

## 原子核（数値計算は電卓を用いよ）

### 150. 原子核の構成

- (1) 原子核には陽子と中性子が存在している。次の原子には陽子、中性子それぞれ何個含まれているか
- ①  ${}^1_1H$       ②  ${}^{16}_8O$       ③  ${}^1_0n$
- (2) 陽子は正の電気を持っており互いに反発し、中性子はその接着剤の役割をしているが、中性子は単独では長時間存在できない。しかし、陽子と結合している状態では長時間存在できる。次の原子核の内、安定して存在できる原子核はどれか
- ①  ${}^1_1H$     ②  ${}^1_0n$     ③  ${}^2_0He$     ④  ${}^2_1H$     ⑤  ${}^3_2He$
- (3) 中性子は陽子との情報交換（中間子交換）を行うことにより、安定して存在できる。中性子が長時間存在するためには、情報交換するための陽子が必要である。陽子が存在していても中性子が多すぎると不安定になる。不安定な中性子は電子を放出して陽子に変わる。次の原子は1個の中性子が崩壊した後どのような原子に変わるか
- ①  ${}^1_0n$   
 ②  ${}^3_1H$   
 ③  ${}^{14}_6C$

### 151. 原子量

- (1) 原子や原子核の質量はきわめて小さいので原子質量単位（u）で表す。1uは ${}^{12}_6C$ の1個の質量の $\frac{1}{12}$ と決められている。次の原子1個の質量をu単位で表せ。原子の質量は ${}^1_1H$ 原子の質量数倍であるとする。
- ①  ${}^{12}_6C$     ②  ${}^1_1H$     ③  ${}^{16}_8O$
- (2) アボガドロ数を $N_A=6.0 \times 10^{23}$ 個として、以下の問いに答えよ。
- ①  ${}^{12}_6C$  1molの質量は何gか。  
 ②  ${}^{12}_6C$  1molの質量をu単位で表せ。  
 ③ 1uをkg単位で表せ。
- (3)  ${}^{12}_6C$ （1個12u）、 ${}^{13}_6C$ （1個13u）の2種の同位体の混ざった炭素がある。存在比は99:1であるとして、以下の問いに答えよ。
- ① 炭素原子が $N$ 個あったとき、 ${}^{12}_6C$ は何個か  
 ② 炭素原子が $N$ 個あったとき、 ${}^{13}_6C$ は何個か  
 ③ この炭素全体の質量はいくらか $N$ を用いたu単位で表せ。  
 ④ この炭素原子1個あたりの平均質量はいくらか。u単位で表せ。  
 ⑤ 炭素の原子量はいくらか

### 152. 質量とエネルギーの等価性

- (1) ある質量 $m$ の物体に力を加えて一定の加速度で加速した。時間 $t$ 後の速度を $v$ とし、微小時間 $dt$ に速度が $dv$ 大きくなったとして、運動量と運動エネルギーの関係について以

### 解説

- (1) 原子記号の上の数字は陽子と中性子の数で下の数字は陽子の数を表す。
- ① 陽子 1個 中性子 0個    ② 陽子 8個 中性子 8個  
 ③ 陽子 0個 中性子 1個
- (2) ① は陽子1個で安定して存在  
 ② 中性子1個なので、不安定  
 ③ 陽子2個だけであり、接着の役割をする中性子がないので、この原子核は存在しない。  
 ④ 陽子と中性子が1個ずつなので安定して存在  
 ⑤ 陽子2個と中性子1個であり、陽子2個を1個の中性子が接着しているという形である。安定して存在  
 よって、安定しているのは①④⑤
- (3) ① 中性子1個なので、電子を放出して陽子1個になる。陽子1個は水素原子核  ${}^1_1H$   
 ② 陽子1個に対して中性子が2個なので、中性子が1個多すぎ、1個の中性子が電子を放出して、陽子に代わり、陽子2個中性子1個の ${}^3_2He$ になる。  
 ③ 陽子6個中性子8個なので、1個の中性子が陽子に代わると、陽子7個中性子7個になる。 ${}^{14}_7N$

