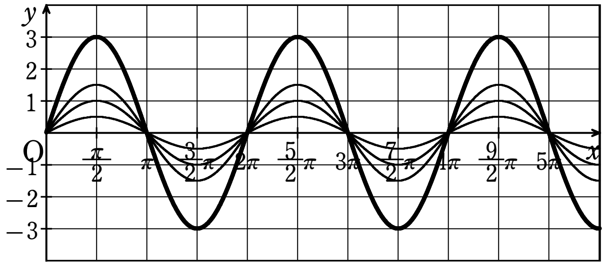
共振と共鳴

１．共振

複数の波が重なり合うとき、位相が合う波と位相が合わない波

⑴　位相が一致する波

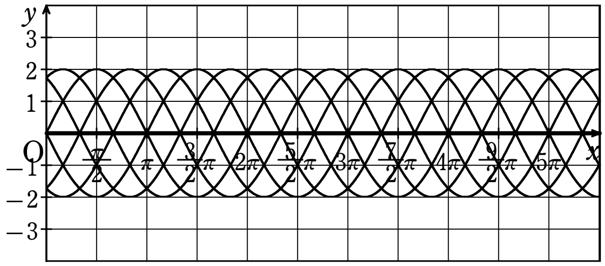


右図は位相が一致する細線の3つの波とそれを合成した波を描いている。（位相が一致するということは山･谷の位置が同じということ）

位相の一致する波は合成すると、互いに強めあい、振幅が大きくなっていることがわかる。

「位相が一致する波は互いに強めあう。」

⑵　位相が一致しない波



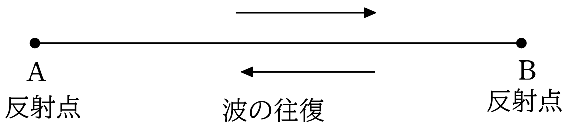
右図は位相が少しずつずれた4つの波を重ね合わせたものである。この4つの波を合成すると0になることがわかる。

位相が異なる波が多く重なると、その波は互いに打ち消しあうことになるのである。

「位相がずれた波が多く重なると、互いに打ち消しあい、振幅が0になる。」

⑶　往復する波

2箇所で反射するようにした波は、図のように互いに何回も同じところを往復する。



この往復する波が、互いに重ね合わされることになる。このとき、反射した波どうしの位相が一致すれば、波は強めあい、位相がずれれば、波は打ち消しあうことになる。

強めあったときの波は、同波長･逆向きであるから定常波である。よって、

「何回も往復する波が強め合えば、定常波を生じる。弱めあえば、ほとんどゆれない。」

⑷　共振

⑴⑵のような理由で、複数の振動体が接触している場合は振動数それぞれの物体の振動数が一致する。一致する振動数で振動できない時は振動しない。これを共振（音の場合は特に共鳴）という。

この原理は楽器などで使われている。たとえばギターにおいては、弦の振動の振動数と同じ振動数でギター本体が振動し、ギター本体の振動数と同じ振動数で空気が振動する。その結果、弦の振動数と同じ振動数の音が聞こえるのである。

また、五重塔は地震に強いが、これは、五重塔は木をゆるゆるに組み合わせて作ってあるので、高い振動数の地震波を受けても五重塔自体の振動数が低いので、地震波のエネル

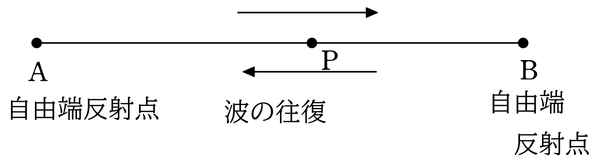
ギーを吸収できず、五重塔は倒壊しないのである。

「二つの振動体の振動数が一致するときのみエネルギーが伝わる。」

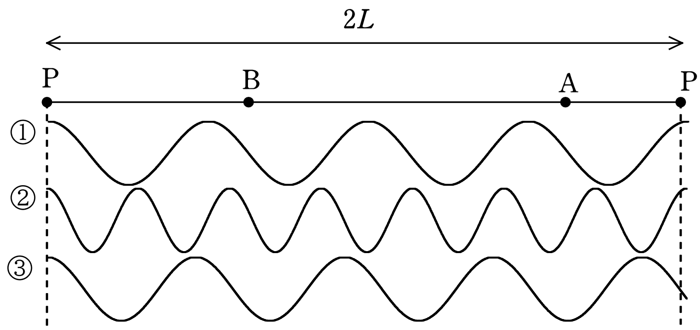
⑸　自由端反射どうし

往復反射する場合の反射点A,Bともに自由端反射であった場合を考えよう。自由端反射は反射波の作図のときに述べたように、位相の変化なしでそのまま反射する。このときの定常波が起こる条件を求めてみよう。

