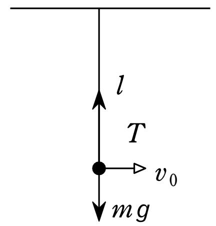
1 水平円運動　一次元

1　天井に吊した長さlのひもに質量mのおもりを取り付けて振り子を作った。この振り子に初速度v_0を水平に加えたときのひもの張力Tを求めよ。

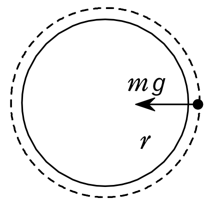


質量	向心力	回転半径	回転速度	向心加速度

運動方程式　（　　　　　　　）

$T=$

2　地球表面すれすれに飛ぶ，　質量mの人工衛星の速さv

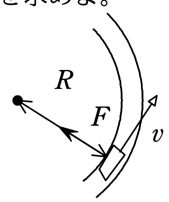


質量	向心力	回転半径	回転速度	向心加速度

運動方程式　（　　　　　　　）

$v=$

3　回転半径Rのカーブを速さvで回っている質量mの自動車の摩擦力Fを求めよ。



質量	向心力	回転半径	回転速度	向心加速度

運動方程式（　　　　　　　）

$F=$

4　静止摩擦係数μ，回転半径Rのカーブの路面を滑らずに回ることのできる質量mの自動車の最大の速さvを求めよ。　向心力は最大摩擦力である。

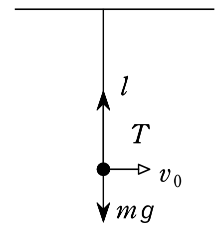
質量	向心力	回転半径	回転速度	向心加速度

運動方程式（　　　　　　　）

$v=$（　　　　　　　）

解説

1　天井に吊した長さlのひもに質量mのおもりを取り付けて振り子を作った。この振り子に初速度v_0を水平に加えたときのひもの張力Tを求めよ。

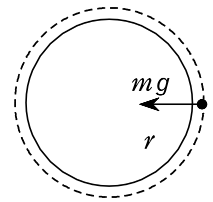


質量	向心力	回転半径	回転速度	向心加速度
m	$T-mg$	l	v_0	$\frac{{v_0}^2}{l}$

運動方程式　（　$T-mg=m\frac{{v_0}^2}{l}$　）

$T=mg+m\frac{{v_0}^2}{l}$

2　地球表面すれすれに飛ぶ，　質量mの人工衛星の速さv

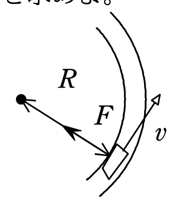


質量	向心力	回転半径	回転速度	向心加速度
m	mg	r	v	$\frac{v^2}{r}$

運動方程式　（　$mg=m\frac{v^2}{r}$　）

$v=\sqrt{gr}$

3　回転半径Rのカーブを速さvで回っている質量mの自動車の摩擦力Fを求めよ。



質量	向心力	回転半径	回転速度	向心加速度
m	F	R	v	$\frac{v^2}{R}$

運動方程式（　$F=m\frac{v^2}{R}$　）

$F=m\frac{v^2}{R}$

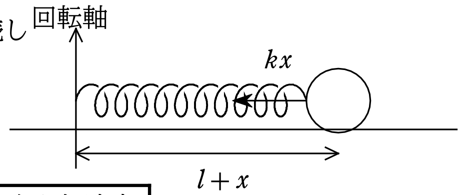
4　静止摩擦係数μ，回転半径Rのカーブの路面を滑らずに回ることのできる質量mの自動車の最大の速さvを求めよ。　向心力は最大摩擦力である。

質量	向心力	回転半径	回転速度	向心加速度
m	μmg	R	v	$\frac{v^2}{R}$

運動方程式（　$\mu mg=m\frac{v^2}{R}$　）

$v=$（　$\sqrt{\mu gR}$　）

5　質量mのおもりに自然長l，ばね定数kのばねを取り付け，他端を回転軸に接続しこの水平面上で角速度ωで回転させた。
この時のばねの伸びxを求めよ。

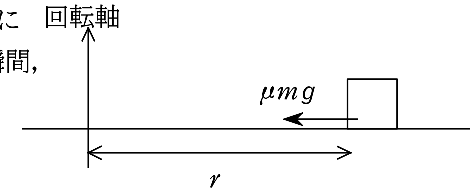


質量	向心力	回転半径	回転速度	向心加速度

運動方程式（　　　　　　　　　　）

$x=$

6　質量mのおもりを静止摩擦係数μの回転円盤の回転軸からr離れた位置に静かに置き次第に回転速度を上げていくと角速度ωを超えた瞬間，この物体は外へ向けて滑り始めた。
この時の角速度ωを求めよ。