### 解説

- (1) ① 12u    ② 1u    ③ 16u
- (2) ① 12g    ② 1個12uの原子が $6.0 \times 10^{23}$ 個あるので、 $12u \times 6.0 \times 10^{23} = 7.2 \times 10^{24}u$   
 ③ ①=② より、 $1u = \frac{12}{7.2 \times 10^{24}} = 1.7 \times 10^{-24}g = 1.7 \times 10^{-27}kg$
- (3) ①  $0.99N$     ②  $0.01N$     ③  $12u \times 0.99N + 13u \times 0.01N = 12.01Nu$   
 ④ ③より $\frac{12.01N}{N}u = 12.01u$   
 ⑤ 1uは原子量1の原子に相当する質量なので、原子量は12.01

### 解説

- (1) ①  $\frac{dv}{dt}$     ②  $mv$     ③  $\frac{1}{2}mv^2$

# 原子核 (数値計算は電卓を用いよ)

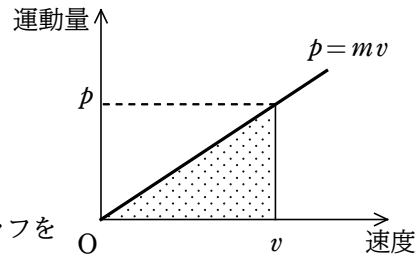
下の問いに答えよ。

- ① 加速度の大きさを  $dv, dt$  で表せ。
- ② 時間  $t$  後の運動量を  $m, v$  で表せ。
- ③ 時間  $t$  後の運動エネルギーはいくらか
- ④ 時間  $t$  から微小時間  $dt$  の間に運動エネルギーはいくら増加しているか。増加量を  $dE$  とする。
- ⑤ 運動エネルギーの速度に対する変化率 (運動エネルギーを速度で微分したもの) は何を意味するか。
- ⑥ 運動量を速度で積分すると何を意味するか

(2) (1)の状態を横軸を速度、縦軸を運動量とすると、右のようなグラフになる。

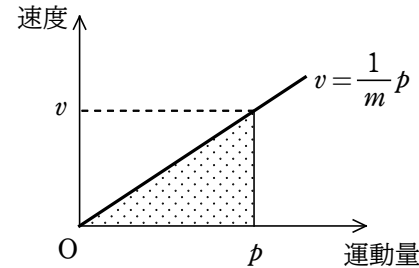
これに関して以下の問いに答えよ。

- ① グラフの傾きは何を意味しているか
  - ② グラフ下の面積 (網掛け部分) を  $m, v$  で表せ。
  - ③ グラフ下の面積は何を意味しているか。
- ・ 右のグラフの縦軸と横軸を入れ替えたグラフを描いてみると下のようになる。



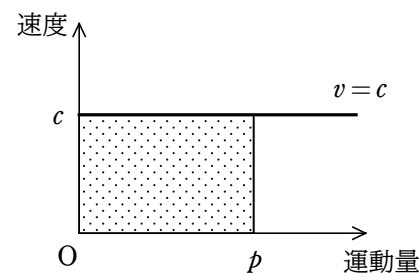
- ④ このグラフでグラフ下の面積 (網掛け部分) は何を意味しているか

・ 通常粒子は運動量が大きくなるにつれて速度が大きくなる。光子は物体表面から放出された瞬間から光速であり、光子にエネルギーを加えても振動数が高くなるのみであり、光速は一定である。



この状態をグラフの表すと下のようになる。  
ここで、 $c$  は光速である。

- ⑤ グラフ下の面積 (網掛け部分) は何を意味しているか
- ⑥ 光子の運動エネルギーを  $E$ 、運動量を  $p$  とするとき、 $E$  を  $p, c$  で表せ。



