

波の干渉

1. 波の重ね合わせ

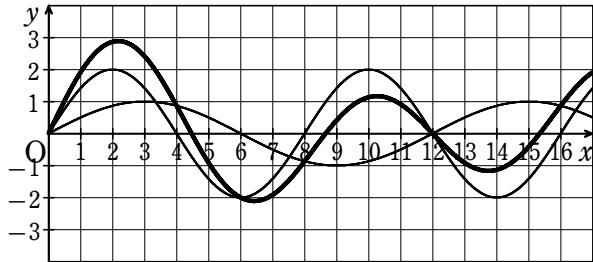
二つの波が重なったときはどのようになるのであろうか。ある媒質の変位が y_1 としたとき、もうひとつの波が変位 y_2 を起こしたとすると、二つの変位が同時に起こるので、実際の媒質の変位は

$$y = y_1 + y_2$$

となる。つまり、波が重なった場合は二つの波の変位を重ねねばよいことになる。これを**重ね合わせの原理**という。

右のグラフは細線の二つの波を重ね合わせた（和）波を太線で表わしたものである。

細線の二つのグラフの y 座標の和が太線のグラフの y 座標になっていることを確認のこと。



波の干渉

2. 定常波

同じ波長、同じ振幅の波が逆方向に進行し、すれ違った場合、どのような波となるであろうか。

右のグラフは波長8m、振幅1mの正弦波が互いに逆向きに動いているこのとき、右向きの波を細線で波上の1点をPで表わしている。左向きの波を破線で、波上の1点をQで表わしている。

そして、この二つの波の合成波を太線で表わしたものである。

波Pは右向きに1m/sで波Qは左向きに1m/sで動いている。

右のグラフは1秒ごとの波の位置と合成波の位置を表わしたものである。

この合成波のみの動きに注目すると、 x 座標が2, 6, 10, 14, 18の各点はどの合成波でもまったく動いていない。この点を節という。

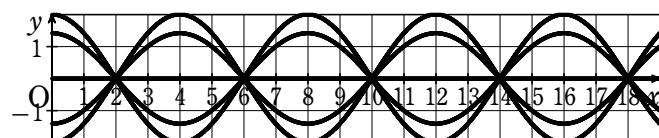
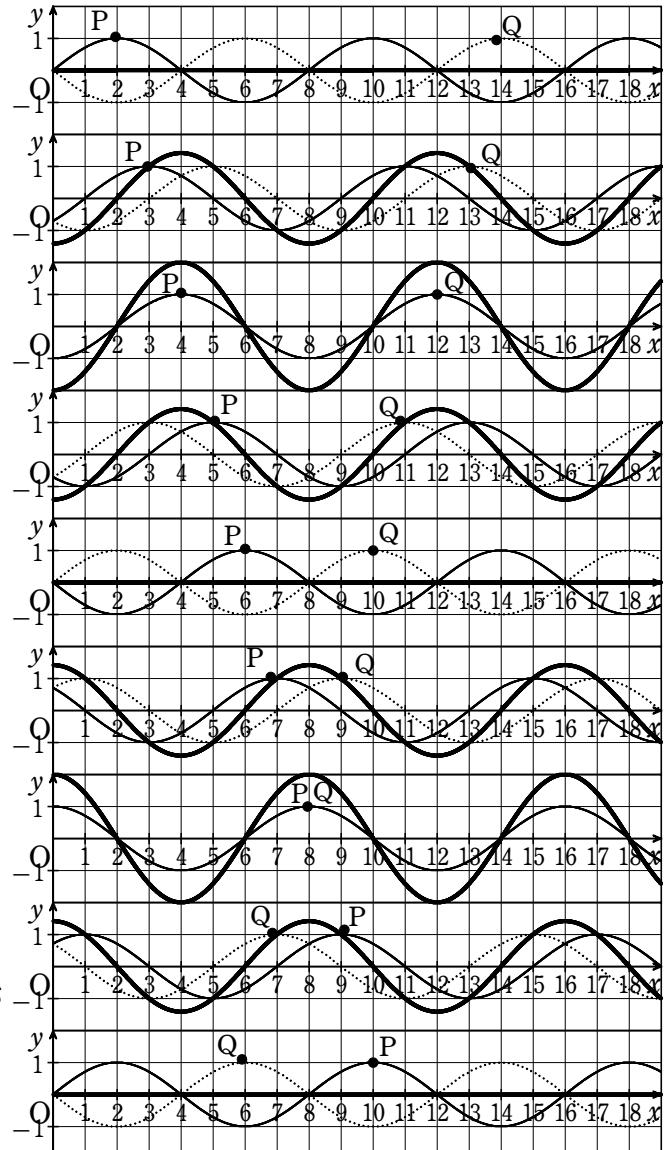
それに対して、最もよく振動している媒質があるのが x 座標が0, 4, 8, 12, 16の位置の媒質である。この位置を腹という。

このように、振動している媒質とまったく振動しない媒質が、はっきりと分かれている波を定常波という。

右のグラフは合成波のみをまとめたものである。

これを見ると、節の位置と腹の位置がはっきりわかる。

節と節の間隔、腹と腹の間隔は、グラフを見ると、4mであることがわかる。つまり元の波の波長の半分である。



波の干渉

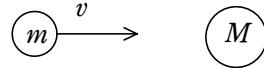
「節と節、腹と腹の間隔は $\frac{\lambda}{2}$ である。節と腹の間隔は $\frac{\lambda}{4}$ である。」