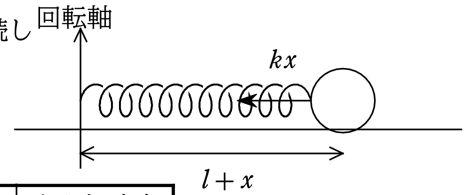


質量	向心力	回転半径	回転角速度	向心加速度

運動方程式（　　　　　　　　　　）

$\omega=$

5　質量mのおもりに自然長l，ばね定数kのばねを取り付け，他端を回転軸に接続しこの水平面上で角速度ωで回転させた。
この時のばねの伸びxを求めよ。

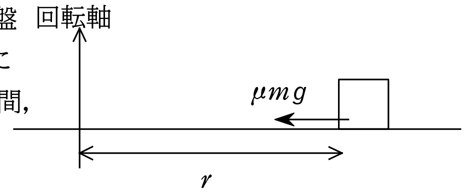


質量	向心力	回転半径	回転角速度	向心加速度
m	kx	$l+x$	ω	$(l+x)\omega^2$

運動方程式（　$kx=m(l+x)\omega^2$　）

$$x=\frac{ml\omega^2}{k-m\omega^2}$$

6　質量mのおもりを静止摩擦係数μの回転円盤の回転軸からr離れた位置に静かに置き次第に回転速度を上げていくと角速度ωを超えた瞬間，この物体は外へ向けて滑り始めた。
この時の角速度ωを求めよ。



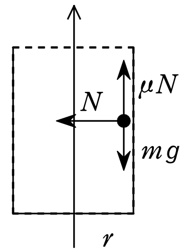
質量	向心力	回転半径	回転角速度	向心加速度
m	μmg	r	ω	$r\omega^2$

運動方程式（　$\mu mg=mr\omega^2$　）

$$\omega=\sqrt{\frac{\mu g}{r}}$$

2 水平円運動　二次元

1　半径rの円筒がある。内面の静止摩擦係数はμである。内面に質量mの小物体を接触させ，角速度ωで回転させたところ，小物体は内面に張り付いたままであった。
この時の最小の角速度ω及び物体にはたらいている垂直抗力Nを求めよ。

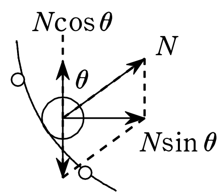


質量	向心力	回転半径	角速度	向心加速度

鉛直方向のつり合い　（　　　　　　）
運動方程式　（　　　　　　）
$\omega=$　　　　　　$N=$

2　質量m，速さvの飛行機が鉛直より角度θ傾いて旋回している。この飛行機の旋回半径R及び揚力Nを求めよ。

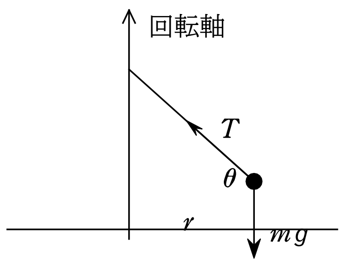
質量	向心力	回転半径	回転速度	向心加速度



鉛直方向のつり合い（　　　　　　）

運動方程式（　　　　　　）
$R=$　　　　$N=$

3　回転円盤上の回転軸上ある高さのところからひもを通し質量mのおもりを取り付け，ひもが張った状態で回転円盤上に静かに置くと，回転軸からrの位置で静止し，ひもの角度はθであった。回転円盤の角速度を次第に大きくしていくと，角速度がωになった瞬間このおもりが回転円盤から浮き上がった。この時のひもの張力Tと角速度ωを求めよ。

