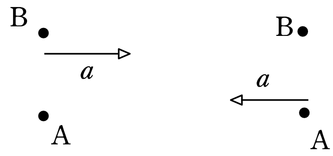
慣性力

１．慣性力

⑴　慣性力とはなにか



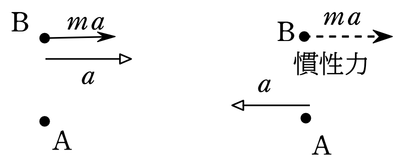
1図　　2図

物体に力がはたらくと、速度が変化する。これは、力の定義から考えて当然であるが、次のような場合もある。

観測者をAとし、観測物体をBとするとき、1図においてはAが静止し、Bは右に加速度aで右向きに加速している。この場合Aから見ると、当然ながらBは右に加速しているように見える。

２図のように、Bが静止していてAが左に動いている場合を考えてみよう。この場合もAから見ると、Bは右に加速度aで加速しているように見えるはずである。自分が動いているかどうかは地上であれば周りの様子から判断すればわかるが、何もない宇宙空間においては、自分が動いているかどうかはまったくわからない。つまり1図の状態と2図の状態の区別はまったくできないのである。

そうであるなら、逆に考えて本当は2図の状態であっても1図の状態であると考えて問題を解いてもよいことになる。そう考えて問題を解いた時、1図の状態と2図の状態で答えが異なれば、1図の状態と2図の状態は区別できることになるのである。



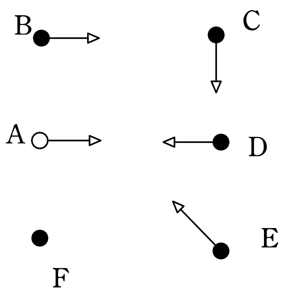
1図　　2図

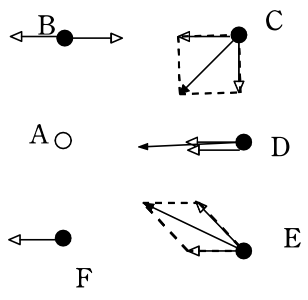
物体Bの質量をmとすると、１図において物体Bが右向きに加速度aで加速しているので、右向きにmaの力がはたらいていることになる。1図の状態と2図の状態は区別できないのであるから、2図のBには力がはたらいていないのではあるが、Aからみると1図とまったく同じで、Bに右向きにmaの力がはたらいているように見えるはずである。この時、Bにはたらいているように見えるmaの力を**慣性力**という。

⑵　慣性力の合成

下図左側の図においてAを観測者とし、B～Fを観測物体とする。矢印は各物体の加速度を意味している。

この図において観測者Aは右向きに加速している。各物体が加速しているということはその加速度の方向に力がはたらいていることを意味している。





右側の図はAからみた加速度を示している。Aからみると、周りの景色はすべて左向き

に加速している様に見える。この加速度を相対加速度という。

　右側の図は各物体の加速度に相対加速度を附け加えたものである。Aから見える加速度は、実際の加速度と相対加速度を合成したものである。

　力はその加速度に質量を掛けたものなので、相対加速度に質量を掛けたものが慣性力である。実際の加速度に相対加速度を合成した加速度がAが観測する加速度なので、Aが観測する力は実際にはたらいている力と慣性力を合成したものとなる。

　「慣性力は通常の力と同じように合成･分解できる。」

⑶　慣性力の三要素

　通常の力には三要素がある。「大きさ･方向･作用点」である。慣性力はどうであろうか。大きさと方向は、今までの論により、

　「観測者の移動方向と逆向きに大きさmaの力」

であることがわかる。作用点はどうであろうか。

　慣性力のみがはたらいている物体は回転しない。慣性力がはたらくと回転を始めるということはない。これは、慣性力は回転能力を持たないことを意味している。物体に力を加えた時回転しないならば、その力の作用線上に物体の重心があることになる。よって、

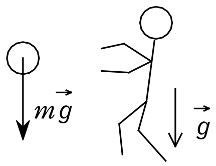
　「慣性力の作用点は物体の重心である。」

　といえる。

⑷　無重力とは何か

宇宙空間ではなぜ無重力なのか

　宇宙船の中では無重力状態であるのは良く知られている。しかし、宇宙船も地球周辺にいるために地球の重力ははたらいているのである。重力がはたらいているのになぜ、宇宙線内では無重力状態になるのであろうか？慣性力を元に考えてみよう。



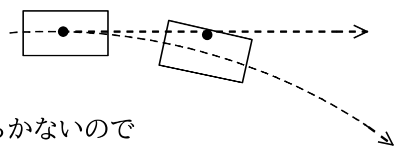
　右図のように観測者の目の前にある物体には重力$m\vec{g}$が作用している。しかし、観測者も同じ方向に$\vec{g}$で加速しているために、目の前の物体に$-m\vec{g}$の慣性力がかかっているように見える。そして、その合力に従った運動をしているように見えるのである。この場合この物体に作用している力は重力の$m\vec{g}$と慣性力の$-m\vec{g}$でその合力は0である。よって、この物体には力が作用していないように見えるのである。この状態を無重力状態と読んでいる。