「同波長・同振幅・逆方向の波は定常波を作る」

3. 反射による位相の変化

(1) 媒質間の振動エネルギーの伝播

媒質間を振動エネルギーが伝わっていく様子を



物体の衝突にたとえて考えてみよう。

今、質量 m 、速さ v の物体が、静止している質量 M の物体に弾性衝突した後、それぞれの物体の速度を v_m 、 v_M とする。

運動量保存則より $mv = mv_m + Mv_M$

跳ね返り係数 1 であるから、 $v = v_M - v_m$

この連立方程式を解くと

$$v_m = \frac{m - M}{m + M} v \quad v_M = \frac{2mM}{m + M} v$$

となる。

・ $m = M$ のとき、

このときは $v_m = 0$ となる。つまり、 m が持っている運動エネルギーはすべて M に伝わるのである。これは、同じ媒質中の振動に対応しており、同じ媒質中を波はそのまま伝わっていくことを意味している。

・ $m < M$ のとき、

このときは $v_m < 0$ となる。これは衝突後、質量 m の媒質は振動方向が変わることを意味している。振動していく先の媒質の質量の方が大きい場合は、元の媒質の振動方向が変わるのである。これを固定端反射という。

・ $m > M$ のとき、

このときは $v_m > 0$ となる。これは、別の媒質中に波が伝わっても、元の媒質の振動方向が変わらないことを意味している。これを自由端反射という。

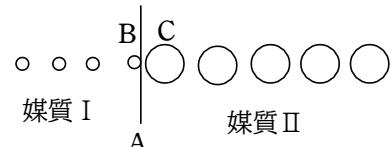
以後、媒質 B、C がここでいう m 、 M に相当する。

「波が反射する相手の媒質の質量（密度）の方が小さい時が自由端反射で、大きい時が固定端反射となる」

(2) 固定端反射

・ 縦波の場合

媒質 I を伝わってきた波は反射面 A で媒質 C とぶつかる。媒質 C の方が質量が大きいため、反射の瞬間媒質 B の振動方向が反転する、つまり、位相が反転（ π ずれる）する。



媒質 B の衝突により、媒質 C は若干動くがすべての振動エネルギーが伝わるわけではない。この場合余った振動エネルギーが、逆方向に進むことになる。これを固定端反射という。

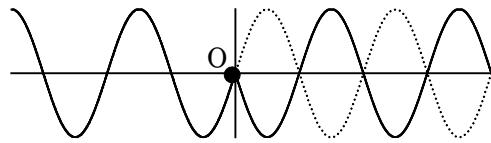
波の干渉

・ 横波の場合

O点に固定された物体があるとする。

左側から右向きにやってきた波が

Oに固定されている黒点にぶつかって跳ね返されると、右図のような振動となる。



この場合、波の進行方向も逆になるが、この図では逆にならないとして図を描いている。破線はぶつかなかったとしたときの波である。

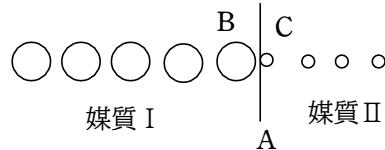
Oにぶつかった後は、振動方向が逆になり、山と谷が逆の振動になっていることが分かる。

(3) 自由端反射

・ 縦波の場合

右図のように境界線Aを境にして

左側の媒質Iが大きく（質量大）、右側の媒質IIが小さい場合を考えてみる。

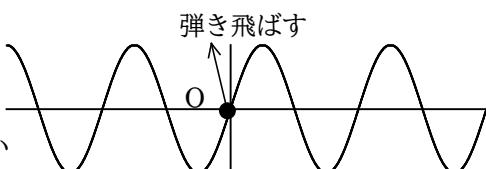


今、左側から縦波（横波で考えると動きがわかりにくい）がやってきた場合、境界線Aで振動がどのようになるであろうか？

媒質Iを右向きに伝わってきた波は境界線Aに達する。ここで、媒質Bは右向きに振動を開始する。媒質Cは影響を受けてそのまま右に振動を伝えるが、媒質Cの質量が小さいために媒質BのエネルギーがすべてCに伝わらない。そのため、媒質Bの振動エネルギーがいくらか余る。この余った振動エネルギーが、跳ね返って逆向きに伝わっていく。これを波の反射という。この場合媒質Iの右端の媒質Bは他の媒質よりも自由に動けるので、自由端反射という。自由端反射は反射の瞬間、振動方向が変わらない。