(3) 物体の一部、質量  $m$  の部分が1方向に光として放射された。運動量保存則を念頭において以下の問いに答えよ。

- ① 運動量は外部から力が作用しない限り保存される。質量  $m$  の物質が光に変わり光速で伝播するとき、この光の運動量を  $m, c$  で表せ。物質が光に変わるとき外部から力ははたらかなかつたものとする。
- ② (2)⑥式と①式より、質量  $m$  の物質が光に変わったときのエネルギーを  $m, c$  で表せ。

$$\textcircled{4} \quad dE = \frac{1}{2}m(v+dv)^2 - \frac{1}{2}mv^2 = mv dv + \frac{1}{2}mdv^2 = mv dv$$

$\frac{1}{2}mdv^2$  はあまりに微小なために0と考えてもよい。

$$\textcircled{5} \quad \textcircled{4} \text{より} \quad \frac{dE}{dv} = mv$$

運動エネルギーを速度で微分すると運動量になる。

⑥ 微分と積分は逆演算なので、運動量を速度で積分すると運動エネルギーを意味することになる。

(2) ①  $m$  ②  $\frac{1}{2}mv^2$  ③ 運動エネルギー

④ 上のグラフと同じ面積なので、運動エネルギー

⑤ 運動エネルギー

⑥ 面積なので、 $E = pc$

(3) ① 質量  $m$  の物質が光速  $c$  で運動すると考えられるので、 $p = mc$

②  $E = pc = mc^2$  よって、 $E = mc^2$

③  $E = 1 \times (3.0 \times 10^8)^2 = 9.0 \times 10^{16} \text{ J}$

## 原子核 (数値計算は電卓を用いよ)

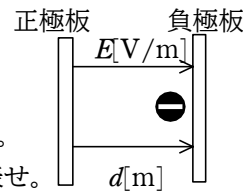
③ 光速度を $3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$ とすると、 $1 \text{ kg}$ の物質が光に変わったときのエネルギーは何Jか

### 153. 電子ボルト

(1) 電子が $1 \text{ V}$ の電圧で加速されたときに得るエネルギー量を $1 \text{ eV}$  (電子ボルト) という。

距離 $d[\text{m}]$ 離れた2枚の金属板の間に右向きに大きさ $E[\text{V/m}]$ の電場がかかっているとす。負極板から電子

(電気量 $-e[\text{C}]$ ) が速さ $0$ で飛び出したとき、この電子は正極のほうに加速される。これに関して以下の問いに答えよ。



① この電子にはたらくクーロン力の大きさは何Nか。  $e, E$  で表せ。  
② この電子が正極板に到達するまでにクーロン力が電子にした仕事は何Jか。  $e, E, d$  で表せ。

③ この電子が正極板に到達する直前に持つ運動エネルギーは何Jか。  $e, E, d$  で表せ。

④ 極板間の電圧( $V$ )は何Vか。  $E, d$  で表せ。

⑤ この電子が正極板に到達する直前に持つ運動エネルギーは何Jか。  $e, V$  で表せ。

⑥ この電子が正極板に到達する直前に持つ運動エネルギーは何eVか。  $V$  で表せ。

⑦  $1 \text{ eV}$ は何Jか。  $e$  で表せ。

⑧  $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ とすると、 $1 \text{ eV}$ は何Jとなるか。

(2) アボガドロを  $N$ 、電気素量を  $e[\text{C}]$ 、光速度を  $c[\text{m/s}]$ として以下の問いに答えよ。

①  $1 \text{ u}$ は何Kgか。  $N$ で表せ。

②  $1 \text{ u}$ の物質が光になったときのエネルギーは何Jか。  $N, c$ で表せ。

③  $1 \text{ u}$ の物質が光になったときのエネルギーは何eVか。  $N, c, e$ で表せ。

④  $1 \text{ u}$ の物質が光になったときのエネルギーは何MeVか。  $N, c, e$ で表せ。

⑤  $N = 6.02 \times 10^{23}$ 、 $c = 3.00 \times 10^8$ 、 $e = 1.60 \times 10^{-19}$ とすると、①②③④式の値を求めよ。