⑸　遠心力

　円運動は円の中心方向に向心加速度がかかっている。観測者が円運動している場合は観測者自身が加速度運動していることになり、慣性力を考えることができる。このように円運動のときに考える慣性力を**遠心力**という。

・ バスの中人にはたらく遠心力

右図のようにバスがカーブを曲がっていて、そのバスの中ほどに観測者が立っていると仮定しよう。この場合バスは右に曲がっていくが、観測者には力がはたらかないので速度が変化しない。観測者は直進するそのために、この観測者は、バスの左側によることになる。このとき観測者はバスの左側に力を受けたように感じるこの力が**遠心力**である。しかし、この観測者はあくまでも直進運動しているので、力は作用していない。力が作用しているのはバスのほうである。バスは地面から摩擦力という向心力を受けて右に曲がっているのである。

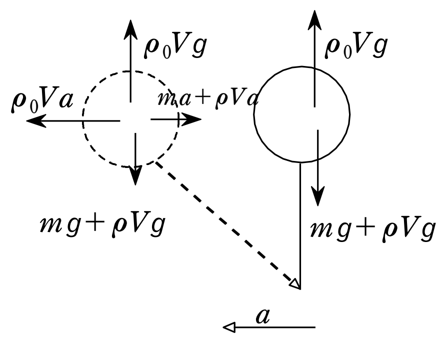


観測者がバスと同じに曲がろうとすると、円運動をすることになり、向心加速度が必要である。内側に向けて力を加えなければバスの中の同じ位置にいることができない。そのために自分を含めた周りの物体に逆方向に慣性力がかかっているように見えるのである。

２． 慣性力による浮力

空中に浮かんでいる風船を考える。この風船を持ってバスに乗り，バスが左方向に加速度aで加速した場合を考える。

風船内の気体密度をρ，周辺の空気密度をρ_0，風船の体積をVとする。風船自体の質量をmとする。



風船にはたらく重力の大きさは

$mg+\rho Vg$

この場合の浮力の大きさは

ρ_0Vg

となる。

風船は浮いているので

$mg+\rho Vg<\rho_0Vg$

という関係が成り立つ。

バスが加速度aで左向きに加速した場合，慣性力が右向きにはたらく。

その慣性力の大きさは

$ma+\rho Va$である。

この時，浮力にも慣性力がはたらき，ρ_0Vaとなる。浮力の慣性力の向きは左向きとなる。

$ma+\rho Va<\rho_0Va$

なので，この風船は加速する方向に傾くことになる。

「浮力はたらいている物体の慣性力を考えるときは，慣性力の浮力も考えなければならない。」

３． 慣性力を使った場合と使わない場合の比較
慣性力は仮想上の力であり、本物の力ではない。そのために、慣性力を用いなくても問題を解くことができる。

「慣性力は使っても使わなくても同じ問題を解くことができる」

慣性力の使い方をマスターするためには、いくつかの問題を慣性力を使った場合と使わない場合で解き比べてみるとよい。

慣性力の使い方

①　本物の力を作図する。

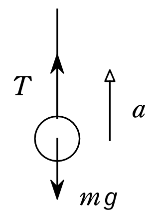
②　観測者を加速物体上に乗せる。

③　観測者の加速度の逆向きに慣性力maを作図する。

④　観測者が観測した加速度で運動方程式を立てる。

＜例題１＞

質量mの物体にひもを取り付けて上向きにTの力で引き上げた時のこの物体の加速度を求めよ。



○　慣性力を使わない場合

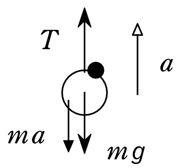
単純に運動方程式を立てればよい。

$T-mg=ma$

○　慣性力を使った場合

①　本物の力を作図する。

これは、慣性力を使わない場合と同じである。張力と重力を作図する。



②　観測者を加速物体上に載せる。

観測者を右図の黒点の位置に載せる。

③　観測者の加速度の逆向きに慣性力を作図する。

この観測者は物体と同時に上向きに加速度aで加速するので、慣性力$-ma$を下向きに作図する。

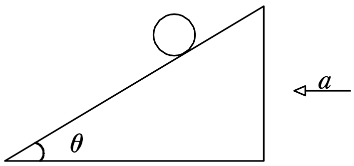
④　観測者の観測した加速度で運動方程式を立てる。

観測者からこの物体を見ると、同時に上昇しているので静止しているように見える。つまり加速度0であり、力が釣り合っているように見える。よって、力のつり合いの式を立てればよい。