AB間の距離をLとし、媒質上に任意の点Pを取ってみよう。この点を通過した波が1往復すると、



波が移動した距離は$2L$である。Pを通過した波はBで自由端反射しAで再び自由端反射して再びBにやってくる。この間の波の移動距離は$2L$である。自由端反射なので、反射時に位相の変化がないのでそのままの波となる。これを図に描けば、

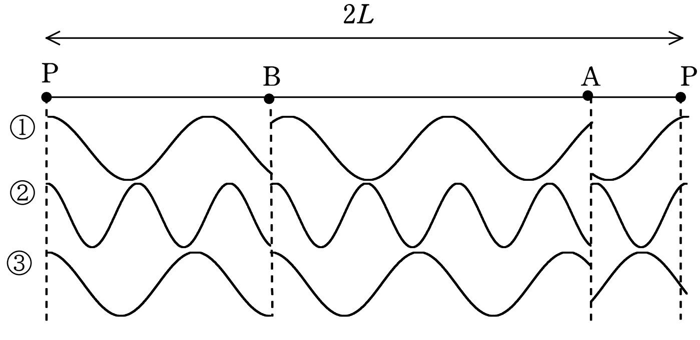


最初のPと一往復した後のPが同じ位相になっている①②は波が強め合って定常波を形成するが、③は打ち消し合い波が存在しない。①②の共通点は往復の距離$2L$が波長の整数倍になっていることである。

「自由端反射の往復での定常波が生じる条件は$2L=m\lambda$である。」

⑹　固定端反射どうし

反射点A、Bともに固定端反射の場合を考えてみよう。固定端反射の場合は反射の瞬間位相が逆になる。この場合の図を描いてみると、

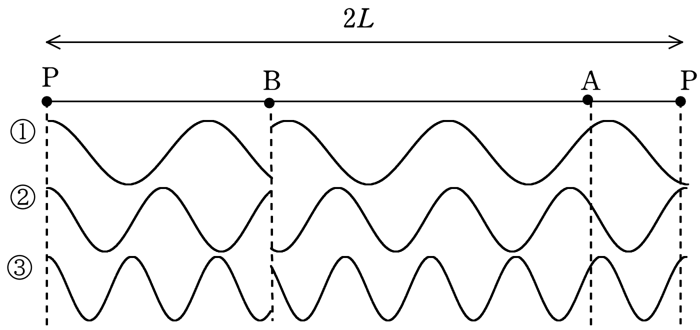


A端及びB端で固定端反射しているのでB→A間は位相が逆転する波になっている。しかし、Pと一往復したPで位相が一致しているのが①②である。自由端反射とAB間が上下逆転しているだけである。よって波が存在する条件は自由端反射の時と同じである。

「固定端反射の往復での定常波が生じる条件は$2L=m\lambda$である。」

⑺　固定端と自由端両方ある場合

反射点Aが自由端反射点で反射点Bが固定端反射点であるとしよう。この場合、Pを通過した波が1往復してP点に達したとき、Bの固定端反射点で位相が逆になるので、往復した波は逆位相である。逆位相の波は正負逆であるから、往復距離$2L$が波長の整数倍の時は合成すると0になる。つまり定常波は生じない。この場合は自由端反射どうし、固定端反射どうしとは波が存在する条件が異なる。



①が距離$2L$が波長の整数倍の場合であるが、これは、一周すると、位相が逆になっており、波は打ち消し合う。②は波長の5.5倍の場合である。③は波長の7.5倍である。共に固定端反射がなかったら一周すると谷となるのであるが、固定端反射があるので位相が一致している。よって、片方が固定端反射、片方が自由端反射の場合は往復距離$2L$が波長の整数$+\frac{1}{2}$倍になっているときに波が強め合うことになる。

「固定端反射と自由端反射の往復における定常波が発生する条件は$2L=\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$である。」

自由端反射がBで固定端反射がAの場合もまったく同じ考え方で、同じ結果になる。

２． 定常波による考察

(1) 両端が自由端反射の場合

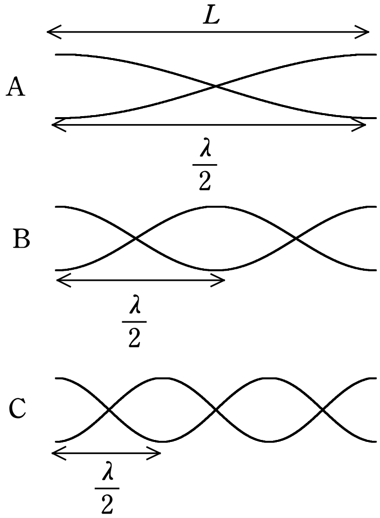
波が固定端反射でも自由端反射でも反射した後は反射前の波と同じ波長で逆向きの波である。これは、往復反射する時は定常波ができることを意味している。自由端反射の場合反射点は定常波の腹となる。