### 154. 結合エネルギー

(1) 質量 $m$ 、電気量 $+e$ の陽子が1個存在している。この陽子を原点に固定し、無限の彼方からもうひとつの陽子を原点に接近させ、原点からの距離が $x$ のところまで近づけた。

クーロン定数を $k$ とし、以下の問いに答えよ。

① 陽子が $x$ 離れて存在しているときのクーロン力による位置エネルギーを $k, e, x$ で表せ。

### 解説

(1) ①  $eE[\text{N}]$  ②  $W = Fs$ より $W = eEd[\text{J}]$

③ クーロン力がした仕事は運動エネルギーになるので、 $eEd[\text{J}]$

④  $V = Ed[\text{V}]$

⑤ ③より 運動エネルギー $= eEd = eV[\text{J}]$

⑥  $1 \text{ V}$ の電圧で加速されたときの電子の運動エネルギーが $1 \text{ eV}$ であり、運動エネルギーは⑤より、電圧に比例するので、 $V[\text{V}]$ で加速されたときの運動エネルギーは $V[\text{eV}]$ となる。

⑦  $V[\text{eV}] = eV[\text{J}]$  より、 $1 \text{ eV} = e[\text{J}]$

⑧  $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ より、 $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$

(2) ①  $1 \text{ u}$ は ${}^{12}_6\text{C}$ の原子質量の $\frac{1}{12}$ なので、 ${}^{12}_6\text{C}$ の原子は $12 \text{ u}$ 、この原子 $1 \text{ mol}$ は $12 \text{ Nu}$ である。

$$12 \text{ Nu} = 12 \text{ g} = \frac{12}{1000} \text{ kg} \quad \text{よって、} 1 \text{ u} = \frac{1}{1000 \text{ N}} \text{ kg}$$

②  $E = mc^2$ で $m = 1 \text{ u} = \frac{1}{1000 \text{ N}}[\text{kg}]$ なので、 $E = \frac{c^2}{1000 \text{ N}}[\text{J}]$ 。

③  $1 \text{ eV} = e[\text{J}]$ より、 $1 \text{ J} = \frac{1}{e}[\text{eV}]$  よって、

$$E = \frac{c^2}{1000 \text{ N}}[\text{J}] = \frac{c^2}{1000 \text{ N}} \times \frac{1}{e}[\text{eV}] = \frac{c^2}{1000 \text{ Ne}}[\text{eV}]$$

④  $1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV}$  これより、 $1 \text{ eV} = 10^{-6} \text{ MeV}$

$$\text{よって、} E = \frac{c^2}{1000 \text{ Ne}}[\text{eV}] = \frac{c^2}{1000 \text{ Ne}} \times 10^{-6} \text{ MeV} = \frac{10^{-9} c^2}{\text{Ne}}[\text{MeV}]$$

⑤ ①  $1 \text{ u} = \frac{1}{1000 \text{ N}} \text{ kg} = \frac{1}{1000 \times 6.02 \times 10^{23}} = 1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}$

$$\text{② } 1 \text{ u} = \frac{c^2}{1000 \text{ N}}[\text{J}] = 1.66 \times 10^{-27} \times (3.00 \times 10^8)^2 = 1.49 \times 10^{-10} \text{ J}$$

$$\text{③ } 1 \text{ u} = \frac{c^2}{1000 \text{ Ne}}[\text{eV}] = \frac{1.49 \times 10^{-10}}{1.60 \times 10^{-19}}[\text{eV}] = 9.34 \times 10^8 \text{ eV}$$

④  $1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV}$ より  $1 \text{ u} = 934 \text{ MeV}$

