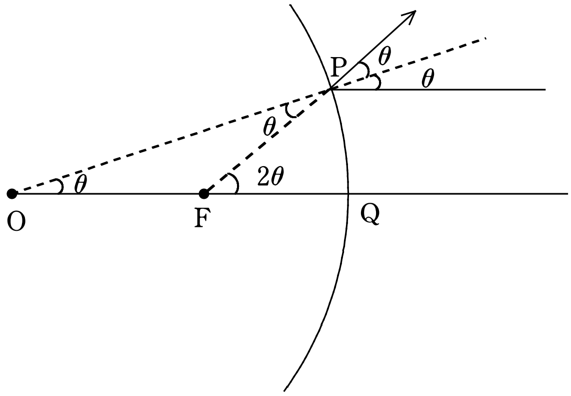
これも凸レンズと同様である。

「凹面鏡は凸レンズと同じ式が成立する」

といえる。

８． 凸面鏡

⑴ 凸面鏡の焦点



半径OQ＝Rの凸面鏡の光軸に平行な光を当てた。法線OPに対して入射角θ、反射角θで反射する。反射した光を逆にたどってOQとの交点をFとする。

∠FPO＝∠FOP＝θ

なので、△FPOは二等辺三角形

∠PFQ＝2θとなる。

ここで、θ≒0とする。

図形OPQは扇形なので

$$\overset{\frown}{PQ}=R\theta$$

θ≒0なので、2θ≒0となり、図形FPQも扇形となる。

$$\overset{\frown}{PQ}=\mathrm{FQ}\times 2\theta$$

よって、

$$\overset{\frown}{PQ}=R\theta=\mathrm{FQ}\times 2\theta$$

となり、

$$\mathrm{FQ}=\frac{1}{2}R$$

が成立する。

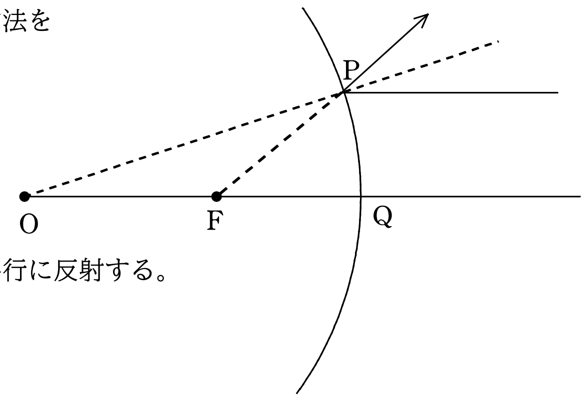
この式にθが含まれていないのでθ≒0付近に入射した光は1点Fに集まることを意味している。この点が凸面鏡の焦点である。凸面鏡の焦点は半径OQの中点である。