両端が腹となる定常波を簡単なものから三例ほど並べたのが右図である。A,B,C共に同じ媒質を伝わっている波なので、媒質を伝わる波の速さはすべて同じである。

「媒質が同じなら波の速さは同じである。」

光の場合若干の例外があるが、上のことは一般的にいえる。

波の速さが同じなので、$v=f\lambda$でvが一定であるから振動数fと波長λが反比例する関係になる。



Aに対してBは波長が$\frac{1}{2}$、CはAの$\frac{1}{3}$になっているので、

Bは振動数がAの2倍、CはAの3倍になっている。よって、Aを**基本振動**、Bを**2倍振動**、Cを**3倍振動**という。

定常波の腹と腹の間隔は$\frac{\lambda}{2}$なので、A,B,Cをまとめると、

	波長	名称	振動数	波の速さ
A	$L=\frac{\lambda}{2}\times 1$	基本振動	f	v
B	$L=\frac{\lambda}{2}\times 2$	2倍振動	$2f$	v
C	$L=\frac{\lambda}{2}\times 3$	3倍振動	$3f$	v

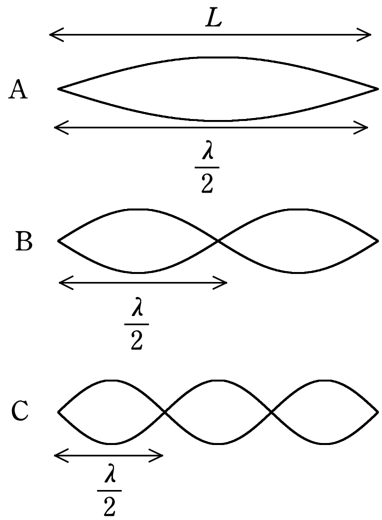
両端が自由端反射の具体的事例は両方が空いた管（開管）である。

「開管のn倍振動時の媒質の長さLと波長λとの関係は、$L=n\frac{\lambda}{2}$となる。」

⑵　両端が固定端反射の場合

　両端が固定端反射の場合は両端が節となる定常波となる。この場合も波の速さが同じなので、両端が自由端反射と同様にA,B,Cの順にAを**基本振動**、Bを**2倍振動**、Cを**3倍振動**という。
　自由端反射と同様に表にまとめると、

	波長	名称	振動数	波の速さ
A	$L=\frac{\lambda}{2}\times 1$	基本振動	f	v
B	$L=\frac{\lambda}{2}\times 2$	2倍振動	$2f$	v
C	$L=\frac{\lambda}{2}\times 3$	3倍振動	$3f$	v



両端が固定端反射の具体的事例は減の振動である。

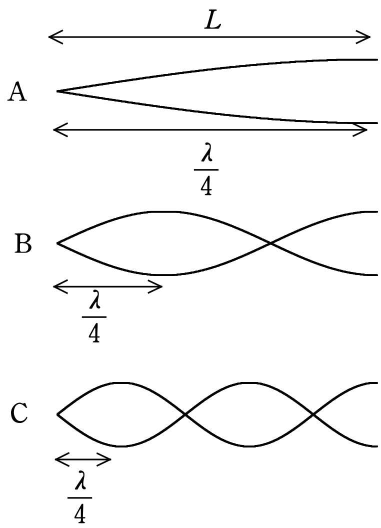
「弦の振動のn倍振動時の媒質の長さLと波長λとの関係は、$L=n\frac{\lambda}{2}$となる。」

⑶　片方が自由端反射片方が固定端反射の場合

　片方が自由端反射片方が固定端反射の場合は自由端反射している側が定常波の腹、固定端反射している側が定常波の節となる。図に描くと右図のようになる。

　この場合、節と腹の間隔が$\frac{\lambda}{4}$である。Aの場合Lが$\frac{\lambda}{4}$となる。B,Cの場合は波長が$\frac{1}{3}$、$\frac{1}{5}$になるので振動数は3倍、5倍となる。

　A,B,Cの振動の名称はAは基本振動、Bは3倍振動Cは5倍振動となる。奇数倍振動しかないが、2倍振動がもしあるとすれば、左端が節なら、右端も節となり、自由端反射にならない。
　この場合の振動は奇数倍振動しかない。
表にまとめると次のようになる。



