

慣性力 ドリル

1 一般の運動方程式との比較

1 質量 m の物体にひもを取り付けて張力 T で引き上げたときの加速度 a を求めよ。

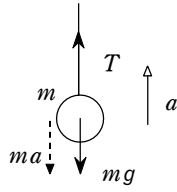
<慣性力なし>

運動方程式 ()

<慣性力あり>

力のつり合い ()

$a =$



2 動摩擦係数 μ の水平面上に置かれた質量 m の物体に加速度 a を生じさせる力の大きさ T を求めよ。

<慣性力なし>

運動方程式 ()

<慣性力あり>

力のつり合い ()

$T =$

3 滑らかな角度 θ の斜面上に質量 m の物体を静かに置き、この斜面をある加速度 a で左向きに加速すると斜面上の物体は斜面に対して静止状態を保った。この時の加速度 a と物体にはたらくている垂直抗力 N を求めよ。

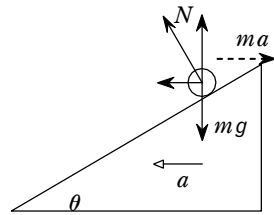
<慣性力なし>

鉛直方向つり合いの式 () 水平方向運動方程式 ()

<慣性力あり>

水平方向つり合いの式 ()

$N =$ $a =$



4 側面の動摩擦係数が μ の直方体Aの側面に質量 m の物体を接触させ加速度 a で右向きに加速したとき、物体Bは下向きに滑り降りた。この時の加速度 b と、Bにはたらくている垂直抗力 N を求めよ。

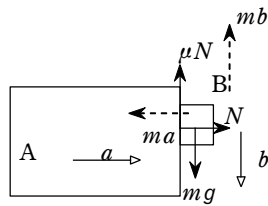
<慣性力なし>

鉛直方向運動方程式 () 水平方向運動方程式 ()

<慣性力あり>

鉛直方向つり合いの式 () 水平方向つり合いの式 ()

$N =$ $b =$



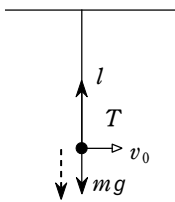
2 水平円運動 一次元

1 天井に吊した長さ l のひもに質量 m のおもりを取り付けて振り子を作った。この振り子に初速度 v_0 を水平に加えたときのひもの張力 T を求めよ。

質量	向心力	回転半径	回転速度	遠心力

力のつり合い ()

$T =$

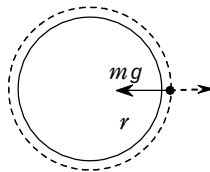


2 地球表面すれすれに飛ぶ、質量 m の人工衛星の速さ v

質量	向心力	回転半径	回転速度	遠心力

力のつり合い ()

$v =$



解説

1 質量 m の物体にひもを取り付けて張力 T で引き上げたときの加速度 a を求めよ。

<慣性力なし>

運動方程式 ($T - mg = ma$)

<慣性力あり>

力のつり合い ($T = mg + ma$)

$$a = \frac{T - mg}{m}$$

2 動摩擦係数 μ の水平面上に置かれた質量 m の物体に加速度 a を生じさせる力の大きさ T を求めよ。

<慣性力なし>

運動方程式 ($T - \mu mg = ma$)

<慣性力あり>

力のつり合い ($T = ma + \mu mg$)

$$T = ma + \mu mg$$

3 滑らかな角度 θ の斜面上に質量 m の物体を静かに置き、この斜面をある加速度 a で左向きに加速すると斜面上の物体は斜面に対して静止状態を保った。この時の加速度 a と物体にはたらくている垂直抗力 N を求めよ。

<慣性力なし>

鉛直方向つり合いの式 ($N \cos \theta = mg$) 水平方向運動方程式 ($N \sin \theta = ma$)

<慣性力あり>

水平方向つり合いの式 ($N \sin \theta = ma$)

$$N = \frac{mg}{\cos \theta} \quad a = g \tan \theta$$

4 側面の動摩擦係数が μ の直方体Aの側面に質量 m の物体を接触させ加速度 a で右向きに加速したとき、物体Bは下向きに滑り降りた。この時の加速度 b と、Bにはたらくている垂直抗力 N を求めよ。