原子質量単位 $\text{u}$ は状況にあわせて $\text{kg}$ 、 $\text{J}$ 、 $\text{eV}$ などさまざまな単位で使い分ければよい。

### 解説

(1) ① 点電荷 $Q$ から $r$ 離れた点の電位は $V = k \frac{Q}{r}$ である。これより陽子から距離 $x$ 離れた

点の電位は $V = k \frac{e}{x}$ となる。電位は $+1 \text{ C}$ を運ぶ仕事なので、電荷 $e$ を運ぶ仕事は

## 原子核（数値計算は電卓を用いよ）

- ②  ${}^3_2\text{He}$ 原子は陽子が2個できている原子核である。陽子間隔を $x$ とすると、陽子2個を中性子がひきつける力の大きさを $k, e, x$ で表せ。
- ③ 中性子が陽子をひきつける力（核力）が距離にかかわらず一定であるとする、核力による位置エネルギーを $k, e, x$ で表せ。
- ④ ①③より位置エネルギーに関してどのようなことがいえるか。
- ⑤ この位置エネルギーはいくらの質量に相当するか。光速度を $c$ として、 $k, e, x, c$ で表せ。
- ⑥ この位置エネルギーが結合エネルギーだとすると、質量欠損はいくらか。 $k, e, x, c$ で表せ。
- (2)  ${}^2_1\text{H}=2.0136\text{u}$ ,  $\text{p}=1.0073\text{u}$ ,  $\text{n}=1.0086\text{u}$ とすると、以下の問いに答えよ
- ① 陽子1個と中性子1個の質量の和はいくらか $\text{u}$ 単位で答えよ。
- ②  ${}^2_1\text{H}$ の質量欠損はいくらか $\text{u}$ 単位で答えよ。
- ③  $1\text{u}=1.49\times 10^{-10}\text{J}$ とすると、結合エネルギーはいくらか。
- ④ 原子核内の陽子どおしの距離が $1.5\times 10^{-15}\text{m}$ のとき、核力の大きさはいくらか。核力は距離にかかわらず一定であるとして計算せよ。

### 155. 半減期

- (1) ある原子の半減期が $T$ であった。この原子に関して以下の問いに答えよ。時刻0のとき、この原子は $N_0$ 個存在していた。
- ① 時刻 $T$ では何個になっているか
- ② 時刻 $2T$ では何個になっているか
- ③ 時刻 $nT$ では何個になっているか
- ④ 時刻 $t$ は半減期の何倍の期間となるか。 $t, T$ で表せ。
- ⑤ 時刻 $t$ での原子数は何個か
- ⑥  $N$ 個になる間での期間を求めよ。
- ・ 時刻 $t$ のとき、この原子は $x$ 個存在していた。
- ⑦ 微小時間 $dt$ に原子数が $dx$ 増加（実際は減少しているので $-dx$ ）したとして、原子数の減少速度（1秒間あたりの減少数）を $dt, dx$ で表せ。
- ⑧ 時刻 $t$ における減少速度は⑦式より⑤式を微分すれば求められることがわかる。この減少速度を $N_0, T, t$ で表せ。
- ⑨ 減少速度を $x, T$ で表せ。
- ⑩ この原子が1秒間以内に崩壊する確率を $x, T$ で表せ。

$$W = \frac{ke^2}{x}$$

② クーロンの法則より  $F = \frac{ke^2}{x^2}$

③  $W = Fx$ より  $\frac{ke^2}{x^2} \times x = \frac{ke^2}{x}$

④ 両者は等しい

⑤  $W = \frac{ke^2}{x} = mc^2$

よって、  $m = \frac{ke^2}{xc^2}$

⑥ 結合エネルギーが質量欠損である。⑤より  $\frac{ke^2}{xc^2}$

クーロン力による位置エネルギーは正である。このエネルギーは質量がエネルギーに変化したものである、原子核の質量は $\frac{ke^2}{xc^2}$ だけ軽くなっている。