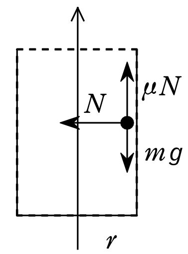


質量	向心力	回転半径	角速度	向心加速度

鉛直方向のつり合い　（　　　　　　）
運動方程式　（　　　　　　）
$T=$　　　　　　$\omega=$

解説

1　半径rの円筒がある。内面の静止摩擦係数はμである。
内面に質量mの小物体を接触させ，角速度ωで回転させたところ，小物体は内面に張り付いたままであった。
この時の最小の角速度ω及び物体にはたらいている垂直抗力Nを求めよ。



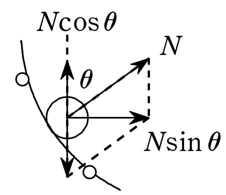
質量	向心力	回転半径	角速度	向心加速度
m	N	r	ω	$r\omega^2$

鉛直方向のつり合い　（　$\mu N=mg$　）
運動方程式　（　$N=mr\omega^2$　）

$\omega=\sqrt{\dfrac{g}{\mu r}}$　　　　$N=\dfrac{mg}{\mu}$

2　質量m，速さvの飛行機が鉛直より角度θ傾いて旋回している。この飛行機の旋回半径R及び揚力Nを求めよ。

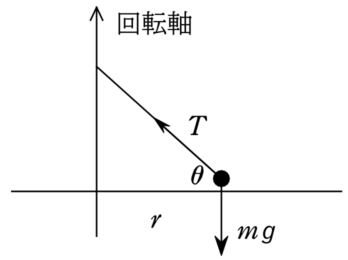
質量	向心力	回転半径	回転速度	向心加速度
m	$N\sin\theta$	R	v	$\dfrac{v^2}{R}$



鉛直方向のつり合い（　$N\cos\theta=mg$　）

運動方程式（　$N\sin\theta=m\dfrac{v^2}{R}$　）

$R=\dfrac{v^2}{g\tan\theta}$　　$N=\dfrac{mg}{\cos\theta}$



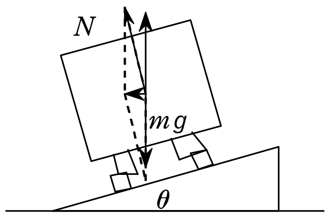
3　回転円盤上の回転軸上ある高さのところからひもを通し質量mのおもりを取り付け，ひもが張った状態で回転円盤上に静かに置くと，回転軸からrの位置で静止し，ひもの角度はθであった。回転円盤の角速度を次第に大きくしていくと，角速度がωになった瞬間このおもりが回転円盤から浮き上がった。この時のひもの張力Tと角速度ωを求めよ。

質量	向心力	回転半径	角速度	向心加速度
m	$T\cos\theta$	r	ω	$r\omega^2$

鉛直方向のつり合い　（　$T\sin\theta=mg$　）
運動方程式　（　$T\cos\theta=mr\omega^2$　）

$T=\dfrac{mg}{\sin\theta}$　　　　$\omega=\sqrt{\dfrac{g}{r}\dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}}$

4　列車がカーブを安全に回るために，外側のレールを少し高くして角度θのバンク角を作っている。このレールの回転半径をRとするとき，質量mの列車がこのレールを安全に曲がるための速度v及び列車のはたらく垂直抗力Nを求めよ。



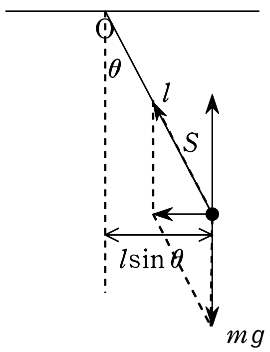
質量	向心力	回転半径	回転速度	向心加速度

鉛直方向のつり合い（　　　　　　　　）

運動方程式（　　　　　　　　）

$v=$　　　　　　　　$N=$

5　天井のO点に長さl，重りの質量mの振り子を取り付け，鉛直との角度をθに保つようにおもりを水平に回転させた。この時の回転周期Tを求めよ。



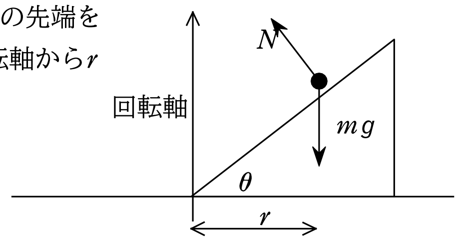
質量	向心力	回転半径	回転速度	向心加速度

鉛直方向のつり合い（　　　　　　　　）

運動方程式（　　　　　　　　）

$T=$　　　　　　　　$S=$

6　傾角θの滑らかな斜面があり，その斜面の先端を回転軸として回転できるようにした。回転軸からrの位置に質量mの小物体を置き角速度ωで回転させたところ，小物体は斜面上で静止した。このとき，角速度ω及び垂直抗力Nを求めよ。