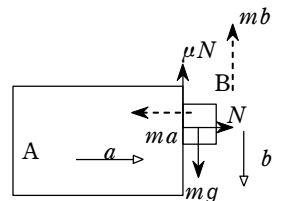
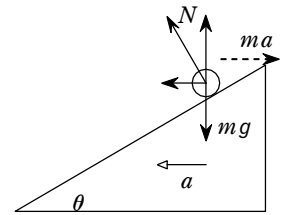
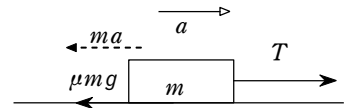
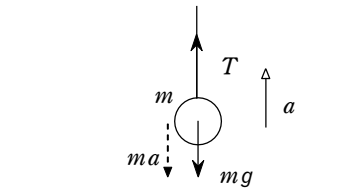
<慣性力なし>

鉛直方向運動方程式 ($N = ma$) 水平方向運動方程式 ($mg - \mu N = mb$)

<慣性力あり>

鉛直方向つり合いの式 ($N = ma$) 水平方向つり合いの式 ($mg = \mu N + mb$)

$$N = ma \quad b = g - \mu a$$



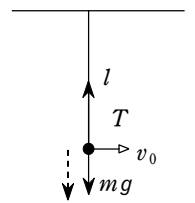
解説

1 天井に吊した長さ l のひもに質量 m のおもりを取り付けて振り子を作った。この振り子に初速度 v_0 を水平に加えたときのひもの張力 T を求めよ。

質量	向心力	回転半径	回転速度	遠心力
m	$T - mg$	l	v_0	$m \frac{v_0^2}{l}$

力のつり合い ($T - mg = m \frac{v_0^2}{l}$)

$$T = mg + m \frac{v_0^2}{l}$$

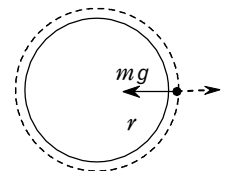


2 地球表面すれすれに飛ぶ、質量 m の人工衛星の速さ v

質量	向心力	回転半径	回転速度	遠心力
m	mg	r	v	$m \frac{v^2}{r}$

力のつり合い ($mg = m \frac{v^2}{r}$)

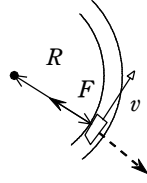
$$v = \sqrt{gr}$$



慣性力 ドリル

3 回転半径 R のカーブを速さ v で回っている質量 m の自動車の摩擦係数 F を求めよ。

質量	向心力	回転半径	回転速度	遠心力



力のつり合い ()

$F =$

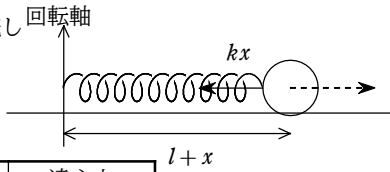
4 静止摩擦係数 μ , 回転半径 R のカーブの路面を滑らずに回ることのできる質量 m の自動車の最大の速さ v を求めよ。 向心力は最大摩擦係数である。

質量	向心力	回転半径	回転速度	遠心力

力のつり合い ()

$v =$ ()

5 質量 m のおもりに自然長 l , ばね定数 k のばねを取り付け, 他端を回転軸に接続しこの水平面上で角速度 ω で回転させた。この時のばねの伸び x を求めよ。

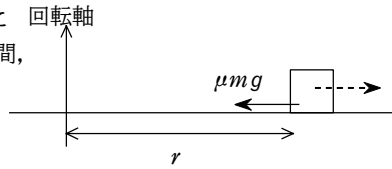


質量	向心力	回転半径	回転角速度	遠心力

力のつり合い ()

$x =$

6 質量 m のおもりを静止摩擦係数 μ の回転円盤の回転軸から r 離れた位置に静かに置き次第に回転速度を上げていくと角速度 ω を超えた瞬間, この物体は外へ向けて滑り始めた。この時の角速度 ω を求めよ。



質量	向心力	回転半径	回転角速度	遠心力

力のつり合い ()