・ 横波の場合

横波で考える場合、O点にある物体がやってきた波によって弾き飛ばされたと考えると良い。そのまま振動方向が変わらないで波が伝わっていく。



波の干渉

4. 反射波の作図

(1) 自由端反射

右のグラフは、実線の波が左側からやってきて、中央の壁に自由端反射して、跳ね返ったときのグラフである。 T は周期を意味する。

細い破線は反射しなかったとしたときの波形である。太い破線は反射波の波形で、太い実線は元の波と反射波を合成したものである。

細い破線の波と太い破線の波は中央の壁に対して線対称になっている。

自由端反射の波の作図方法

① 元の波を壁の先に延長する。

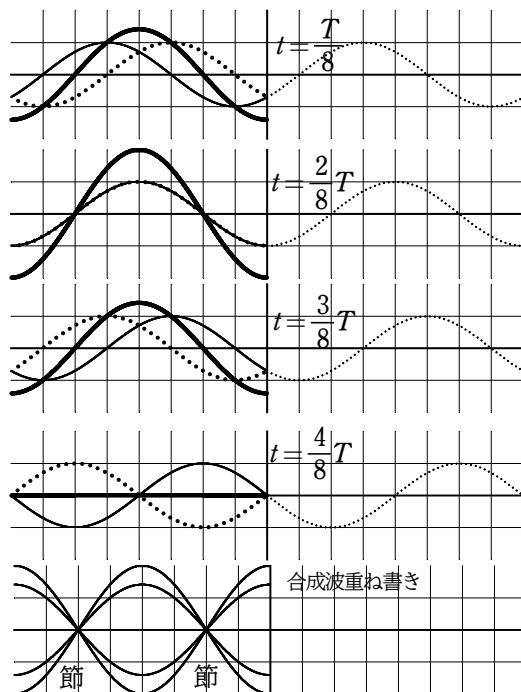
(これが反射しなかったとしたときの波形で、細い破線)

② 延長した波を壁に対して線対称移動する。

(これが反射波で、太い破線)

③ 元の波と合成する。(合成波で、太い実線)

反射波と元の波は逆向きで同波長である。よって、定常波が形成されることになる。上のグラフにおける合成波(太い実線)には節と腹が生じていることが分かる。この定常波の反射点は良くゆれているので腹である。



一番下のグラフは各時刻の合成波を重ね書きしたものである。上のグラフは $t = \frac{T}{8}$ から

$t = \frac{4}{8}T$ までのグラフであるが、これ以外の時刻も含めて重ね書きしている。これをみると、明らかな定常波ができていることが分かる。

「自由端反射において反射点は定常波の腹となる」

といえる。

時刻 $t = \frac{4}{8}T$ のグラフの波形と最下段の定常波のグラフはよく似た形をしている。

$t = \frac{4}{8}T$ のグラフの太い破線と細い実線のグラフは同時に存在する波である。複数の波が

同時に存在する時はその変位を合成する。よって、この時の実際の波形は揺れていない瞬間を表していることになる。それに対して定常波の重ね書きは別時間の波を重ね書きして

いるので合成はできない。 $t = \frac{4}{8}T$ のグラフの節のように見えるところは実際には腹であ

り、腹のように見えるところは節である。逆になっているので間違えないように注意しな

波の干渉

ければならない。

(2) 固定端反射

右のグラフが固定端反射の場合の反射波及びもとの波との間の合成波を作図したものである。

左側から細い実線の波が右向きにやってきて、中央の壁で反射した場合である。細い破線が反射しなかった場合のそのまま延長した波で、壁より右側の細い実線の波が、位相を逆にした並みである。固定端反射は反射の瞬間山と谷が逆になるのでこの操作が必要となる。

それを壁を対称軸とした線対称移動した波が太い破線の波で、元の波（壁より左側の細い実線）と合成したのが太い実線の波である。

固定端反射の波の作図方法

① 元の波を壁の先に延長する。

（これが反射しなかったとしたときの波形で、細い破線）

② ①の波を上下に対称移動する。

（壁の右側の細い実線の波である。）

③ ②の波を壁に対して線対称移動する。

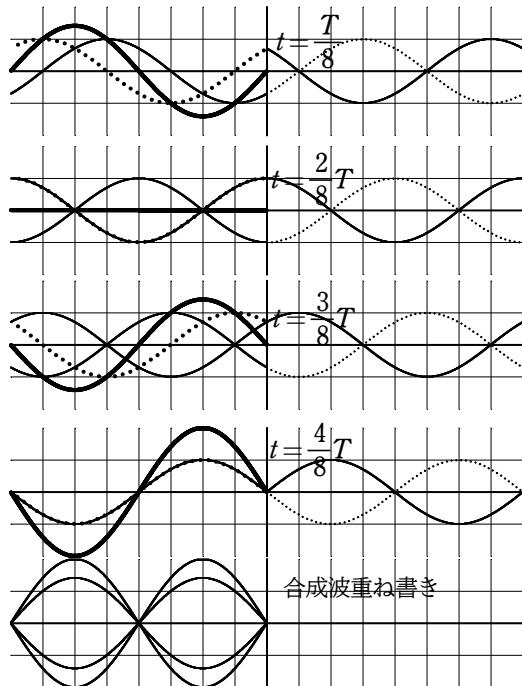
（これが反射波で、太い破線）

④ 元の波と合成する。（合成波で、太い実線）

自由端反射の時と同じように最下段に、合成波のみを重ね書きしたグラフを付け加えた。

「固定端反射において反射点は定常波の節となる。」

$t = \frac{2}{8}T$ のグラフと合成波の重ね書きのグラフが間違えやすいグラフである。自由端反射の時と同様に $t = \frac{2}{8}T$ のグラフの腹のように見えるところが節であり、節のように見えるところが定常波の腹である。



波の干渉

5. 波の干渉

(1) 波面の起伏

S_1 、 S_2 を波源とする二つの水面波が互いに干渉している場合を考えよう。右図において、波の高いところ（山）を実線でつないだところ、 S_1 、 S_2 を中心とする同心円ができる。これが水面波の形である。この形をさらに詳しく理解するために波面で囲まれた1区画ABCDを拡大して考えてみよう。それが、右下の図である。

