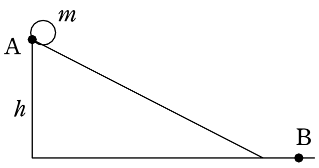
エネルギー保存則ドリル演習

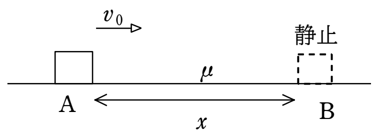
１．

(1)　滑らかな斜面上のA点で静かに離した。B点での速度はいくらか



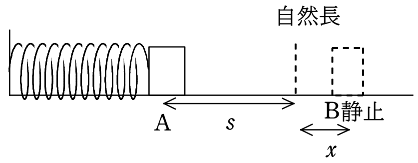
	$\frac{1}{2}mv^2$	mgh	計
A	0		
B		0	

(2)　動摩擦係数μの水平面上を滑っている質量mの物体が静止するまでの距離x



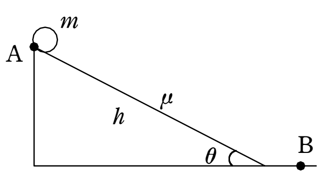
	$\frac{1}{2}mv^2$	Fs	計
A		0	
B	0		

(3)　動摩擦係数μの水平面上にばね定数kのばねに質量mのおもりをつけsだけ縮めたら、おもりが$s+x$動いて止まった。



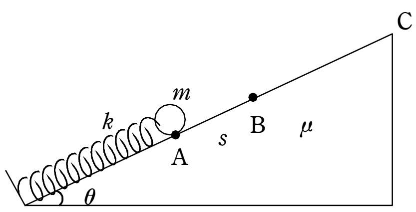
	$\frac{1}{2}kx^2$	Fs	計
A		0	
B			

(4)　動摩擦係数μの斜面上のA点で静かに離した。B点での速度はいくらか



	$\frac{1}{2}mv^2$	mgh	Fs	計
A	0		0	
B		0		

(5)　動摩擦係数μの斜面上にばね定数kのばねに質量mのおもりを取り付けた。自然長の位置BからA点まで距離s縮めて手を離すと、おもりは途中でばねから離れ、AC間xだけ離れた最高点Cで静止した。B点での速度、距離xを求めよ。



	$\frac{1}{2}mv^2$	mgh	$\frac{1}{2}kx^2$	Fs	計
A	0	0		0	
B			0		
C	0		0		

解説

(1)

	$\frac{1}{2}mv^2$	mgh	計
A	0	mgh	mgh
B	$\frac{1}{2}mv^2$	0	$\frac{1}{2}mv^2$

$\frac{1}{2}mv^2=mgh$　より　　$v=\sqrt{2gh}$

(2)

	$\frac{1}{2}mv^2$	Fs	計
A	$\frac{1}{2}mv_0{}^2$	0	$\frac{1}{2}mv_0{}^2$
B	0	μmgx	μmgx

$\frac{1}{2}mv_0{}^2=\mu mgx$　より　$x=\frac{v_0{}^2}{2\mu g}$

(3)

	$\frac{1}{2}kx^2$	Fs	計
A	$\frac{1}{2}ks^2$	0	$\frac{1}{2}ks^2$
B	$\frac{1}{2}kx^2$	$\mu mg(x+s)$	$\frac{1}{2}kx^2+\mu mg(x+s)$

$\frac{1}{2}kx^2+\mu mg(x+s)=\frac{1}{2}ks^2$　より　$\frac{1}{2}k(x+s)(x-s)+\mu mg(x+s)=0$

$\frac{1}{2}k(x-s)+\mu mg=0$　よって、$x=\frac{\mu mg}{k}+s$

(4)

	$\frac{1}{2}mv^2$	mgh	Fs	計
A	0	$mgh\sin\theta$	0	$mgh\sin\theta$
B	$\frac{1}{2}mv^2$	0	$\mu mgh\cos\theta$	$\frac{1}{2}mv^2+\mu mgh\cos\theta$

$\frac{1}{2}mv^2+\mu mgh\cos\theta=mgh\sin\theta$　$v=\sqrt{2gh(\sin\theta-\mu\cos\theta)}$

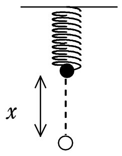
(5)