$\omega =$

3 水平円運動 二次元

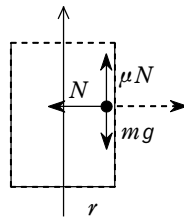
1 半径 r の円筒がある。内面の静止摩擦係数は μ である。内面に質量 m の小物体を接触させ, 角速度 ω で回転させたところ, 小物体は内面に張り付いたままであった。この時の最小の角速度 ω 及び物体にはたらいっている垂直抗力 N を求めよ。

質量	向心力	回転半径	角速度	遠心力

鉛直方向のつり合い ()

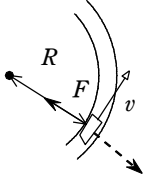
水平方向のつり合い ()

$\omega =$ $N =$



3 回転半径 R のカーブを速さ v で回っている質量 m の自動車の摩擦係数 F を求めよ。

質量	向心力	回転半径	回転速度	遠心力
m	F	R	v	$m \frac{v^2}{R}$



力のつり合い ($F = m \frac{v^2}{R}$)

$F = m \frac{v^2}{R}$

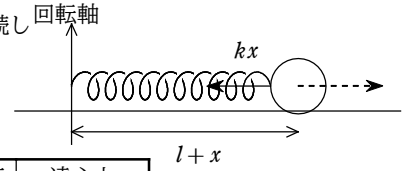
4 静止摩擦係数 μ , 回転半径 R のカーブの路面を滑らずに回ることのできる質量 m の自動車の最大の速さ v を求めよ。 向心力は最大摩擦係数である。

質量	向心力	回転半径	回転速度	遠心力
m	μmg	R	v	$m \frac{v^2}{R}$

力のつり合い ($\mu mg = m \frac{v^2}{R}$)

$v = (\sqrt{\mu g R})$

5 質量 m のおもりに自然長 l , ばね定数 k のばねを取り付け, 他端を回転軸に接続しこの水平面上で角速度 ω で回転させた。この時のばねの伸び x を求めよ。

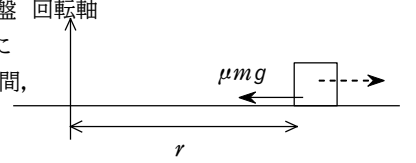


質量	向心力	回転半径	回転角速度	遠心力
m	kx	$l+x$	ω	$m(l+x)\omega^2$

力のつり合い ($kx = m(l+x)\omega^2$)

$x = \frac{ml\omega^2}{k - m\omega^2}$

6 質量 m のおもりを静止摩擦係数 μ の回転円盤の回転軸から r 離れた位置に静かに置き次第に回転速度を上げていくと角速度 ω を超えた瞬間, この物体は外へ向けて滑り始めた。この時の角速度 ω を求めよ。



質量	向心力	回転半径	回転角速度	遠心力
m	μmg	r	ω	$mr\omega^2$

力のつり合い ($\mu mg = mr\omega^2$)

$\omega = \sqrt{\frac{\mu g}{r}}$

解説

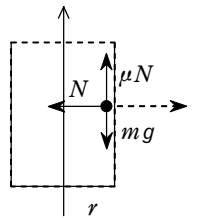
1 半径 r の円筒がある。内面の静止摩擦係数は μ である。内面に質量 m の小物体を接触させ, 角速度 ω で回転させたところ, 小物体は内面に張り付いたままであった。この時の最小の角速度 ω 及び物体にはたらいっている垂直抗力 N を求めよ。

質量	向心力	回転半径	角速度	遠心力
m	N	r	ω	$mr\omega^2$

鉛直方向のつり合い ($\mu N = mg$)

水平方向のつり合い ($N = mr\omega^2$)

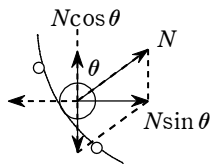
$\omega = \sqrt{\frac{g}{\mu r}}$ $N = \frac{mg}{\mu}$



慣性力 ドリル

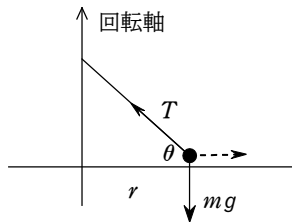
2 質量 m 、速さ v の飛行機が鉛直より角度 θ 傾いて旋回している。この飛行機の旋回半径 R 及び揚力 N を求めよ。