	波長	名称	振動数	波の速さ
A	$L=\frac{\lambda}{4}\times 1$	基本振動	f	v
B	$L=\frac{\lambda}{4}\times 3$	3倍振動	$3f$	v
C	$L=\frac{\lambda}{4}\times 5$	5倍振動	$5f$	v

両端が固定端反射の具体的事例は片方が閉じた管（閉管）の振動である。

「閉管の$(2n+1)$倍振動時の媒質の長さLと波長λとの関係は、$L=(2n+1)\frac{\lambda}{4}$となる。」

３． 正弦波として計算（発展）

(1) $x=0$と$x=L$で自由端反射をする場合。

正弦波の一般式　$y=A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$を用いて往復振動の計算をしてみる。

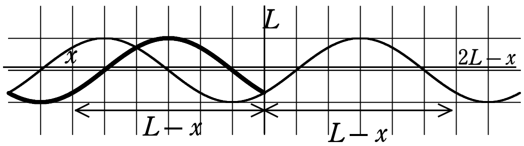
① $x=0$で自由端反射する場合、$x=0$で対称移動するのでxと$-x$でyの値は同じとなる。よって、xに$-x$を代入して、$y=A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}\right)$となる。これが反射波の一般式である。

② $x=L$で自由端反射する場合は、$x=L$で対称移動となるので、

xの位置のy座標と$x=L$で対称な$2L-x$のy座標と等しい。

よって、

$y=A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{2L-x}{\lambda}\right)$



①と②は同じ反射波でなければならないので、$\frac{2L}{\lambda}=m$（mは整数）が成り立たなければならない。よって、$2L=m\lambda$が成立する時にこの領域で波が存在する。

③ 合成波の計算

①②を合成すると、

$y=A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)+A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}\right)$

$=2A\sin 2\pi\frac{t}{T}\cos 2\pi\frac{x}{\lambda}$　　（三角関数の加法定理使用）

この式は$\cos 2\pi\frac{x}{\lambda}=0$のとき、すなわち$2\pi\frac{x}{\lambda}=\left(n+\frac{1}{2}\right)\pi$のとき、$y$は常に0となる。

$2L=m\lambda$よりλを消去すると、$x=\left(n+\frac{1}{2}\right)\frac{L}{m}$。これが$m$倍振動の時の節の座標である。

$\cos 2\pi\frac{x}{\lambda}=\pm 1$のとき、最大振幅すなわち腹である。$2\pi\frac{x}{\lambda}=n\pi$となり、$\lambda$を消去すると、

$x=n\frac{L}{m}$のとき、m倍振動の腹となる。

⑵　$x=0$と$x=L$で固定端反射をする場合。

⑴の①②は固定端反射の場合y座標の符号が逆転するので、

①は$y=-A\sin 2\pi\left(\dfrac{t}{T}+\dfrac{x}{\lambda}\right)$

②は$y=-A\sin 2\pi\left(\dfrac{t}{T}-\dfrac{2L-x}{\lambda}\right)$

反射波が同じになるためには$\dfrac{2L}{\lambda}=m$（mは整数）が成り立たなければならない。よって、$2L=m\lambda$が成立する時にこの領域で波が存在する。

③　合成波の計算

①②を合成すると、

$y=A\sin 2\pi\left(\dfrac{t}{T}-\dfrac{x}{\lambda}\right)-A\sin 2\pi\left(\dfrac{t}{T}+\dfrac{x}{\lambda}\right)$

$=-2A\cos 2\pi\dfrac{t}{T}\sin 2\pi\dfrac{x}{\lambda}$　　（三角関数の加法定理使用）

この式は$\sin 2\pi\dfrac{x}{\lambda}=0$のとき、すなわち$2\pi\dfrac{x}{\lambda}=n\pi$のとき、$y$は常に0となる。これが節である。$x=n\dfrac{L}{m}$のとき、$m$倍振動の節となる。

$\sin 2\pi\dfrac{x}{\lambda}=\pm 1$のとき、最大振幅すなわち腹である。$2\pi\dfrac{x}{\lambda}=\left(n+\dfrac{1}{2}\right)\pi$となり、

$x=\left(n+\dfrac{1}{2}\right)\dfrac{L}{m}$のとき、$m$倍振動の腹となる。

⑶　$x=0$で固定端反射、$x=L$で自由端反射をする場合。

①は固定端反射なので、$y=-A\sin 2\pi\left(\dfrac{t}{T}+\dfrac{x}{\lambda}\right)=A\sin 2\pi\left(\dfrac{t}{T}+\dfrac{x}{\lambda}-\dfrac{1}{2}\right)$