(2) ①  $\text{p} + \text{n} = 1.0073\text{u} + 1.0086\text{u} = 2.0159\text{u}$

②  $2.0159\text{u} - 2.0136\text{u} = 0.0023\text{u}$

③  $0.0023\text{u} = 0.0023 \times 1.49 \times 10^{-10} = 3.43 \times 10^{-13}\text{J}$

④ 位置エネルギー $3.43 \times 10^{-13}\text{J}$ は力と距離の積なので、

$$3.43 \times 10^{-13}\text{J} = F \times 1.5 \times 10^{-15}$$

$$F = 2.3 \times 10^2\text{N}$$

解説

(1) ①  $\frac{1}{2}N_0$  ②  $\frac{1}{4}N_0$  ③  $\left(\frac{1}{2}\right)^n N_0$  ④  $n = \frac{t}{T}$  ⑤  $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} N_0$

⑥  $N = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} N_0$  より、 $2^{\frac{t}{T}} = \frac{N_0}{N}$

底を2とする対数をとって  $\frac{t}{T} = \log_2 \frac{N_0}{N}$

よって、 $t = T \log_2 \frac{N_0}{N}$

⑦  $-\frac{dx}{dt}$

⑧  $y = Ca^{bx}$ を微分すると  $y' = Cba^{bx} \log_e a$

$x = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} N_0$  これより、 $\frac{dx}{dt} = \frac{N_0}{T} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} \log_e \frac{1}{2} = -\frac{N_0}{T} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} \log_e 2$

## 原子核（数値計算は電卓を用いよ）

(2) ある原子Aが半減期2年で崩壊し、原子Bとなる。原子Bは半減期4年で崩壊し安定した原子Cになる。時刻0のとき、原子A100%でできた物質があった。これに関して以下の問いに答えよ。

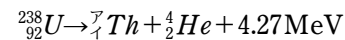
- ① 4年後、原子Aは何%になっているか
- ② 4年後、原子Bと原子Cをあわせて何%か
- ③ 原子Bの半減期は4年であるから、原子の数に関係なく、原子Bとなった原子の半分が原子Cになっているはずである。原子B、Cはそれぞれこの物質に何%含まれるか。
- ④  $t$ 年後の原子A、原子B、原子Cの存在割合を $t$ で表せ。

### 156. 核崩壊

(1) 原子核は核力と陽子のクーロン力による反発力のつりあい関係で存在している。核力に比べてクーロン力による反発力の強い原子核は陽子を外部に放出することになる。

${}^4_2\text{He}$ 原子核はきわめて安定しているので、この原子核を外部に放出することになる。これが $\alpha$ 崩壊である。 ${}^{238}_{92}\text{U}$ が $\alpha$ 崩壊するとトリウム(Th)原子核となる。このとき、4.27 MeVのエネルギーが放出される。これに関して以下の問いに答えよ。

① 以下の核反応式を完成せよ。(ア、イに数値を入れよ)



・核崩壊前のウラン原子核が静止していたとし、放出されたエネルギーはすべて原子核の運動エネルギーになったとし、 ${}^{238}_{92}\text{U}$ の質量を238u、 ${}^4_2\text{He}$ の質量を4u、トリウム原子核の速さを $V$ 、 $\alpha$ 粒子の速さを $v$ とする。

② 運動量保存則より、方程式をたて、 $V:v$ を求めよ。また、両者の運動エネルギー比を求めよ。

③ 4.27 MeVは何Jか。電気素量を $1.6 \times 10^{-19}\text{C}$ とする。

④ エネルギー保存則より方程式をたてよ。

⑤  $V, v$ を求めよ。1u= $1.66 \times 10^{-27}\text{kg}$ とする。(電卓を使ってもよい)

$$\textcircled{9} \quad \textcircled{8} \text{及び } x = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} N_0 \text{より、} \quad \frac{dx}{dt} = -\frac{\log_e 2}{T} x$$