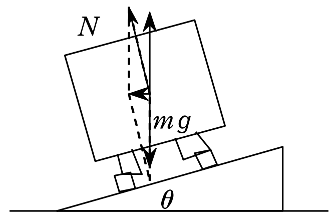
質量	向心力	回転半径	角速度	向心加速度

鉛直方向のつり合い（　　　　　　　　）

運動方程式（　　　　　　　　）

$\omega=$　　　　　　　　$N=$

4　列車がカーブを安全に回るために，外側のレールを少し高くして角度θのバンク角を作っている。このレールの回転半径をRとするとき，質量mの列車がこのレールを安全に曲がるための速度v及び列車のはたらく垂直抗力Nを求めよ。



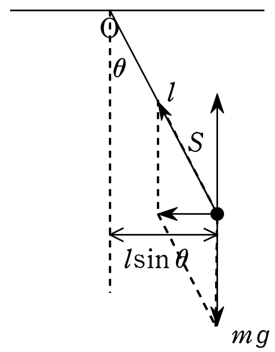
質量	向心力	回転半径	回転速度	向心加速度
m	$N\sin\theta$	R	v	$\dfrac{v^2}{R}$

鉛直方向のつり合い（　$N\cos\theta=mg$　）

運動方程式（　$N\sin\theta=m\dfrac{v^2}{R}$　）

$v=\sqrt{gR\tan\theta}$　　$N=\dfrac{mg}{\cos\theta}$

5　天井のO点に長さl，重りの質量mの振り子を取り付け，鉛直との角度をθに保つようにおもりを水平に回転させた。この時の回転周期Tを求めよ。



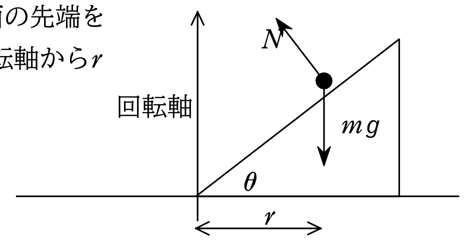
質量	向心力	回転半径	角速度	向心加速度
m	$S\sin\theta$	$l\sin\theta$	$\dfrac{2\pi}{T}$	$l\sin\theta\left(\dfrac{2\pi}{T}\right)^2$

鉛直方向のつり合い（　$S\cos\theta=mg$　）

運動方程式（　$S\sin\theta=ml\sin\theta\left(\dfrac{2\pi}{T}\right)^2$　）

$T=2\pi\sqrt{\dfrac{l\cos\theta}{g}}$　　$S=\dfrac{mg}{\cos\theta}$

6　傾角θの滑らかな斜面があり，その斜面の先端を回転軸として回転できるようにした。回転軸からrの位置に質量mの小物体を置き角速度ωで回転させたところ，小物体は斜面上で静止した。このとき，角速度ω及び垂直抗力Nを求めよ。



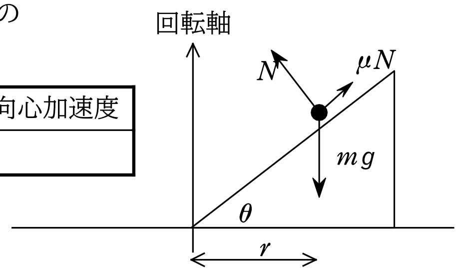
質量	向心力	回転半径	角速度	向心加速度
m	$N\sin\theta$	r	ω	$r\omega^2$