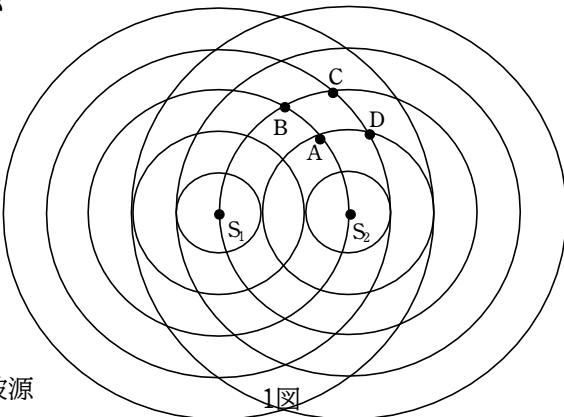
A、B、C、Dの各点はそれぞれの波源から来た波の山の波面が重なったところであるから特に高くなったところで、地形でいえば山頂に相当するところである。この領域の中央部は両方の波の谷が重なっているところで周りより窪んでいる。地形でいえば窪地である。

また、AB、BC、CD、DAの中点は山と山に挟まれたところで、地形でいえば峠にあたる。このように区画ABCDは、4つの山に囲まれた盆地といったところである。

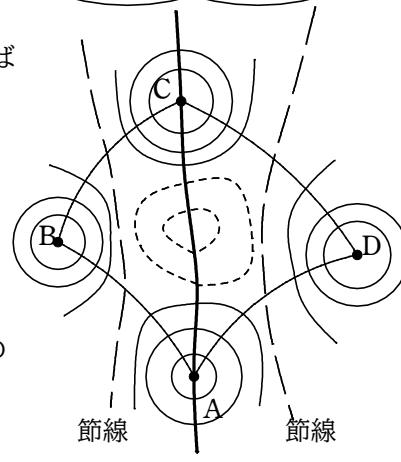
この盆地を下から上に通過する場合を考える。最もしんどい（起伏の激しい）コースは山頂Aから中央の窪地を抜けて山頂Bを通り抜けるコースである。このコースは最も起伏が激しい。この線を**腹線**という。

逆に最も起伏の少ないコースは、峠から峠を抜けるコースである。ABの中点からBCの中点を抜けるコースと、DAの中点からCDの中点を抜けるコースと2つのコースがある。ともに起伏がまったくないコースである。このコースを**節線**という。

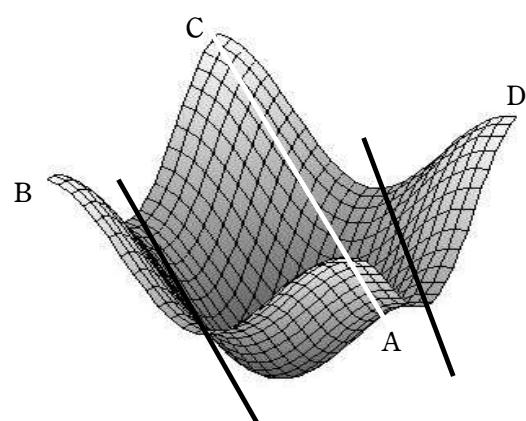
この区画は形こそ違うが1図のすべての領域で同じような状況にある。右図は一区画の立体図である。黒線は節線を意味し、白線は腹線を意味している。



1図



2図

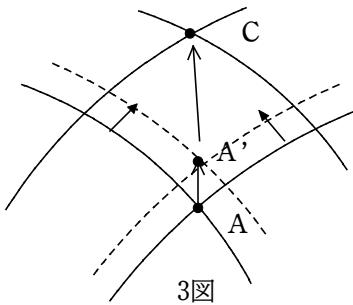


波の干渉

(2) 山頂部と谷底部の動き

この水面が地形と大きく異なるのは、地形が動かないのに対して、この水面は常に動いているということである。次にこの山頂部の動きを調べてみよう。

これらの山をつないだ同心円状の波面は、波源から離れる方向にしだいに半径を拡大していく。つまり、右図の矢印の方向に動いているのである。しばらく後の波面は、破線の波面となる。この場合山頂部AはA'の位置に移動する。同様に移動を続け、ちょうど1周期後には現在のC点に達するであろう。

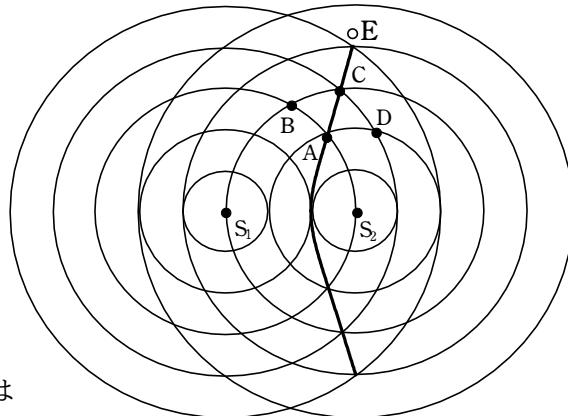


3図

すなわち、2図で言う所の腹線に沿って動くのである。同じく谷底部も腹線に沿って動く。全体の図にA点が動くであろう腹線を記入したのが4図である。

山頂部と谷底部は、この線上を動くのである。もし、この線上の点Eに船を浮かべておいたらどうなるであろうか？

この船には、波の山頂、谷底、山頂、谷底と交互にやってきてその度に船は上下に極めて激しく動くことになる。船に乗っている人はたちまち船酔いするであろう。



4図

このように腹線は、山、谷が交互に来る極めてよく揺れる場所となる。

これに対して、節線はどうであろうか？同じようにその交点は移動するのであるが、起伏がないものが移動するので、船を置いていてもまったくゆれない。つまり、まったくゆれない点の集合が節線なのである。