質量	向心力	回転半径	回転速度	遠心力



鉛直方向のつり合い ()
 水平方向のつり合い ()
 $R =$ $N =$

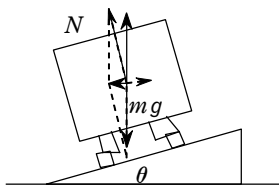
3 回転円盤上の回転軸上ある高さのところからひもを通し質量 m のおもりを取り付け、ひもが張った状態で回転円盤上に静かに置くと、回転軸から r の位置で静止し、ひもの角度は θ であった。回転円盤の角速度を次第に大きくしていくと、角速度が ω になった瞬間このおもりが回転円盤から浮き上がった。この時のひもの張力 T と角速度 ω を求めよ。



質量	向心力	回転半径	角速度	遠心力

鉛直方向のつり合い ()
 水平方向のつり合い ()
 $T =$ $\omega =$

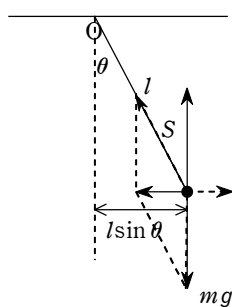
4 列車がカーブを安全に回るために、外側のレールを少し高くして角度 θ のバンク角を作っている。このレールの回転半径を R とすると、質量 m の列車がこのレールを安全に曲がるための速度 v 及び列車のはたらく垂直抗力 N を求めよ。



質量	向心力	回転半径	回転速度	遠心力

鉛直方向のつり合い ()
 水平方向のつり合い ()
 $v =$ $N =$

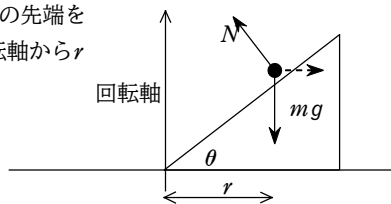
5 天井のO点に長さ l 、重りの質量 m の振り子を取り付け、鉛直との角度を θ に保つようにおもりを水平に回転させた。この時の回転周期 T を求めよ。



質量	向心力	回転半径	角速度	遠心力

鉛直方向のつり合い ()
 水平方向のつり合い ()
 $T =$ $S =$

6 傾角 θ の滑らかな斜面があり、その斜面の先端を回転軸として回転できるようにした。回転軸から r の位置に質量 m の小物体を置き角速度 ω で回転させたところ、小物体は斜面上で静止した。このとき、角速度 ω 及び垂直抗力 N を求めよ。

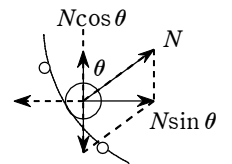


質量	向心力	回転半径	角速度	遠心力

鉛直方向のつり合い ()
 水平方向のつり合い ()
 $\omega =$ $N =$

2 質量 m 、速さ v の飛行機が鉛直より角度 θ 傾いて旋回している。この飛行機の旋回半径 R 及び揚力 N を求めよ。

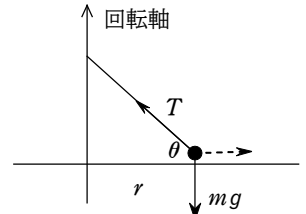
質量	向心力	回転半径	回転速度	遠心力
m	$N \sin \theta$	R	v	$m \frac{v^2}{R}$



鉛直方向のつり合い ($N \cos \theta = mg$)
 水平方向のつり合い ($N \sin \theta = m \frac{v^2}{R}$)

$$R = \frac{v^2}{g \tan \theta} \quad N = \frac{mg}{\cos \theta}$$

3 回転円盤上の回転軸上ある高さのところからひもを通し質量 m のおもりを取り付け、ひもが張った状態で回転円盤上に静かに置くと、回転軸から r の位置で静止し、ひもの角度は θ であった。回転円盤の角速度を次第に大きくしていくと、角速度が ω になった瞬間このおもりが回転円盤から浮き上がった。この時のひもの張力 T と角速度 ω を求めよ。