鉛直方向のつり合い（　$N\cos\theta=mg$　）

運動方程式（　$N\sin\theta=mr\omega^2$　）

$\omega=\sqrt{\dfrac{g}{r}\tan\theta}$　　$N=\dfrac{mg}{\cos\theta}$

7　6の問題で斜面に静止摩擦係数μの摩擦があった場合，小物体が滑り落ちない最小の角速度及び垂直抗力Nを求めよ。



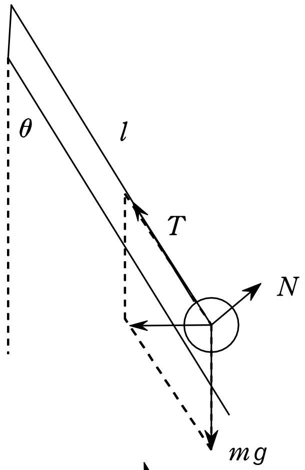
質量	向心力	回転半径	角速度	向心加速度

鉛直方向のつり合い（　　　　　　　　　　　　）

運動方程式（　　　　　　　　　　　　）

$\omega=$　　　　　　　　　　　　$N=$

8　頂角θの滑らかな円錐上に長さlのひもを通して質量mのおもりを取り付けた。この円錐を角速度ωで回転させた時のひもの張力T及びおもりにはたらいている垂直抗力Nを求めよ。



質量	向心力	回転半径	角速度	向心加速度

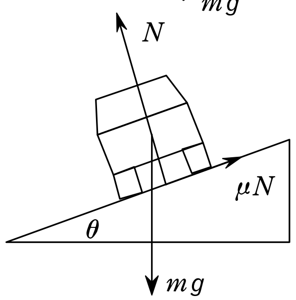
鉛直方向のつり合い（　　　　　　　　　　　　）

運動方程式（　　　　　　　　　　　　）

$T=$

$N=$

9　静止摩擦係数μ，バンク角θ，回転半径Rの道路をある自動車が走行中である。この自動車がある速度vを超えると，カーブを曲がりきれずに，外側に飛び出してしまう。その時の限界速度vを求めよ。



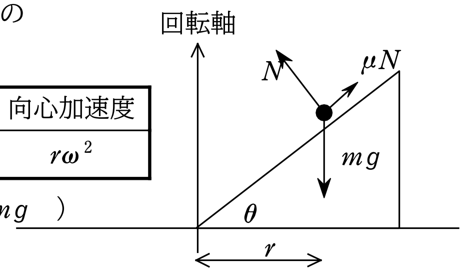
質量	向心力	回転半径	回転速度	向心加速度

鉛直方向のつり合い　（　　　　　　　　　　　　）

運動方程式　（　　　　　　　　　　　　）

$N=$　　　　　　　　　　　　$v=$

7　6の問題で斜面に静止摩擦係数μの摩擦があった場合，小物体が滑り落ちない最小の角速度及び垂直抗力Nを求めよ。



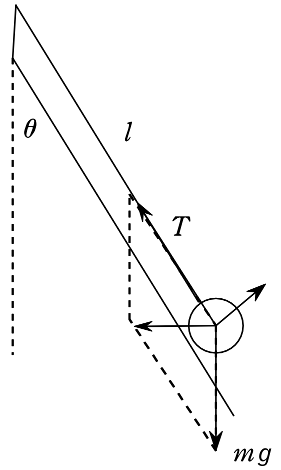
質量	向心力	回転半径	角速度	向心加速度
m	$N\sin\theta-\mu N\cos\theta$	r	ω	$r\omega^2$

鉛直方向のつり合い（　$N\cos\theta+\mu N\sin\theta=mg$　）

運動方程式（　$N\sin\theta-\mu N\cos\theta=mr\omega^2$　）

$\omega=\sqrt{\dfrac{g}{r}\dfrac{\sin\theta-\mu\cos\theta}{\cos\theta+\mu\sin\theta}}$　　　　$N=\dfrac{mg}{\cos\theta+\mu\sin\theta}$

8　頂角θの滑らかな円錐上に長さlのひもを通して質量mのおもりを取り付けた。この円錐を角速度ωで回転させた時のひもの張力T及びおもりにはたらいている垂直抗力Nを求めよ。



質量	向心力	回転半径	角速度	向心加速度
m	$T\sin\theta-N\cos\theta$	$l\sin\theta$	ω	$l\sin\theta\,\omega^2$

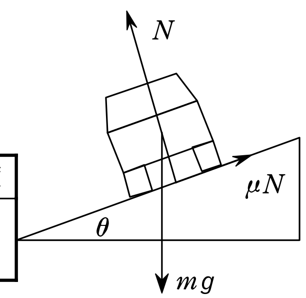
鉛直方向のつり合い（　$T\cos\theta+N\sin\theta=mg$　）