波の干渉

6. 波の干渉実像

右図は波の干渉の様子をA→B→C→D→Aの順に表示している。表示間隔は周期の4分の1である。

白丸は二つの波源を意味し、白い線は一つの腹線を示している。

腹線上の山をAから順に追ってみると、少しずつ右上に移動している様子が見て取れる。

太い黒線が1本の節線を示している。山と山の間を縫っている線である。

二つの波源の間は半周期ごとに平らになっている。

これは二つの波源の間が定常波になっていることを示しており、定常波は半周期ごとに変位が0になっているのである。

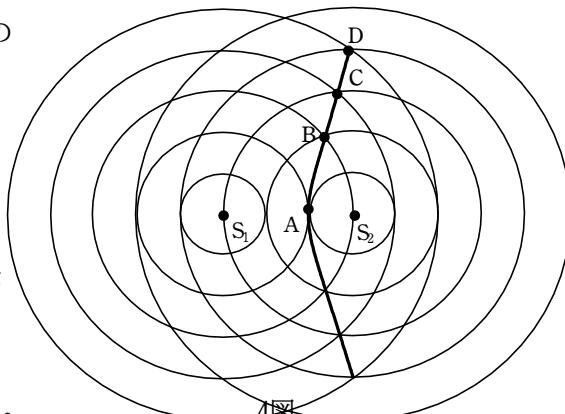
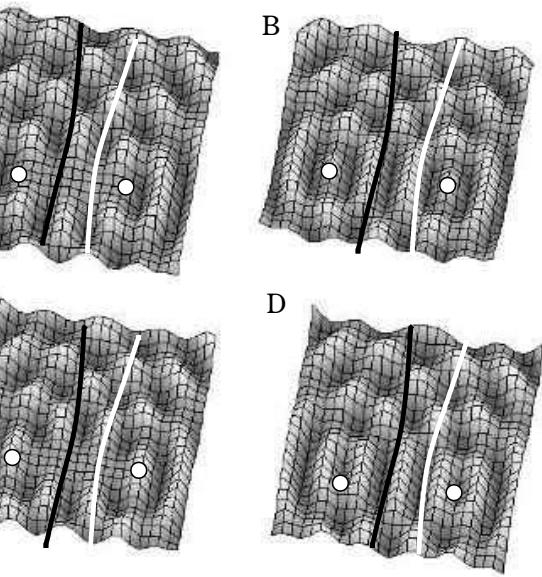
7. 腹線

(1) 1本の腹線の共通点

この1本の腹線は波源 S_1 、 S_2 からの距離に関して何か共通点はないか調べてみよう。

この図において波面と波面の間隔は、波の山と山との間隔であるから、波長 λ である。A点は S_1 からの距離が 2λ 、 S_2 からの距離が λ である。

同様にしてB,C,D点も同じように調べてみると、下の表のようになる。



	A	B	C	D
S_1 からの距離	2λ	3λ	4λ	5λ
S_2 からの距離	λ	2λ	3λ	4λ
距離の差	λ	λ	λ	λ

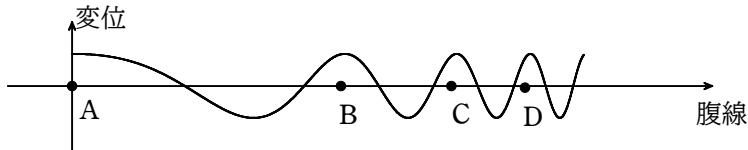
このようにこの腹線上の点は、すべて、波源 S_1 、 S_2 からの距離の差が λ となっている。

逆に言うと、波源 S_1 、 S_2 からの距離の差が λ となる点の集合はこの腹線となる。

この腹線上の変位はどのようになっているであろうか。A,B,C,D各点は山頂部にあたり

波の干渉

変位は最大となっている。そして、その間に谷がある。これをグラフ化すると、下のようになる。



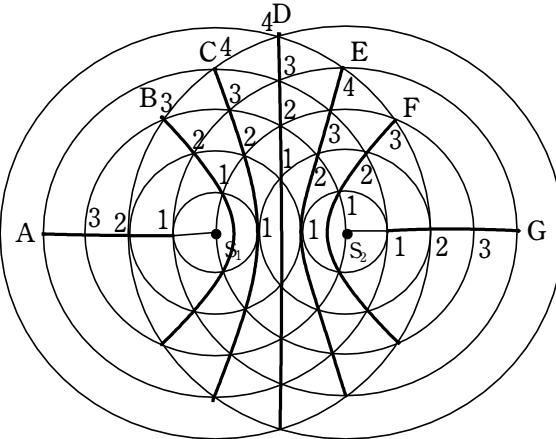
(2) 腹線の条件

他の腹線はどうなのであろうか？

この水面波のすべての腹線を記入すると、右図のようになる。

このすべての腹線の波源 S_1 、 S_2 からの距離の差を計算してみよう。各腹線に左から A～G の記号をつけ各腹線上の山頂を中心に近いほうから 1～4 の番号をつけ、各山頂と波源 S_1 、 S_2 からの距離の差を求めてみた。すべて波長の何倍かで表に表わすと、下のようになる。

これをみると、同一腹線上の波源 S_1 、 S_2 からの距離の差はすべて同じ値になっている。



5図

山頂番号	山頂1	山頂2	山頂3	山頂4
腹線A	3λ	3λ	3λ	
腹線B	2λ	2λ	2λ	
腹線C	λ	λ	λ	λ
腹線D	0	0	0	0
腹線E	λ	λ	λ	λ
腹線F	2λ	2λ	2λ	
腹線G	3λ	3λ	3λ	