②は自由端反射なので、$y=A\sin 2\pi\left(\dfrac{t}{T}-\dfrac{2L-x}{\lambda}\right)$

両者が同じ波になるには　$\dfrac{2L}{\lambda}=m+\dfrac{1}{2}$　が成り立たなければならない。

よって、$2L=\left(m+\dfrac{1}{2}\right)\lambda$が成立する時にこの領域で波が存在する。

③　①②を合成すると、

$y=A\sin 2\pi\left(\dfrac{t}{T}-\dfrac{x}{\lambda}\right)-A\sin 2\pi\left(\dfrac{t}{T}+\dfrac{x}{\lambda}-\dfrac{1}{2}\right)$

$=-2A\cos 2\pi\dfrac{t}{T}\sin 2\pi\dfrac{x}{\lambda}$　　（三角関数の加法定理使用）

この式は$\sin 2\pi\dfrac{x}{\lambda}=0$のとき、すなわち$2\pi\dfrac{x}{\lambda}=n\pi$のとき、$y$は常に0となる。

$2L=\left(m+\dfrac{1}{2}\right)\lambda$を用いて$\lambda$を消去すると、$x=\dfrac{2nL}{2m+1}$。これが$m$倍振動の節である。

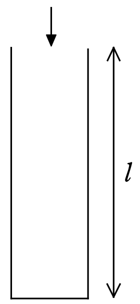
$\sin 2\pi\frac{x}{\lambda}=\pm 1$のとき、最大振幅すなわち腹である。$2\pi\frac{x}{\lambda}=\left(n+\frac{1}{2}\right)\pi$となり、

$x=\frac{2n+1}{2m+1}L$のとき、m倍振動の腹となる。

４． 閉管の振動

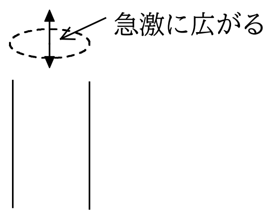
気柱の共鳴

(1)　どのようなときに共鳴するか



片方が閉じた管（閉管）に、開いた口のほうから音波を入れる。この音波は管の底で固定端反射をし、また戻ってくる。

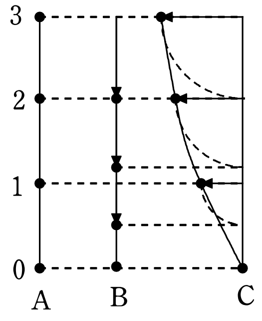
管の口から出た音は、今まで狭い中を伝わっていた音波が、管の口を出たところで自由になり、急に広がる。音波は縦波であり、空気の疎密（密度の高いところと低いところ）が交互に伝わる波である。そのため、管の口で急激に広がると、そこの密度が低くなり、新しく音波がそこで発生する。発生した波が上下に伝わる。言い換えれば、管の口で音波の一部が跳ね返ることになる。これは自由端反射である。自由端反射している位置は媒質の動きが自由になったところのため、管の口より少し上になっている。これを**管口端補正**という。



管の底で固定端反射、管の口で自由端反射していることになり、音波は同波長の波が逆方向に進んでいるので定常波が生じる。

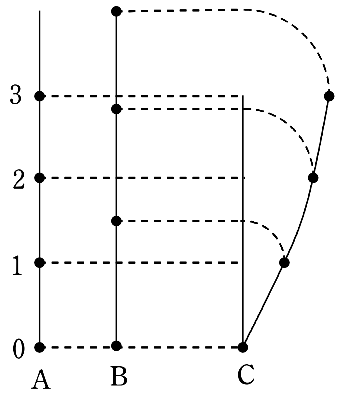
右図は管内の音波の媒質の変位を表わしたものである。Aは音がないときの0から3番の媒質の位置を0番の媒質が管底で3番の媒質が管口にあるとする。

Bは管底が最も密になった瞬間の各媒質の位置を示したものである。各媒質は管の底へ向けて変位している。この状態では変位がわかりにくいので、Cで下に変位している媒質を左の変位に変えて表現したものである。管底の媒質（0番）は管底に密着しているために動かないのである。



そのため、管底が節となる定常波が生じている。下の図は、管底が疎（低密度）になっている瞬間の媒質の変位を上と同様に表わしたものである。上下を見比べると、0番の媒質はまったく動かず、管口（3番）の媒質の振幅が大きい。