「曲率半径Rの凸面鏡の焦点距離は$\frac{1}{2}R$である。」

凹面鏡と同じくθ≒0の領域で凸面鏡として扱う。

⑵ 凸面鏡の作図方法

光軸に平行に光を当てて作図方法を読み取る。



① 光軸に平行に入った光は焦点から出たように反射する。

② 中心目がけて入射した光はそのままUターンする。

③ 焦点目がけて入射した光は平行に反射する。

⑶　凸面鏡の式

AA’＝1、BB’＝n

AQ＝a、BQ＝b、FQ＝f

とする。

△FQP’∽△FAA’より

$n:1=f:(f+a)$

△FBB’∽△FQPより

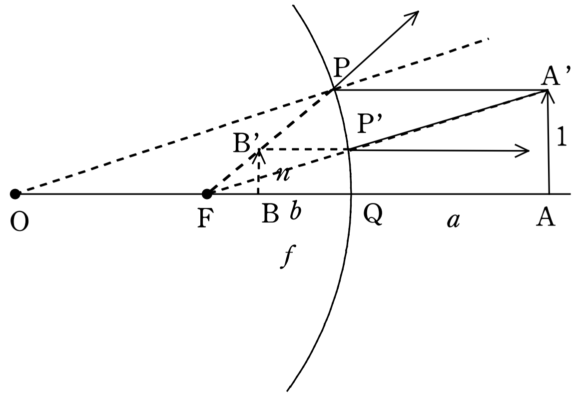
$n:1=(f-b):f$

これらを連立して解くと

$$n=\frac{b}{a}\qquad \frac{1}{a}-\frac{1}{b}=-\frac{1}{f}$$

が成り立ち、これは凹レンズと同じである。

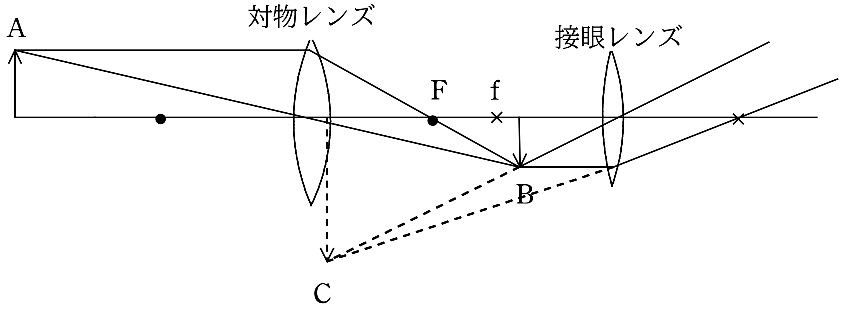
「凸面鏡は凹レンズと同じ式が成立する」



９．組み合わせレンズ

⑴　凸レンズと凸レンズ

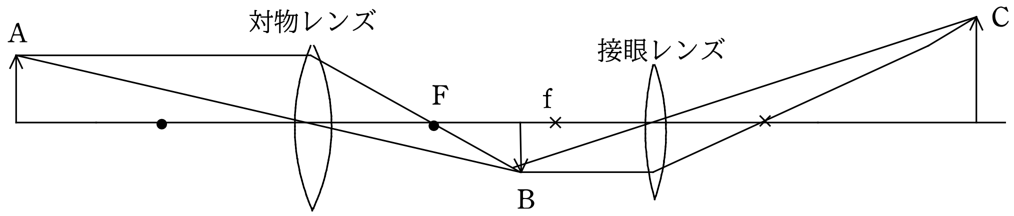
対物レンズ、接眼レンズ共に凸レンズの場合、まず対物レンズの像を作図する。対物レンズを通過する光はすべてこの像を通過するので、像を通過する光のうち、接眼レンズの作図のルールに従う光を探し出しその経路を書き込み、像の作図をする。



Aからでた光はBに像を結ぶBを通過する光の内接眼レンズに平行に入る光と接眼レンズの中央を通過する光を選び出し、その光の交点を探し出すとCがそれに該当する。Cが接眼レンズによる像である。

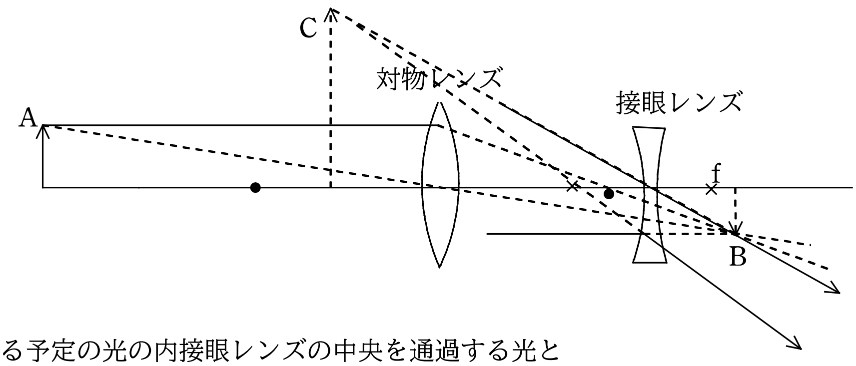
凸レンズの場合物体が焦点より少し外側にある場合巨大な実像を作り、内側にある場合巨大な虚像を作る。上の図では接眼レンズの焦点ｆより少し内側に実像Bがあるので巨大な虚像ができる。