運動方程式（　$T\sin\theta-N\cos\theta=ml\sin\theta\,\omega^2$　）

$T=mg\cos\theta+ml\omega^2\sin^2\theta$

$N=mg\sin\theta-ml\omega^2\sin\theta\cos\theta$

9　静止摩擦係数μ，バンク角θ，回転半径Rの道路をある自動車が走行中である。この自動車がある速度vを超えると，カーブを曲がりきれずに，外側に飛び出してしまう。その時の限界速度vを求めよ。



質量	向心力	回転半径	回転速度	向心加速度
m	$N\sin\theta-\mu N\cos\theta$	R	v	$\dfrac{v^2}{R}$

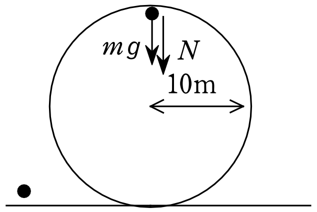
鉛直方向のつり合い　（　$N\cos\theta+\mu N\sin\theta=mg$　）

運動方程式　（　$N\sin\theta-\mu N\cos\theta=m\dfrac{v^2}{R}$　）

$N=\dfrac{mg}{\cos\theta+\mu\sin\theta}$　　　　$v=\sqrt{gR\dfrac{\sin\theta-\mu\cos\theta}{\cos\theta+\mu\sin\theta}}$

3 鉛直円運動

1　高さ$2r$（半径r）のループコースターがある。v_0の速度でこのーループに入り込んだ質量mのコースターの最上端での速度vおよび垂直抗力の大きさNを求めよ。



質量	向心力	回転半径	回転速度	向心加速度

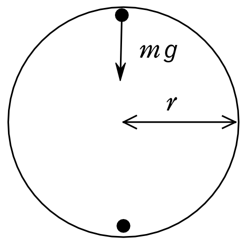
	運動エネルギー	重力による位置エネルギー
最上端		
最下端		

運動方程式　（　　　　　　　　　　　）

エネルギー保存則　（　　　　　　　　　　　）

$N=$　　　　　　　　　　　　$v=$

2　内面が滑らかな半径rの球内最下点にある質量mの小物体に初速度v_0を与えると最上端を通過した。最上端を通過するための最低初速度v_0及び，最高点での速度vを求めよ。



最上端でのデータ

質量	向心力	回転半径	回転速度	向心加速度

エネルギー保存則

	運動エネルギー	重力による位置エネルギー
最上端		
最下端		

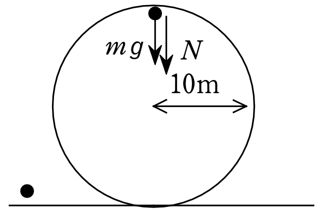
運動方程式　（　　　　　　　　　）

エネルギー保存則　（　　　　　　　　　　　　　　　）

$v=$　　　　　　　　　　　　$v_0=$

解説

1　高さ$2r$（半径r）のループコースターがある。v_0の速度でこのーループに入り込んだ質量mのコースターの最上端での速度vおよび垂直抗力の大きさNを求めよ。



質量	向心力	回転半径	回転速度	向心加速度
m	$N+mg$	r	v	$\dfrac{v^2}{r}$

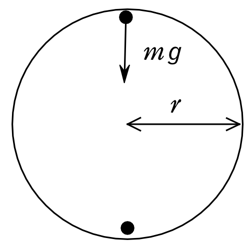
	運動エネルギー	重力による位置エネルギー
最上端	$\dfrac{1}{2}mv^2$	$2mgr$
最下端	$\dfrac{1}{2}mv_0^2$	0

運動方程式　（ $N+mg=m\dfrac{v^2}{r}$ ）

エネルギー保存則　（ $\dfrac{1}{2}mv_0^2=\dfrac{1}{2}mv^2+2mgr$ ）

$N=\dfrac{mv_0^2}{r}-5mg$　　　　　　$v=\sqrt{v_0^2-4gr}$

2　内面が滑らかな半径rの球内最下点にある質量mの小物体に初速度v_0を与えると最上端を通過した。最上端を通過するための最低初速度v_0及び，最高点での速度vを求めよ。