	$\frac{1}{2}mv^2$	mgh	$\frac{1}{2}kx^2$	Fs	計
A	0	0	$\frac{1}{2}ks^2$	0	$\frac{1}{2}ks^2$
B	$\frac{1}{2}mv_B{}^2$	$mgs\sin\theta$	0	$\mu mgs\cos\theta$	$\frac{1}{2}mv_B{}^2+mgs\sin\theta+\mu mgs\cos\theta$
C	0	$mgx\sin\theta$	0	$\mu mgx\cos\theta$	$mgx\sin\theta+\mu mgx\cos\theta$

$\frac{1}{2}ks^2=\frac{1}{2}mv_B{}^2+mgs\sin\theta+\mu mgs\cos\theta$　　$v_B=\sqrt{\frac{k}{m}s^2-gs\sin\theta-\mu gs\cos\theta}$

$\frac{1}{2}ks^2=mgx\sin\theta+\mu mgx\cos\theta$　　$x=\frac{ks^2}{2mg(\sin\theta+\mu\cos\theta)}$

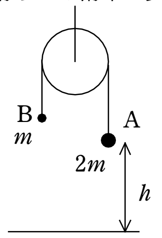
(6)　鉛直につるしたばねを自然長の状態から手で支えてゆっくりとxおろした時、手のした仕事Wを求めよ



	$\frac{1}{2}kx^2$	mgh	仕事	計
最初	0	0	0	0
最後				

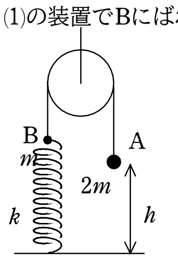
２．

(1)　滑らかな滑車に質量$2m$、mの物体A,Bをつるしhだけ降下した時の速さ



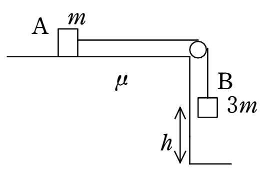
	A	A	B	B	
	$\frac{1}{2}mv^2$	mgh	$\frac{1}{2}mv^2$	mgh	計
最初	0		0	0	
最後		0			

(2)　(1)の装置でBにばね定数kのばねを取り付け自然長の状態で手を離した。おもりAはh振動したが最下点は最初よりh下がった位置であった。hはいくらか



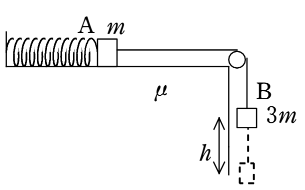
		A	A	B	B	
	$\frac{1}{2}kx^2$	$\frac{1}{2}mv^2$	mgh	$\frac{1}{2}mv^2$	mgh	計
最初	0	0		0	0	
最後			0			

(3)　動摩擦係数μの台上に質量mの物体を置き、滑車を通して質量$3m$の物体を高さhの所につるしたところ滑り出した。下面に激突する直前の速さを求めよ



	A	A	B	B	
	$\frac{1}{2}mv^2$	Fs	$\frac{1}{2}mv^2$	mgh	計
最初	0	0	0		
最後				0	

(4)　(3)の装置にばね定数kのばねを取り付け自然長の状態で動かした。物体Bが最も下がった位置hを求めよ



	A	A	A	B	B	
	$\frac{1}{2}kx^2$	Fs	$\frac{1}{2}mv^2$	mgh	$\frac{1}{2}mv^2$	計
最初	0	0	0	0	0	0
最後						

(6)

	$\frac{1}{2}kx^2$	mgh	仕事	計
最初	0	0	0	0
最後	$\frac{1}{2}kx^2$	$-mgx$	$-W$	$\frac{1}{2}kx^2-mgx+W$

$\frac{1}{2}kx^2-mgx-W=0$　　より　$W=\frac{1}{2}kx^2-mgx$

仕事の符号について

この表は最初あったエネルギーがどのエネルギーに使われるかを示したものであるから、その物体からエネルギーが放出された場合が正となる。仕事はもらった場合が負なので、<u>仕事の符号と逆になる</u>。重力による位置エネルギーは地球がした仕事が正なので、ここでは$-mgh$となり、手のした仕事を求めるのであるから$-W$を代入する必要がある。