そして、すべての腹線が波長の整数倍になっているのである。言い換えれば、差が波長の整数倍にならない点は腹線上にないということである。

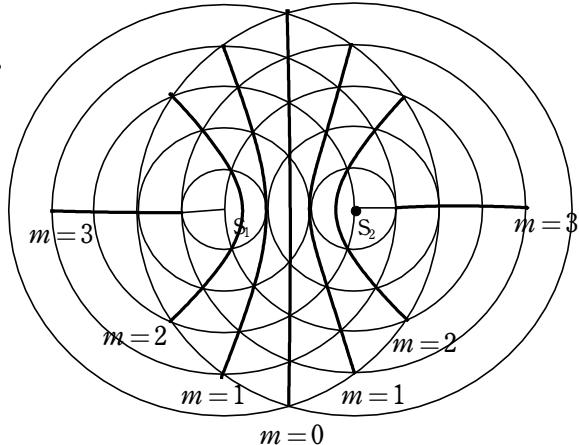
腹線上の点を P として、ここまで状況をまとめると、

$$|S_1P - S_2P| = m\lambda \quad (m \text{は整数で } 0, 1, 2, 3, \dots)$$

この条件を満たす点は腹線上にあるということである。先ほどの論により腹線は良くゆれる点であるから、波が強めあう点であるとも言える。そのため、この条件は波が強めあう点ということもできる。

波の干渉

そして、各腹線と上の条件式の m との関係は右図のようになっている。つまり、中央の腹線が 0 でそこから両端に行くにしたがって m の値が 1 ずつ大きくなっていくのである。



6図

(3) 波源 S_1 、 S_2 の間

それでは二つの波源の間はどうなっているのであろうか？この場所は二つの同波長・同振幅・逆方向の波になっているので、定常波が発生していることが分かる。腹線と線分 S_1S_2 の交点が定常波の腹になっている。

それでは、ここでは山頂部はどのような動きをしているのであろうか？

右図の上側は、二つの波の山が衝突した瞬間で

このときは山頂部がひとつである。

下の図がそのわずか後の図であり、山の波面が少し交差している。このとき山頂部は二つあることに気がつく。ここでは定常波が発生しているが、その定常波の山頂部が次の瞬間二つに割れて、上下に山頂部が移動しているのである。

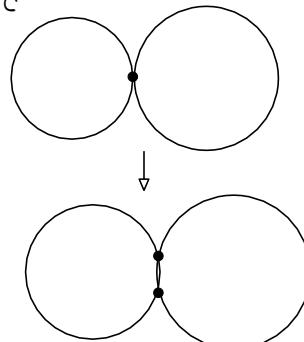
腹線をまとめると以下のようになる。

腹線 \Leftrightarrow よく揺れる点の集合 \Leftrightarrow 波が強め合う点の集合

\Leftrightarrow 波源からの距離の差が波長の整数倍になっている点の集合

式であらわすと

$$\text{腹線} \Leftrightarrow |S_1P - S_2P| = m\lambda \quad (m \text{は整数で } 0, 1, 2, 3, \dots)$$



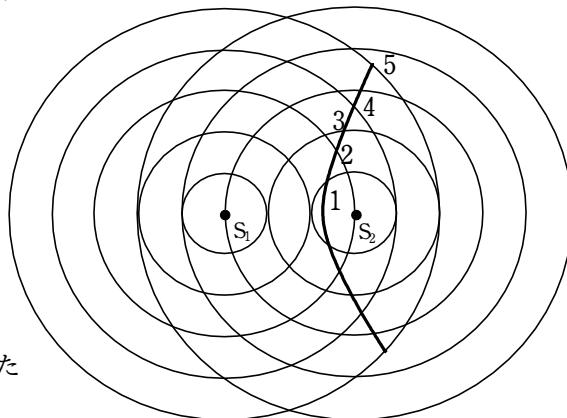
波の干渉

8. 節線

(1) 節線上の共通点

それでは、節線上には何か共通点がないであろうか。腹線と同じ図に節線を1本記入してみる。

節線は山頂と山頂との中点の峠を通過する線である。その峠の中心に近いほうから1~5の番号を振ってみた。この節線上の点と、 S_1 、 S_2 との距離の差を腹線同様に計算してみよう。その結果をまとめたのが下の表である。



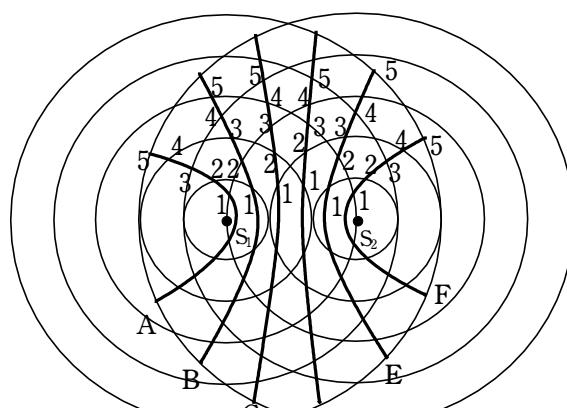
1図

峠番号	1	2	3	4	5
S_1 からの距離	$2\frac{1}{2}\lambda$	3λ	$3\frac{1}{2}\lambda$	4λ	$4\frac{1}{2}\lambda$
S_2 からの距離	λ	$1\frac{1}{2}\lambda$	2λ	$2\frac{1}{2}\lambda$	3λ
S_1S_2 からの距離の差	$1\frac{1}{2}\lambda$	$1\frac{1}{2}\lambda$	$1\frac{1}{2}\lambda$	$1\frac{1}{2}\lambda$	$1\frac{1}{2}\lambda$