最上端でのデータ

質量	向心力	回転半径	回転速度	向心加速度
m	mg	r	v	$\dfrac{v^2}{r}$

エネルギー保存則

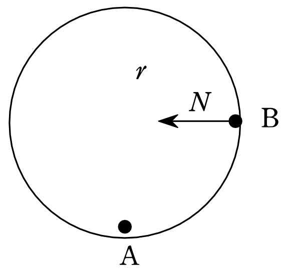
	運動エネルギー	重力による位置エネルギー
最上端	$\dfrac{1}{2}mv^2$	$2mgr$
最下端	$\dfrac{1}{2}mv_0^2$	0

運動方程式　（ $mg=m\dfrac{v^2}{r}$ ）

エネルギー保存則　（ $\dfrac{1}{2}mv_0^2=\dfrac{1}{2}mv^2+2mgr$ ）

$v=\sqrt{gr}$　　　　　　$v_0=\sqrt{5gr}$

３　内面が滑らかな半径rの球内最下点Aにある質量mの小物体に初速度v_0を与えると最右端Bを通過した。
最右端Bを通過したときの速度v及び，Bでの垂直抗力Nを求めよ。



B点でのデータ

質量	向心力	回転半径	回転速度	向心加速度

エネルギー保存則

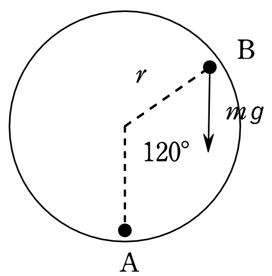
	運動エネルギー	重力による位置エネルギー
B		
A		

運動方程式　（　　　　　　　　　）

エネルギー保存則　（　　　　　　　　　）

$v=$　　　　　　　　　　　　$N=$

４　内面が滑らかな半径rの球内最下点Aにある質量mの小物体に初速度v_0を与えると120°の位置Bで球の内面から離れて落下した。
Bを通過したときの速度v及び，初速度v_0を求めよ。



B点でのデータ

質量	向心力	回転半径	回転速度	向心加速度

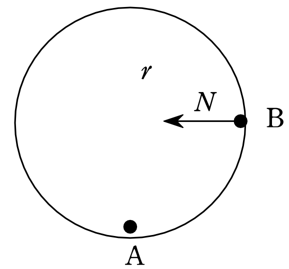
	運動エネルギー	重力による位置エネルギー
B		
A		

運動方程式　（　　　　　　　　　）

エネルギー保存則　（　　　　　　　　　　　　　　）

$v=$　　　　　　　　　　　　$v_0=$

３　内面が滑らかな半径rの球内最下点Aにある質量mの小物体に初速度v_0を与えると最右端Bを通過した。
最右端Bを通過したときの速度v及び，Bでの垂直抗力Nを求めよ。



B点でのデータ

質量	向心力	回転半径	回転速度	向心加速度
m	N	r	v	$\frac{v^2}{r}$

エネルギー保存則

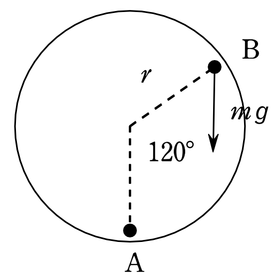
	運動エネルギー	重力による位置エネルギー
B	$\frac{1}{2}mv^2$	mgr
A	$\frac{1}{2}mv_0{}^2$	0

運動方程式　（　$N=m\frac{v^2}{r}$　）

エネルギー保存則　（　$\frac{1}{2}mv_0{}^2=\frac{1}{2}mv^2+mgr$　）

$v=\sqrt{v_0{}^2-2gr}$　　　　　　$N=\frac{mv_0{}^2}{r}-2mg$

４　内面が滑らかな半径rの球内最下点Aにある質量mの小物体に初速度v_0を与えると120°の位置Bで球の内面から離れて落下した。
Bを通過したときの速度v及び，初速度v_0を求めよ。



B点でのデータ

質量	向心力	回転半径	回転速度	向心加速度
m	$\frac{1}{2}mg$	r	v	$\frac{v^2}{r}$

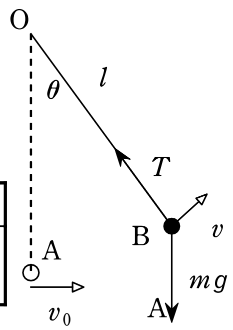
	運動エネルギー	重力による位置エネルギー
B	$\frac{1}{2}mv^2$	$\frac{3}{2}mgr$
A	$\frac{1}{2}mv_0{}^2$	0