仕事を最初に加える場合は、物体が持っているエネルギーと手が持っているエネルギーの和になるので、正の値に$+W$を入れることになる。

エネルギー保存則は仕事の符号がわかり難いので、この点をしっかりと理解しておく事。

自信がない場合はエネルギー流れ図を使って仕事の計算をするとわかりやすい。

	$\frac{1}{2}kx^2$	mgh	仕事	計
最初	0	0	W	W
最後	$\frac{1}{2}kx^2$	$-mgx$	0	$\frac{1}{2}kx^2-mgx$

$W=\frac{1}{2}kx^2-mgx$

(解説)

(1)

	A	A	B	B	
	$\frac{1}{2}mv^2$	mgh	$\frac{1}{2}mv^2$	mgh	計
最初	0	$2mgh$	0	0	$2mgh$
最後	$\frac{1}{2}\cdot 2mv^2$	0	$\frac{1}{2}mv^2$	mgh	$\frac{3}{2}mv^2+mgh$

$\frac{3}{2}mv^2+mgh=2mgh$　　　　$v=\sqrt{\frac{2}{3}gh}$

(2)

		A	A	B	B	
	$\frac{1}{2}kx^2$	$\frac{1}{2}mv^2$	mgh	$\frac{1}{2}mv^2$	mgh	計
最初	0	0	$2mgh$	0	0	$2mgh$
最後	$\frac{1}{2}kh^2$	0	0	0	mgh	$\frac{1}{2}kh^2+mgh$

$\frac{1}{2}kh^2+mgh=2mgh$　　　$h=\frac{2mg}{k}$

(3)

	A	A	B	B	
	$\frac{1}{2}mv^2$	Fs	$\frac{1}{2}mv^2$	mgh	計
最初	0	0	0	$3mgh$	$3mgh$
最後	$\frac{1}{2}mv^2$	μmgh	$\frac{1}{2}\cdot 3mv^2$	0	$2mv^2+\mu mgh$

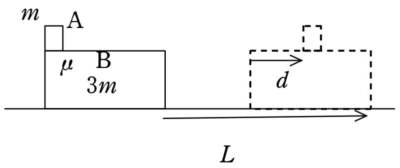
$2mv^2+\mu mgh=3mgh$　　$v=\sqrt{\frac{3-\mu}{2}gh}$

(4)

	A	A	A	B	B	
	$\frac{1}{2}kx^2$	Fs	$\frac{1}{2}mv^2$	mgh	$\frac{1}{2}mv^2$	計
最初	0	0	0	0	0	0
最後	$\frac{1}{2}kh^2$	μmgh	0	$-3mgh$	0	$\frac{1}{2}kh^2-(3-\mu)mgh$

$\frac{1}{2}kh^2-(3-\mu)mgh=0$　　$h=\frac{2(3-\mu)mg}{k}$

(5)　滑らかな水平面上にある質量$3m$の物体B上にある動摩擦係数μ、質量mの物体Aに初速度v_0を与えて滑らせると物体上をd滑ってA,B同じ速さvになった。d、Lを求めよ。



	A	A		B	B	
	$\frac{1}{2}mv^2$	Fs	計	$\frac{1}{2}mv^2$	Fs	計
最初		0	0	0	0	0
最後						

(5)

	A	A	A
	$\frac{1}{2}mv^2$	Fs	計
最初	$\frac{1}{2}mv_0{}^2$	0	$\frac{1}{2}mv_0{}^2$
最後	$\frac{1}{2}mv^2$	$\mu mg(L+d)$	$\frac{1}{2}mv^2+\mu mg(L+d)$

	B	B	B
	$\frac{1}{2}mv^2$	Fs	計
最初	0	0	0
最後	$\frac{1}{2}\cdot 3mv^2$	$-\mu mgL$	$\frac{1}{2}\cdot 3mv^2-\mu mgL$

　互いの摩擦力は作用反作用の関係にあるため、外部からエネルギーの出し入れがあるわけではないので、A,Bそれぞれについてエネルギー保存則が成立する。
作用･反作用を使った時点で相手の物体とは縁が切れるので、各物体ごとにエネルギー保存則を使うことになる。

A:$\frac{1}{2}mv_0{}^2=\frac{1}{2}mv^2+\mu mg(L+d)$　B:$\frac{1}{2}\cdot 3mv^2-\mu mgL=0$

$L=\frac{3v^2}{2\mu g}$　$d=\frac{v_0{}^2-4v^2}{2\mu g}$