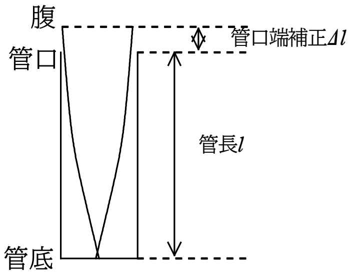
管口が腹で、管底が節の定常波になっていることがわかる。縦波は表現しにくいので、右端の変位の方向を変更した波形を描いて考えるものとする。



変位の方向を90°変えたグラフと管を重ねたのが右下のグラフである。定常波の節と腹の間隔は$\frac{\lambda}{4}$であるから、管長をl、管口端補正を$\varDelta l$とすると、

$$\frac{\lambda}{4}=l+\varDelta l$$

となる。この条件を満たすとき管内に音波の定常波が発生する。



音速をVとすると、振動数fは

$$f=\frac{V}{\lambda}=\frac{V}{4(l+\varDelta l)}$$

となる。

空気の振動（音）がこの振動数fと同じであれば、この管内で定常波が起こるが、これ以外の振動数では音が消えてしまう。音の振動数がfのとき、管内に生じた定常波による空気分子の振動が管に伝わり管が鳴る。これを**共鳴**という。この場合の振動は**基本振動**である。

⑵　音の振動数を高くするとどうなるか

次に管長をそのままにして、音の振動数を高くすると、どうなるであろうか？管口の少し先で自由端反射、管底で固定端反射するという事情に変化はない。振動数を高くすると、波長が短くなり、管底で固定端反射した波と、管口で自由端反射した波との位相が合わないために、波が打ち消しあってしまう。さらに振動数を高くすると3倍振動になった時、再び定常波が発生し共鳴が起こる。

自由端反射と固定端反射によって波が往復する場合の定常波が発生する条件は、2つの反射点間距離をL、波長をλ_mとすると、$2n+1$倍振動の時、

$$2L=(2n+1)\frac{\lambda_m}{4}$$

である。この場合反射点間距離は$L=l+\varDelta l$であるから、

$$2(l+\varDelta l)=(2n+1)\frac{\lambda_m}{4}$$

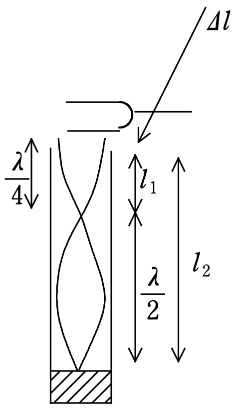
となる。

共振と共鳴

＜例題１＞

気柱の共鳴

右図のような気柱管を利用して共鳴実験を行った。最上端から水位を徐々に下げていくと、上端よりl_1のところで最初の共鳴が起こり、l_2のところで2回目の共鳴が起こった。音速をVとして、開口端補正$\mathit{\Delta} l$、この音の振動数f、波長λ、n番目の共鳴するところまでの距離Lを求めよ。



＜解説＞

右図より

$$\frac{\lambda}{2}=l_2-l_1$$

$$\frac{\lambda}{4}=l_1+\mathit{\Delta} l$$

これを解くと　$\lambda=2(l_2-l_1)$　　$\mathit{\Delta} l=\dfrac{l_2-3l_1}{2}$

振動数は　$f=\dfrac{V}{\lambda}=\dfrac{V}{2(l_2-l_1)}$

n番目の共鳴位置は$\dfrac{\lambda}{2}$ごとに存在しているので、

$$L=l_1+\frac{\lambda}{2}(n-1)=(n-1)l_2+(2-n)l_1$$

＜例題２＞

管長Lの閉管に$(2n+1)$倍振動を起こすときの振動数fを計算せよ。開口端補正はないものとし、音速をVとする。

＜解説＞

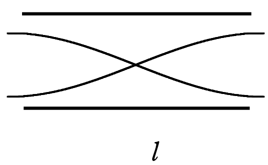
閉管の$(2n+1)$倍振動の式は　$L=(2n+1)\dfrac{\lambda}{4}$

$V=f\lambda$より、

$$f=\frac{V}{\lambda}=\frac{(2n+1)V}{4L}$$

５．開管の共鳴

右図のような長さlの開管があり、開管内に定常波ができたときの管口端補正は両端ともsであった。n倍振動している時の振動数を求めてみよう。



両端の自由端反射する位置は両端に開口端補正があるので$L=l+2s$が自由端反射する点間の距離となる。

腹と腹の間隔が$\dfrac{\lambda}{2}$なので、$L=n\dfrac{\lambda}{2}$が成立する。

音速をVとすると、振動数は

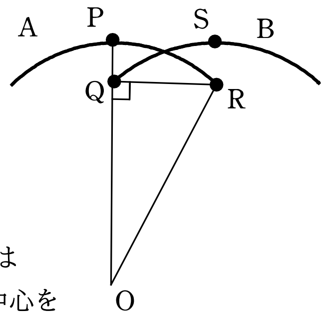
$$f=\frac{V}{\lambda}=\frac{nV}{2L}=\frac{nV}{2(l+2s)}$$