節線の場合も、その差はすべて同じである。腹線と異なるのは、その差が整数ではなくて半整数（整数 $+\frac{1}{2}$ ）であるということである。

(2) すべての節線の共通点

すべての腹線を書き込むと図のように6本存在する。その6本の節線を左から順番にA~Fの記号をつけ、各節線上の峠部分に中心に近いほうから1~5の番号をつけ、各峠の S_1 、 S_2 からの距離の差を表にまとめてみると下の表のようになる。



1図

波の干渉

峠番号	1	2	3	4	5
節線A	$2\frac{1}{2}\lambda$	$2\frac{1}{2}\lambda$	$2\frac{1}{2}\lambda$	$2\frac{1}{2}\lambda$	$2\frac{1}{2}\lambda$
節線B	$1\frac{1}{2}\lambda$	$1\frac{1}{2}\lambda$	$1\frac{1}{2}\lambda$	$1\frac{1}{2}\lambda$	$1\frac{1}{2}\lambda$
節線C	$\frac{1}{2}\lambda$	$\frac{1}{2}\lambda$	$\frac{1}{2}\lambda$	$\frac{1}{2}\lambda$	$\frac{1}{2}\lambda$
節線D	$\frac{1}{2}\lambda$	$\frac{1}{2}\lambda$	$\frac{1}{2}\lambda$	$\frac{1}{2}\lambda$	$\frac{1}{2}\lambda$
節線E	$1\frac{1}{2}\lambda$	$1\frac{1}{2}\lambda$	$1\frac{1}{2}\lambda$	$1\frac{1}{2}\lambda$	$1\frac{1}{2}\lambda$
節線F	$2\frac{1}{2}\lambda$	$2\frac{1}{2}\lambda$	$2\frac{1}{2}\lambda$	$2\frac{1}{2}\lambda$	$2\frac{1}{2}\lambda$

これを見ると、腹線と同じくすべての節線上の峠は同じ差になっている。節線上の各点の波源 S_1 、 S_2 からの差はすべて半整数である。言い換えれば、波源 S_1 、 S_2 からの距離の差が半整数ならばその点は節線上の点であるということである。

節線上の点をPとして、これを式にまとめれば次のようになる。

$$|S_1P - S_2P| = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad (m \text{は整数} 0, 1, 2, 3, \dots)$$

点Pがこの条件を満たせば節線上にあるということになる。また、節線上にある点はこの条件式を満たす。節線上の点は起伏のない点であるが、これは二つの波が弱めあう点でもある。よって、波が弱めあう条件式でもある。

節線をまとめると

節線 \Leftrightarrow 揺れない点の集合 \Leftrightarrow 波が弱めあっている点の集合

\Leftrightarrow 波源からの距離の差が波長の $(\text{整数} + \frac{1}{2})$ 倍になっている点の集合

式で表すと

$$|S_1P - S_2P| = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad (m \text{は整数} 0, 1, 2, 3, \dots)$$

波の干渉

9. 二つの波源の間

二つの波源 S_1, S_2 の間はどうなっているのか
考えてみよう。

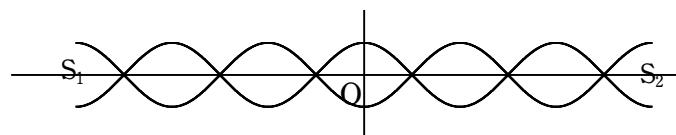
線分 S_1S_2 上では S_1 の波は右向きに、 S_2 の波は左向きに進んでいる。線分 S_1S_2 上においては、同波長逆向きの波が衝突している形になっているので定常波ができていることになる。

S_1S_2 の中点を O とすると、
 $OS_1 = OS_2$ なので、 $OS_1 - OS_2 = 0$ となる。

腹線条件 $|OS_1 - OS_2| = m\lambda$

節線条件 $|OS_1 - OS_2| = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$

で $m=0$ のとき、腹線条件を満たすことになる。よって、点 O は定常波の腹（腹線）となる。定常波の腹と腹の間隔は $\frac{\lambda}{2}$ なので、波長の半分ごとに腹が存在する。上の図の黒点が腹の位置である。この二つの波源による腹線は黒点の数だけ存在し、 S_1S_2 の間には腹線が5つあることになる。節は腹と腹の中点にあるので節線は6本存在する。その定常波を図に書くと下のようになる。

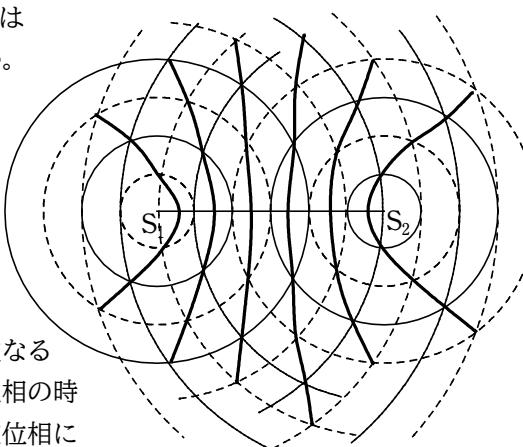


このように二つの波源間の定常波に注目すれば、腹線・節線の数を数えることができる。

10. 逆位相の場合

S_1 と S_2 が逆位相になっている場合は
腹線節線はどうなっているだろうか。

右図は S_1 と S_2 が逆位相のときの腹線の図である。
同位相の時と S_2 の山の波面が谷の波面に変わっているので、
同位相の時山と山が重なる強め合う位置では逆位相になると山と谷が重なる弱め合う位置に変わるので、
山と谷が重なる弱めあう位置では逆位相になると山と山が重なることになり、強め合う位置に変わる。