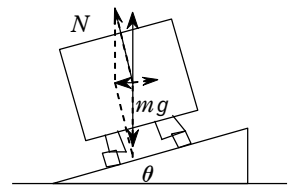


質量	向心力	回転半径	角速度	遠心力
m	$T \cos \theta$	r	ω	$m r \omega^2$

鉛直方向のつり合い ($T \sin \theta = mg$)
 水平方向のつり合い ($T \cos \theta = m r \omega^2$)

$$T = \frac{mg}{\sin \theta} \quad \omega = \sqrt{\frac{g \cos \theta}{r \sin \theta}}$$

4 列車がカーブを安全に回るために、外側のレールを少し高くして角度 θ のバンク角を作っている。このレールの回転半径を R とすると、質量 m の列車がこのレールを安全に曲がるための速度 v 及び列車のはたらく垂直抗力 N を求めよ。

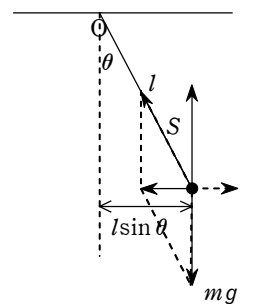


質量	向心力	回転半径	回転速度	遠心力
m	$N \sin \theta$	R	v	$m \frac{v^2}{R}$

鉛直方向のつり合い ($N \cos \theta = mg$)
 水平方向のつり合い ($mg \tan \theta = m \frac{v^2}{R}$) $N \sin \theta = m \frac{v^2}{R}$ でも良い

$$v = \sqrt{g R \tan \theta} \quad N = \frac{mg}{\cos \theta}$$

5 天井のO点に長さ l 、重りの質量 m の振り子を取り付け、鉛直との角度を θ に保つようにおもりを水平に回転させた。この時の回転周期 T を求めよ。

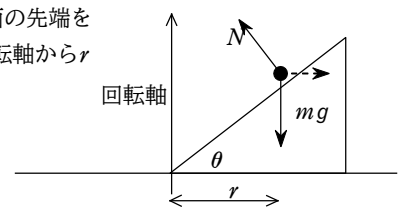


質量	向心力	回転半径	角速度	遠心力
m	$S \sin \theta$	$l \sin \theta$	$\frac{2\pi}{T}$	$m l \sin \theta \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2$

鉛直方向のつり合い ($S \cos \theta = mg$)
 水平方向のつり合い ($S \sin \theta = m l \sin \theta \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2$)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l \cos \theta}{g}} \quad S = \frac{mg}{\cos \theta}$$

6 傾角 θ の滑らかな斜面があり、その斜面の先端を回転軸として回転できるようにした。回転軸から r の位置に質量 m の小物体を置き角速度 ω で回転させたところ、小物体は斜面上で静止した。このとき、角速度 ω 及び垂直抗力 N を求めよ。



質量	向心力	回転半径	角速度	遠心力
m	$N \sin \theta$	r	ω	$m r \omega^2$

鉛直方向のつり合い ($N \cos \theta = mg$)
 水平方向のつり合い ($N \sin \theta = m r \omega^2$)

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{r} \tan \theta} \quad N = \frac{mg}{\cos \theta}$$

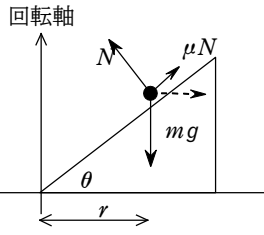
慣性力 ドリル

7 6の問題で斜面上に静止摩擦係数 μ の

摩擦があった場合、小物体が滑り落ちない最小の角速度及び垂直抗力 N を求めよ。

質量	向心力	回転半径	角速度	遠心力

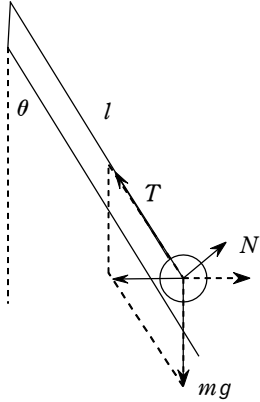
鉛直方向のつり合い ()
 水平方向のつり合い ()
 $\omega =$ $N =$