６． 弦の振動

強く張られた弦を振動させたときの定常波について考えてみよう。気柱の共鳴では音波であったために、波の速さが与えられることが多い。しかし、弦を伝わる波の速さは導かないとわからないのである。まず、波の速さを求めてみよう。

(1) 弦を伝わる波の速さ

弦を伝わる波は縦波と横波があるが、ここでは横波を考えることにする。縦波は高校では扱わない。



[加速度の計算]

今、Aの波形がdt秒（非常に短い時間）後Bの波になったとする。このとき、波の速さを右方向へvとする。波形が右方向に動いても、媒質は縦方向に単振動しているため、Pの媒質はdt秒後Q点にきている。また、最初Rにあった媒質はdt秒後Sに移動する。この場合波形A,Bは弦の一部であるので円弧と考えても差し支えない。その中心をOとする。

波の速さがvであるから、QR＝vdtが成立。媒質Pの加速度は非常に短い時間であるから一定と考えてよく、その大きさをaとする。P点は最上端であるから、ここでの媒質の速さ、すなわち初速度は０である。公式$s=v_0t+\frac{1}{2}at^2$より、PQ$=\frac{1}{2}adt^2$となる。

波形Aは円弧であるから、半径をRとすると、OP＝OR＝Rである。
三平方の定理より、$OQ^2+QR^2=OR^2$である。OQ＝OP－PQを用いてそれぞれ代入して、

$$\left(R-\frac{1}{2}adt^2\right)^2+(vdt)^2=R^2$$

展開すると、

$$R^2-Radt^2+\frac{1}{4}a^2dt^4+v^2dt^2=R^2$$

簡単にすると、

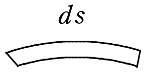
$$-Ra+\frac{1}{4}a^2dt^2+v^2=0$$

ここで、左辺第二項のdtは微小量であるから、他の項に対して無視できる。よって、

$$a=\frac{v^2}{R}$$

が成立する。

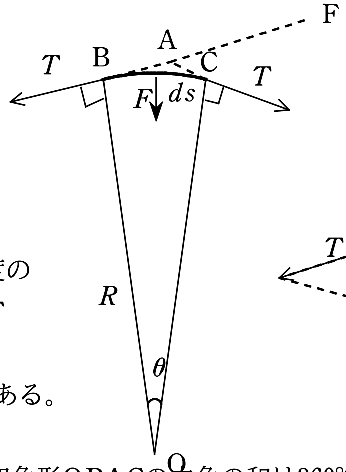
[質量]

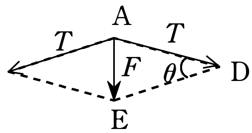


線密度（1mあたりの質量）ρ、長さdsの弦の一部を考える。
弦の質量は線密度がρなので、ρdsである。

$$m=\rho ds$$

[張力]





この弦は先ほどと同じく円弧と考えてよい。この弦を両端B,Cから、張力Tで引張った場合，その合力で弦の一部はOに向けて加速度運動をする。加速度の大きさが前の論で判明しているから、合力Fを計算すれば運動方程式が立てられる。

2本の張力をA点に集めた図が右端の図である。
ここで、∠BOC＝∠ADEである。

証明　∠OCA＝∠OBC＝90°であり、四角形OBACの内角の和は360°であるから、
∠BOC＋∠BAC＝180°となる。よって、∠BOC＝∠CAF＝∠ADE
証明終わり

角θは微小角であるから、扇形OBC∽△DEAといえる。三角形の相似により

$$R:ds=T:F$$

よって、　$F=\dfrac{T}{R}ds$

また、この弦の質量は線密度がρなので、ρdsである。
これらのデータを用いて、運動方程式を立てると、

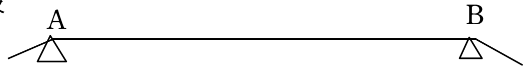
$$ma=\rho ds\cdot\frac{v^2}{R}=\frac{T}{R}ds$$

これを解くと、

$$v=\sqrt{\frac{T}{\rho}}$$

これが、弦を伝わる波の速さである。

(2)　2点A、Bを固定された弦の定常波



2点を固定された弦ABに定常波が生じる条件について考えてみよう。

A点、B点ともに固定されているので、弦を伝わる波がA,Bで反射するときは固定端反射する。固定端反射を繰り返す往復する波の定常波を作る条件式は波の波長をλ_m、弦の長さをlとすると、