接眼レンズを少し後に移動しfがBの少し後方になると巨大な実像となる。



⑵　凸レンズと凹レンズ

対物レンズが凸レンズで接眼レンズが凹レンズの場合も、まず、対物レンズの像を作図する。接眼レンズが凹レンズの場合は像Bの前にレンズを置くことになる。対物レンズを通過した光はすべてB目がけてやってくるが凹レンズによって曲げられる。そのため、凹レンズがないとしたら像Bを通過するはずの光の中で凹レンズの作図ルールに従う光を見つけ出し、その光の経路を描いて接眼レンズの像Cを作図する。



Bを通る予定の光の内接眼レンズの中央を通過する光と光軸に平行に入り光を採用する。この2本の光を凹レンズの作図ルールによって作図すると、虚像Cが現れる。

＜組み合わせレンズの作図方法＞

①　対物レンズの像を作図する。

②　対物レンズの像を通過する光の中で接眼レンズの作図ルールに従う光を見つけ出してその光で接眼レンズの像を作図する。

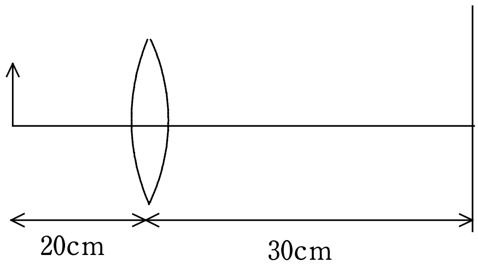
接眼レンズの作図ルールに従う光の中には対物レンズを明らかに通過しない光も含まれる。上の図の接眼レンズの中央を通過している光は、対物レンズから外れたところを通過している。しかし、作図ルールに従う光は像の位置を探るためだけのものであり、実際は作図ルールに従わない光がその像の位置に集まっているので、作図された像の位置に像ができるのは間違いがない。対物レンズを通過するかどうかには関係なく接眼レンズの作図ルールに従う光を探し出せばよい。

10．例題

＜例題１＞

物体から50cm離れたところにスクリーンを固定し、その間にレンズを置きスクリーン上に像ができる様にレンズの位置を調整した所物体から20cmのところで像ができた。

像ができる位置がもう1か所あるその位置の物体からの距離を求めよ。



＜解説＞

物体とレンズの距離　a、レンズと像との距離　b　焦点距離　fとして方程式を立てればよい。

物体とスクリーンの位置は固定されているので　$a+b=50$

レンズの式　　$\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}=\dfrac{1}{f}$

上の場合像ができているのでレンズの式より　$\dfrac{1}{20}+\dfrac{1}{30}=\dfrac{1}{f}$

この3つの方程式を連立させて解けばよい。

これを解くと　$a=30$cm、$b=20$cm、$f=12$cm

となる。

＜別解＞

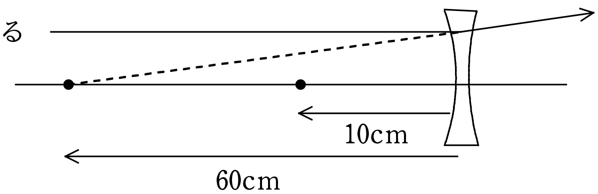
レンズの式　$\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}=\dfrac{1}{f}$は$a,b$に関して対称式なので、$a,b$を入れ変えても像ができる。