波の干渉

まとめると、同位相の時と逆位相の時では強め合うところと弱めあうところが逆になるのである。これは、腹線と節線が逆になることを意味している。

逆位相の時の腹線条件と節線条件は次のようになる。

$$\text{節線条件 } |OS_1 - OS_2| = m\lambda$$

$$\text{腹線条件 } |OS_1 - OS_2| = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

11. 正弦波の式を使った計算（発展）

(1) 同位相の場合

二つの波源A(-a,0)、B(a,0)より、同位相の正弦波が出ている時、その二つの正弦波を

$$y = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_A}{\lambda} \right), \quad y = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_B}{\lambda} \right) \text{とする。この時、二つの波源からの}$$

距離を r_A 、 r_B とする。

波を合成すると、

$$y = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_A}{\lambda} \right) + A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_B}{\lambda} \right)$$

$$= 2A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_A + r_B}{2\lambda} \right) \cos \frac{\pi}{\lambda} (r_A - r_B) \quad (\text{三角関数の和を積に変換する公式使用})$$

t にどのような値を入れても $y=0$ となる節線は、 $\cos \frac{\pi}{\lambda} (r_A - r_B) = 0$ が成立する時である。

$$\text{これは、} \frac{\pi}{\lambda} (r_A - r_B) = \left(m + \frac{1}{2}\right)\pi \quad \dots \quad (m \text{は整数})$$

を満たす時である。

$$\text{よって、節線条件は } r_A - r_B = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

$$\text{腹線は} \cos \frac{\pi}{\lambda} (r_A - r_B) = \pm 1 \text{のときで、} \frac{\pi}{\lambda} (r_A - r_B) = m\pi$$

$$\text{よって、腹線条件は } r_A - r_B = m\lambda$$

このグラフは双曲線となる。

(2) 逆位相の場合

二つの波源A(-a,0)、B(a,0)より、同位相の正弦波が出ている時、その二つの正弦波を

$$y = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_A}{\lambda} \right), \quad y = -A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_B}{\lambda} \right) \text{とする。この時、二つの波源から}$$

の距離を r_A 、 r_B とする。

波を合成すると、

$$y = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_A}{\lambda} \right) - A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_B}{\lambda} \right)$$

$$= 2A \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_A + r_B}{2\lambda} \right) \sin \frac{\pi}{\lambda} (r_A - r_B) \quad (\text{三角関数和を積に変換する公式使用})$$

t にどのような値を入れても $y=0$ となる節線は、 $\sin \frac{\pi}{\lambda} (r_A - r_B) = 0$ が成立する時である。

波の干渉

これは、 $\frac{\pi}{\lambda}(r_A - r_B) = m\pi \dots$ (mは整数)

を満たす時である。

よって、節線条件は $r_A - r_B = m\lambda$

腹線は $\sin \frac{\pi}{\lambda}(r_A - r_B) = \pm 1$ のときで、 $\frac{\pi}{\lambda}(r_A - r_B) = \left(m + \frac{1}{2}\right)\pi$

よって、腹線条件は $r_A - r_B = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$

12. 例題

右図のように8m離れた2点A,Bにスピーカーを置いて、同じ振動数の音を発した。線分ABから6m離れたところにABに対して平行に線を引き線上でA,Bから等距離にある点Cでこのスピーカーの音を聞くとよく聞こえた。

Cより線に沿って右方向に進むと音が一度聞こえなくなりD点で再び音がよく聞こえた。さらに進むと、また、音が聞こえなくなり、Bの正面に当たるE点で再び音がよく聞こえた。このとき、

- (1) この音の波長を求めよ。
- (2) Eから先に線上を進むと後何回よく聞こえるところがあるか。

＜解説＞

(1) この場合、A,Bを波源とした波の干渉であり、C,D,Eは腹線上の位置にあることになる。Cは中央の腹線（距離差=0λ）で、Eはその次の次の腹線なので、距離差=2λの腹線となる。

ここでいうE点の距離差はAE-EBを意味する。三平方の定理よりAE=10mなので

$$AE - EB = 10 - 6 = 4m$$

$$AE - EB = 2\lambda \text{より } \lambda = 2m$$

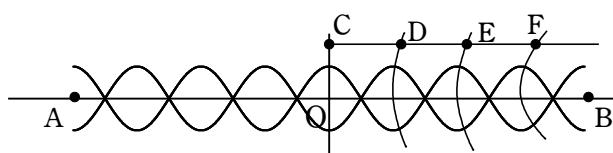
(2) AB間に定常波ができている。ABの中点が腹で、腹と腹の間隔が $\frac{\lambda}{2} = 1m$ である。これをもとに定常波を描くと、下のようになる。

定常波の腹が腹線なので、

腹線との交点を図に

追加すると、C,D,E,F

4点あることが分かる。



Eから先にあるよく聞こえる点はFのみである。よって、後1か所ある。