$T=ma+mg$

となる。これは、慣性力を使わない場合と同じ方程式である。

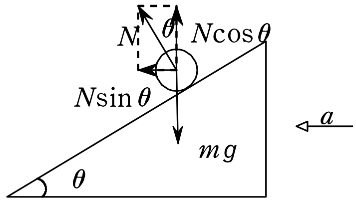
＜例題２＞



角度θの斜面を持つ台上に質量mの物体を静かに置き、台を左向きに加速したところ斜面上に静止したままであった。

このとき台に加えた加速度aを求めよ。

○　慣性力を使わない場合



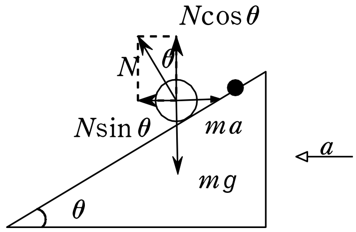
台上で静止しているのであるから、台上の物体も同じ加速度で加速している。

水平方向運動方程式　$N\sin\theta = ma$

鉛直方向力のつり合い　$N\cos\theta = mg$

○　慣性力を使った場合

①　本物の力を作図する。



慣性力を使わない方法と同じ力である。

②　観測者を加速物体上に載せる。

図の黒点上に観測者を置く。

③　観測者の加速度の逆向きに慣性力を作図する

④　観測者が観測した加速度で運動方程式

観測者からみるとこの物体は静止している。力のつり合いの式を立てると

$N\sin\theta = ma$

$N\cos\theta = mg$

これは、慣性力を使った場合と同じ方程式である。

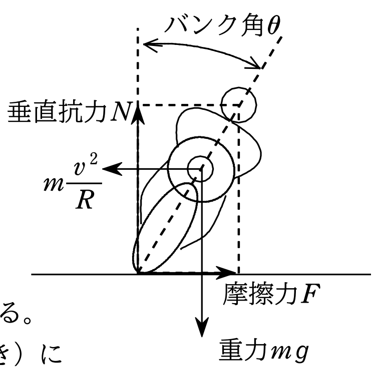
４．遠心力の例題

慣性力を使わなくても基本的には解けるが、モーメントのつり合いが関係する時は、運動物体のモーメントの計算を高校では扱わないために慣性力を使わないと解けない。下はその事例である。

「モーメントのつりあいが関係する加速度の問題は慣性力を使う」

慣性力は重心にはたらくので，回転中心を重心とすれば，慣性力を用いなくても運動方程式を立てて問題を解くことができる。

＜例題３＞　オートバイの旋回



オートバイがバンク角θで回転半径Rのカーブを旋回している。このオートバイの速さvはいくらか

＜解説＞

実際にはたらいている力である重力･摩擦力･垂直抗力を作図する。

観測者をオートバイに乗っている人とすれば、回転半径R、速さvの向心加速度が回転中心方向にかかっている。慣性力（遠心力）を重心から向心加速度の逆向き（外向き）に作図する。大きさは$m\dfrac{v^2}{R}$である。

慣性力

オートバイに乗っている人からみると、オートバイは静止しているので、回転のつり合いが成り立っている。モーメントのつり合いの式を立てる。

① 鉛直方向のつり合いの式 $N=mg$

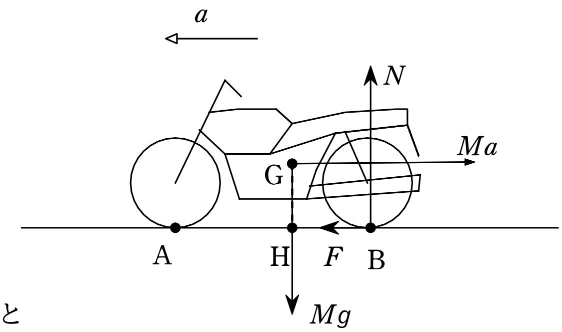
② 水平方向のつり合いの式 $F=m\dfrac{v^2}{R}$

③ 重心の高さをhとし、回転中心をタイヤと地面との接点とすると、
モーメントのつり合いの式は

$$m\frac{v^2}{R}h\cos\theta=mgh\sin\theta$$

＜例題４＞

右図のようなオートバイがある。AB間はLで重心Gの高さはhであるとする。Gから地面に垂線を下ろした足をHとするとき、$AH=\dfrac{2}{3}L$であった。重力加速度の大きさをg、重心の位置は人が乗ったときのもので、車重は人と合わせてMである。



このオートバイが急加速すると、前輪が浮き上がることがある。そのときの加速度aおよびそのために必要な静止摩擦係数μの最小値を求めよ。

＜解説＞

前輪が浮き上がるので前輪に垂直抗力はない。上の図に実際にはたらいている力をすべて作図する。観測者をオートバイに乗っている人とすると、このオートバイは前方にaの加速度で加速しているので、慣性力が重心を作用点として後方にMaの大きさではたらいている。この人から見るとオートバイは静止しているので力のつり合いの式を立てればよい。

① 鉛直方向のつり合い $N=Mg$

② 水平方向のつり合い $F=Ma$

③ 回転のつり合い $Mah=\dfrac{1}{3}MgL$

これを解くと $a=\dfrac{gL}{3h}$ 摩擦力 $F=\dfrac{MgL}{3h}$ 垂直抗力 $N=Mg$

よって静止摩擦係数の最小値は $\mu=\dfrac{F}{N}=\dfrac{L}{3h}$