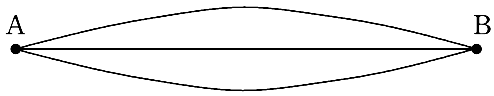
$2l=m\lambda_m$で　　変形すると、$\lambda_m=\dfrac{2}{m}l$である。

この条件を満たす波長λ_mの波のみが定常波を生じるのである。

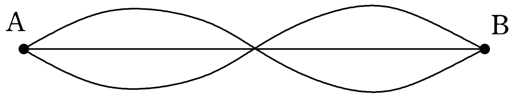
最も波長が長くなるのは$m=1$のときで、$\lambda_1=2l$の関係があるときである。このときはlは波長の半分になっている。A点とB点では固定端反射しているので、A点とB点は節にならなければならない。よって、右図のような定常波が生じていることになる。

この定常波は腹が1個存在している。

このような振動を**基本振動**という。



$m=2$のときは、波長が基本振動の$\dfrac{1}{2}$になっている。$v=f\lambda$と、$v=$一定より、fとλは反比例の関係にある。波長が半分になるとは振動数が2倍になることに対応している。よって、この振動を**2倍振動**という。



2倍振動は定常波の腹が二つある。

同じようにしてm倍振動は

定常波の腹がm個あることがわかる。

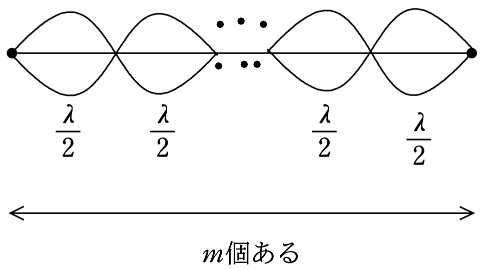
「m倍振動は振動数がm倍で、定常波の腹がm個存在する。」

(3)　m倍振動の振動数

上の式を用いても求められるがやはりここは別の方法で求めよう。

m倍振動は腹がm個ある。

ひとつの腹の大きさ（節と節の間隔）は$\dfrac{\lambda}{2}$でそれがm個あるので、



AB間の距離は

$$AB=m\frac{\lambda}{2}=l \text{である。}$$

よって、$\lambda=\dfrac{2l}{m}$

一方、弦を伝わる波の速さは$v=\sqrt{\dfrac{T}{\rho}}$であるから、$v=f\lambda$より、

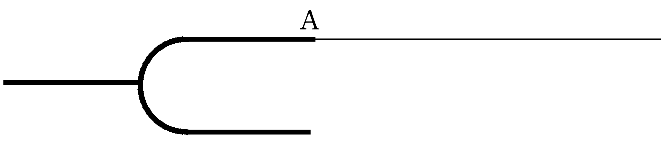
$$f=\frac{m}{2l}\sqrt{\frac{T}{\rho}}$$

となる。

７．メルデの実験

音叉に糸をつけて弦を振動させる時，音叉に糸を取り付ける方向によって，糸の振動数が異なる。この点に注意しよう。

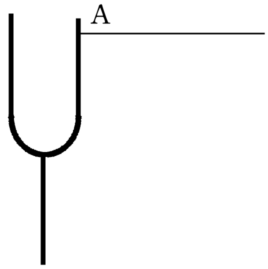
①　音叉と水平に糸を取り付ける場合



結び目Aが上に振動すると，弦も上に振動し，Aが下に振動すると弦も下に振動する。よって，この場合音叉の振動数と弦の振動数は同じとなる。

このときのA端は大きく動いているように見え，自由端反射の様に思えるが，弦の振幅のほうが音叉の振幅より大きいので，固定端反射をすることになる。しかし，A端が若干振動しているので，厳密に言えば固定端反射をする位置はA端より少し左側となる。

② 音叉と直角に糸を取り付ける場合



音叉と糸を結んでいる結び目Aは音叉によって左右に振動している。A端が左に変位しているときは，弦はぴんと張り右に変位しているときは弦は緩んでいる。Aが右に変位しているとき弦が弛んでいるとすると，次にAが右に変位したとき弦は引き上げられ，上向きに速度を持つ。次に弦が右に変位をしたときは，弦の慣性により，弦は上向きに弛み上向きの変位となる。

音叉のA端が１回振動した時，弦は下向きの変位から上向きの変位と$\frac{1}{2}$回の振動となっているので，A端が左右に２回振動した時，弦は１回振動したことになる。よって，音叉の振動数の半分が弦の振動数となる。