8 頂角 θ の滑らかな円錐上に長さ l のひもを通して質量 m のおもりを取り付けた。この円錐を角速度 ω で回転させた時のひもの張力 T 及びおもりにはたらく垂直抗力 N を求めよ。

質量	向心力	回転半径	角速度	遠心力

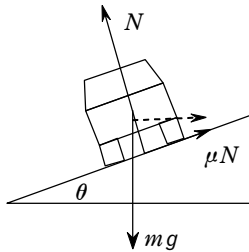
鉛直方向のつり合い ()
 水平方向のつり合い ()
 $T =$
 $N =$



9 静止摩擦係数 μ 、バンク角 θ 、回転半径 R の道路がある自動車がある速度 v を超えると、カーブを曲がりきれずに、外側に飛び出してしまう。その時の限界速度 v を求めよ。

質量	向心力	回転半径	回転速度	遠心力

鉛直方向のつり合い ()
 水平方向のつり合い ()
 $N =$ $v =$



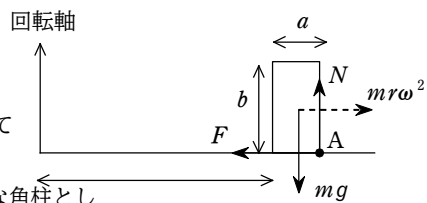
4 モーメントが関係する慣性力

1 粗い面を持つ回転円盤の回転軸から r 離れた位置に幅 a 、高さ b の角柱を静かに置き、回転円盤を回転させた。回転速度を角速度を次第にあげていくと、角速度が ω を超えた瞬間、この角柱はA点を中心として回転し外側に倒れた。この時の角速度 ω 及び垂直抗力 N 、摩擦力 F を求めよ。一様な角柱とし重心はその中央にある。この円運動の回転半径は r と考えてよい。

質量	向心力	回転半径	角速度	遠心力

鉛直方向のつり合いの式 ()
 水平方向のつり合いの式 ()
 A点を回転中心とするモーメントのつり合いの式 ()

$N =$ $F =$ $\omega =$

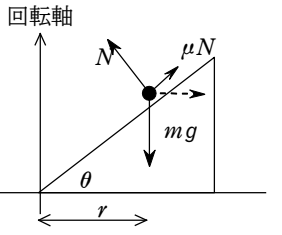


7 6の問題で斜面上に静止摩擦係数 μ の

摩擦があった場合、小物体が滑り落ちない最小の角速度及び垂直抗力 N を求めよ。

質量	向心力	回転半径	角速度	遠心力
m	$N\sin\theta - \mu N\cos\theta$	r	ω	$mr\omega^2$

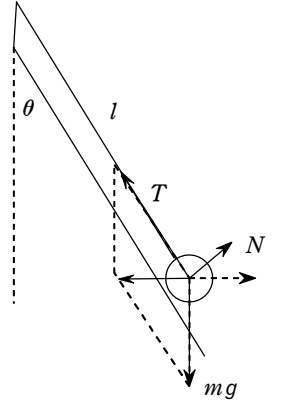
鉛直方向のつり合い ($N\cos\theta + \mu N\sin\theta = mg$)
 水平方向のつり合い ($N\sin\theta - \mu N\cos\theta = mr\omega^2$)
 $\omega = \sqrt{\frac{g}{r} \frac{\sin\theta - \mu\cos\theta}{\cos\theta + \mu\sin\theta}}$ $N = \frac{mg}{\cos\theta + \mu\sin\theta}$



8 頂角 θ の滑らかな円錐上に長さ l のひもを通して質量 m のおもりを取り付けた。この円錐を角速度 ω で回転させた時のひもの張力 T 及びおもりにはたらく垂直抗力 N を求めよ。

質量	向心力	回転半径	角速度	遠心力
m	$T\sin\theta - N\cos\theta$	$l\sin\theta$	ω	$ml\sin\theta\omega^2$