運動方程式　（　$\frac{1}{2}mg=m\frac{v^2}{r}$　）

エネルギー保存則　（　$\frac{1}{2}mv_0{}^2=\frac{1}{2}mv^2+\frac{3}{2}mgr$　）

$v=\sqrt{\frac{gr}{2}}$　　　　　　$v_0=\sqrt{\frac{7}{2}gr}$

5　点Oを固定した長さlのひもに質量mのおもりを取り付けた振り子を作った。この振り子が静かに静止している状態から，初速度v_0を与えたところこの振り子が揺れ始めた。角度θになった時の，このおもりの速度v及び張力Tを求めよ。



質量	向心力	回転半径	回転速度	向心加速度

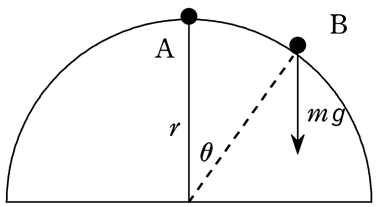
	運動エネルギー	重力による位置エネルギー
B		
A		

運動方程式　(　　　　　　　　　　)

エネルギー保存則　(　　　　　　　　　　)

$v=$　　　　　　　　　　$T=$

6　半径rの滑らかな半球面の最上端Aに静かに質量mの小物体を置いたところ滑り始めて，中心角θ滑ったB点で物体は球面から離れて，落下した。この時のB点での速度v及び離れた角度の$\cos\theta$の値を求めよ。



質量	向心力	回転半径	回転速度	向心加速度

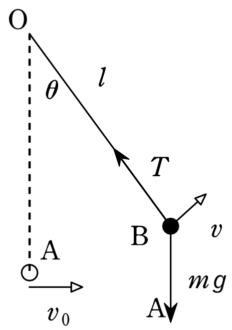
	運動エネルギー	重力による位置エネルギー
B		
A		

運動方程式　(　　　　　　　　　　)

エネルギー保存則　(　　　　　　　　　　)

$v=$　　　　　　　　　　$\cos\theta=$

5　点Oを固定した長さlのひもに質量mのおもりを取り付けた振り子を作った。この振り子が静かに静止している状態から，初速度v_0を与えたところこの振り子が揺れ始めた。角度θになった時の，このおもりの速度v及び張力Tを求めよ。



質量	向心力	回転半径	回転速度	向心加速度
m	$T-mg\cos\theta$	l	v	$\frac{v^2}{l}$

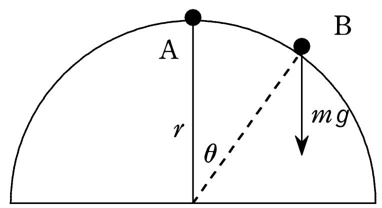
	運動エネルギー	重力による位置エネルギー
B	$\frac{1}{2}mv^2$	$mgl(1-\cos\theta)$
A	$\frac{1}{2}mv_0^2$	0

運動方程式　(　$T-mg\cos\theta=m\frac{v^2}{l}$　)

エネルギー保存則　(　$\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}mv^2+mgl(1-\cos\theta)$　)

$v=\sqrt{v_0^2-2gl(1-\cos\theta)}$　　　　$T=m\frac{v_0^2}{l}+mg(3\cos\theta-2)$

6　半径rの滑らかな半球面の最上端Aに静かに質量mの小物体を置いたところ滑り始めて，中心角θ滑ったB点で物体は球面から離れて，落下した。この時のB点での速度v及び離れた角度の$\cos\theta$の値を求めよ。



質量	向心力	回転半径	回転速度	向心加速度
m	$mg\cos\theta$	r	v	$\frac{v^2}{r}$

	運動エネルギー	重力による位置エネルギー
B	$\frac{1}{2}mv^2$	$mgr\cos\theta$
A	0	mgr

運動方程式　(　$mg\cos\theta=m\frac{v^2}{r}$　)

エネルギー保存則　(　$\frac{1}{2}mv_0^2+mgr=\frac{1}{2}mv^2+mgr\cos\theta$　)

$v=\sqrt{\frac{2}{3}rg}$　　　　$\cos\theta=\frac{2}{3}$