よって、$a=30$cm、$b=20$cm

＜例題２＞

ある人が裸眼でものを見る時眼前60cmから10cmがよく見える範囲であるという。

最適な凹レンズの焦点距離はいくらか。

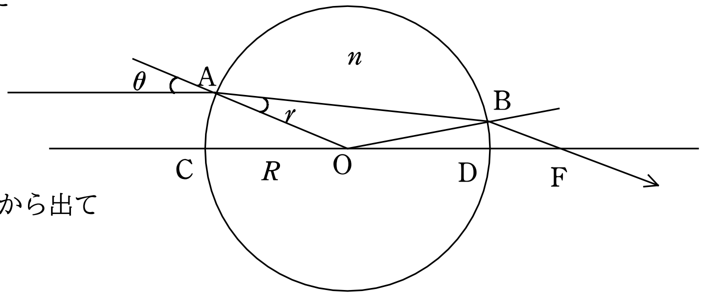


＜解説＞

凹レンズの作図ルールで考えるとよい。無限遠方からの光（光軸に平行な光）が60cm先からやってきたように見えればよい。これは、凹レンズの作図ルールそのものであるので、焦点が60cm先にあることになる。　よって、焦点距離60cm

＜例題３＞

屈折率nのガラスでできた半径Rの球Oがある。この球の半径に対して入射角θ（$\theta \fallingdotseq 0$）で光が点Aに入射した。この光は屈折角rで屈折し、B点で球から出て点F（焦点）を通過した。



⑴　焦点距離FDを求めよ。

⑵　BDの位置に物体を置いて反対側から見る時、この物体の像は何倍の大きさに見えるか。

＜解説＞

⑴

屈折の法則より、　$\dfrac{\sin\theta}{\sin r}=n$　$\theta \fallingdotseq 0$なので、　$\theta = nr$…①　と置ける。

$\angle$OAB$=\angle$OBA$=r$なので、$\angle$BOA$=\pi-2r$。$\angle$AOC$=\theta$より、

$\angle$BOD$=2r-\theta$　となる。扇形BODより、BD$=(2r-\theta)R$…②

Bの屈折角$\angle$B$=\theta$なので、$\angle$OFB$=2\theta-2r$となる。

$\angle$BFD$\fallingdotseq 0$なので、△FDBは扇形と考えてよい。

FD$=f$とおくと、BD$=(2\theta-2r)f$…③

②③より

BD$=(2\theta-2r)f=(2r-\theta)R$

①を用いて

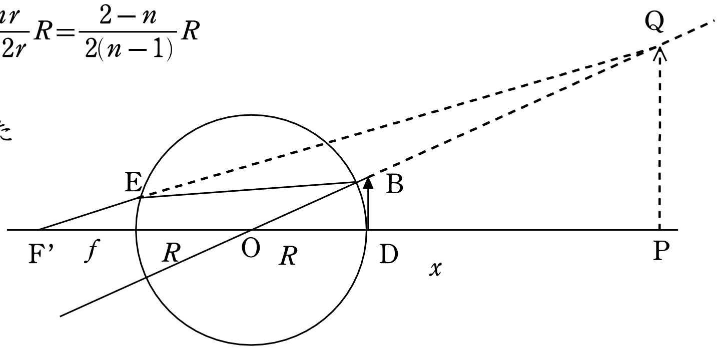
$$f=\frac{2r-\theta}{2\theta-2r}R=\frac{2r-nr}{2nr-2r}R=\frac{2-n}{2(n-1)}R$$

⑵

Bから出てOを通過した光は直進する。

また、光軸に平行に入った光はEを経て焦点F’を通過する。

左側から見た場合



光がQから出たように見えるので、F’EとOBの光の交点Qが像の位置である。

OP$=x$とすると、倍率は　$\dfrac{QP}{BD}=\dfrac{x}{R}$

$\angle$DOB$=\theta$とすると、BD$=R\theta=nrR$

$\angle$RF’E$=2\theta-2r$より

PQ$=(f+R+x)(2\theta-2r)=2(f+R+x)(n-1)r$

$$\frac{QP}{BD}=\frac{2(f+R+x)(n-1)r}{nrR}=\frac{x}{R}$$

これを解くと、$x=\frac{n}{2-n}R$

倍率は　$\frac{x}{R}=\frac{n}{2-n}$

となる。