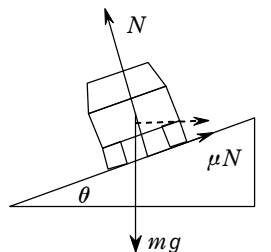
鉛直方向のつり合い ($T\cos\theta + N\sin\theta = mg$)
 水平方向のつり合い ($T\sin\theta - N\cos\theta = ml\sin\theta\omega^2$)
 $T = mg\cos\theta + ml\omega^2\sin^2\theta$
 $N = mg\sin\theta - ml\omega^2\sin\theta\cos\theta$



9 静止摩擦係数 μ 、バンク角 θ 、回転半径 R の道路がある自動車がある速度 v を超えると、カーブを曲がりきれずに、外側に飛び出してしまう。その時の限界速度 v を求めよ。

質量	向心力	回転半径	回転速度	遠心力
m	$N\sin\theta - \mu N\cos\theta$	R	v	$m\frac{v^2}{R}$

鉛直方向のつり合い ($N\cos\theta + \mu N\sin\theta = mg$)
 水平方向のつり合い ($N\sin\theta - \mu N\cos\theta = m\frac{v^2}{R}$)
 $N = \frac{mg}{\cos\theta + \mu\sin\theta}$ $v = \sqrt{gR \frac{\sin\theta - \mu\cos\theta}{\cos\theta + \mu\sin\theta}}$



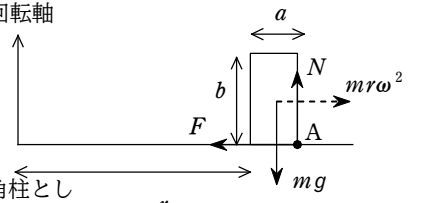
解説

1 粗い面を持つ回転円盤の回転軸から r 離れた位置に幅 a 、高さ b の角柱を静かに置き、回転円盤を回転させた。回転速度を角速度を次第にあげていくと、角速度が ω を超えた瞬間、この角柱はA点を中心として回転し外側に倒れた。この時の角速度 ω 及び垂直抗力 N 、摩擦力 F を求めよ。一様な角柱とし重心はその中央にある。この円運動の回転半径は r と考えてよい。

質量	向心力	回転半径	角速度	遠心力
m	F	r	ω	$mr\omega^2$

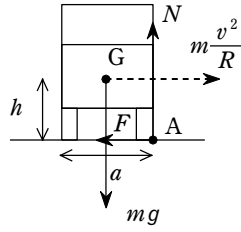
鉛直方向のつり合いの式 ($N = mg$)
 水平方向のつり合いの式 ($F = mr\omega^2$)
 A点を回転中心とするモーメントのつり合いの式 ($mr\omega^2 \times \frac{b}{2} = mg \times \frac{a}{2}$)

$N = mg$ $F = \frac{mga}{b}$ $\omega = \sqrt{\frac{ga}{br}}$



慣性力 ドリル

2 車幅 a 、重心の高さが h 、質量 m の大型トラックが
 回転半径 R のカーブを走っている。このトラックの速さがある速さ v を超えるとA点を中心として回転し、トラックの横転事故が発生する。横転事故が起こる直前の速さ v 、その時の垂直抗力 N 、路面からの摩擦力 F を求めよ。



質量	向心力	回転半径	回転速度	遠心力

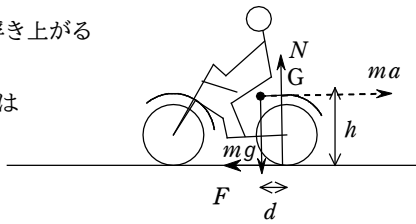
鉛直方向のつり合いの式 ()

水平方向のつり合いの式 ()

A点を回転中心とするモーメントのつり合いの式 ()

$N =$ $F =$ $\omega =$

3 人と合わせた質量が m のオートバイがある加速度で急加速したところ、前輪が浮き上がる現象（ウイリー）が起こった。このオートバイの重心の高さを h で重心の位置は後輪の設置点より d だけ前にあるとしてウイリーが起こる加速度の最小値 a 及びその時の摩擦力 F 、垂直抗力 N を求めよ。



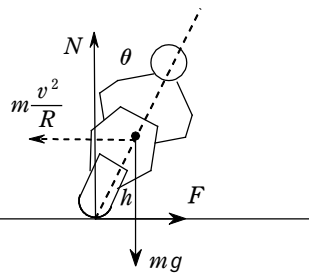
水平方向のつり合い ()

鉛直方向のつり合い ()

後輪の設置点を回転中心とするモーメントのつり合い。 ()

$F =$ $N =$ $a =$

4 人と合わせた質量が m のオートバイが回転半径 R のカーブを曲がっている。オートバイはカーブを曲がるときに車体を傾けなければならない。このカーブを角度 θ 傾けて回っているオートバイの走っている速さ v 、摩擦力 F 、垂直抗力 N を求めよ。車輪の接点から重心までの距離を h とする。



質量	向心力	回転半径	回転速度	遠心力

水平方向のつり合い ()

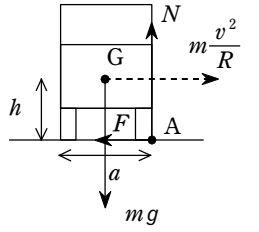
鉛直方向のつり合い ()

車輪と路面との接点を回転中心とするモーメントのつり合い

()

$F =$ $N =$ $v =$

2 車幅 a 、重心の高さが h 、質量 m の大型トラックが
 回転半径 R のカーブを走っている。このトラックの速さがある速さ v を超えるとA点を中心として回転し、トラックの横転事故が発生する。横転事故が起こる直前の速さ v 、その時の垂直抗力 N 、路面からの摩擦力 F を求めよ。



質量	向心力	回転半径	回転速度	遠心力
m	F	R	v	$m \frac{v^2}{R}$

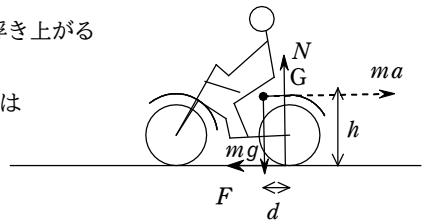
鉛直方向のつり合いの式 ($N = mg$)

水平方向のつり合いの式 ($F = m \frac{v^2}{R}$)

A点を回転中心とするモーメントのつり合いの式 ($m \frac{v^2}{R} \times h = mg \times \frac{a}{2}$)

$N = mg$ $F = \frac{mga}{2h}$ $\omega = \sqrt{\frac{gaR}{2h}}$

3 人と合わせた質量が m のオートバイがある加速度で急加速したところ、前輪が浮き上がる現象（ウイリー）が起こった。このオートバイの重心の高さを h で重心の位置は後輪の設置点より d だけ前にあるとしてウイリーが起こる加速度の最小値 a 及びその時の摩擦力 F 、垂直抗力 N を求めよ。



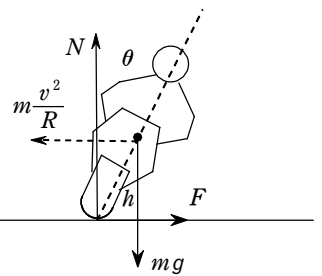
水平方向のつり合い ($F = ma$)

鉛直方向のつり合い ($N = mg$)

後輪の設置点を回転中心とするモーメントのつり合い。 ($mah = mgd$)

$F = \frac{mgd}{h}$ $N = mg$ $a = \frac{gd}{h}$

4 人と合わせた質量が m のオートバイが回転半径 R のカーブを曲がっている。オートバイはカーブを曲がるときに車体を傾けなければならない。このカーブを角度 θ 傾けて回っているオートバイの走っている速さ v 、摩擦力 F 、垂直抗力 N を求めよ。車輪の接点から重心までの距離を h とする。



質量	向心力	回転半径	回転速度	遠心力
m	F	R	v	$m \frac{v^2}{R}$

水平方向のつり合い ($F = m \frac{v^2}{R}$)

鉛直方向のつり合い ($N = mg$)

車輪と路面との接点を回転中心とするモーメントのつり合い

($m \frac{v^2}{R} \times h \cos \theta = mg \times h \sin \theta$)

$F = mg \tan \theta$ $N = mg$ $v = \sqrt{Rg \tan \theta}$