原子が崩壊する速度は存在する原子数に比例し、半減期に反比例する。

$\textcircled{10}$  1秒間に崩壊する原子数が $\frac{\log_e 2}{T} x$ なので、1秒以内に崩壊する確率は

$$\frac{\frac{\log_e 2}{T} x}{x} = \frac{\log_e 2}{T}$$

(2) ① 4年後は半減期の2倍であるから、 $\frac{1}{2^2}$ になっているので原子Aは25%存在している。

② 原子Aが崩壊して原子Bとなり、原子Bが崩壊して原子Cになるので、BとCをあわせて75%となる。

③ 4年は原子Bの半減期であるから、原子Bの半分が原子Cになっているので原子B、Cともに37.5%あることになる。

$$\textcircled{4} \quad x = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} N_0 \text{より、原子Aは}\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}、\text{原子Bになった原子は}1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

$$\text{よって、原子Bは}\left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}\right) \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

$$\text{原子Cは}1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} - \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}\right) \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} = \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}\right) \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}\right)$$

$\textcircled{\text{解説}}$

(1) ① 陽子数は保存されるので  $92 = \text{イ} + 2$  よって、 $\text{イ} = 90$   
質量数は保存されるので、 $238 = \text{ア} + 4$  よって、 $\text{ア} = 234$

②  ${}^4_2\text{He}$ の質量は4uなので、 $238uV - 4uv = 0$

$$\text{よって、} V:v = 4:238 = 2:119$$

$$\text{運動エネルギー比は速度の2乗比なので、} 2^2:119^2 = 4:14161$$

③  $1\text{eV} = eJ = 1.6 \times 10^{-19}\text{J}$

$$1\text{MeV} = 1.6 \times 10^{-19} \times 10^6\text{J} = 1.6 \times 10^{-13}\text{J}$$

$$\text{よって、} 4.27\text{MeV} = 4.27 \times 1.6 \times 10^{-13}\text{J} = 6.83 \times 10^{-13}\text{J}$$

$$\textcircled{4} \quad \frac{1}{2} \times 238u \times V^2 + \frac{1}{2} \times 4u \times v^2 = 6.83 \times 10^{-13}$$

$$\textcircled{5} \quad 238uV = 4uv \text{なので、} V = \frac{4}{238}v$$

代入して

$$\frac{1}{2} \times 238u \times \left(\frac{4}{238}v\right)^2 + \frac{1}{2} \times 4u \times v^2 = 6.83 \times 10^{-13}$$

## 原子核（数値計算は電卓を用いよ）

・  ${}^{238}_{92}\text{U}$ の半減期は45億年 ( $1.4 \times 10^{18}\text{s}$ ) である。1秒間あたりの原子が崩壊する確率は

半減期を  $T$  として、 $\frac{\log_e 2}{T} = \frac{0.69}{T}$  で表されるものとする。

- ⑥  ${}^{238}_{92}\text{U}$ の1秒間の崩壊確率はいくらか
- ⑦  ${}^{238}_{92}\text{U}1\text{g}$ に含まれる原子数は何個か。（アボガドロ数= $6.0 \times 10^{23}$ ）
- ⑧  ${}^{238}_{92}\text{U}1\text{g}$ のうち1秒間に崩壊する原子数は何個か
- ⑨ 1秒間に放射される放射線数をBq（ベクレル）という。 ${}^{238}_{92}\text{U}1\text{g}$ は何Bqか。 ${}^{238}_{92}\text{U}$ から放射される放射線は $\alpha$ 粒子のみであるとせよ。
- ⑩ 原子1個が崩壊すると、 $4.27\text{MeV} = 6.83 \times 10^{-13}\text{J}$ のエネルギーが放出されるとして、 ${}^{238}_{92}\text{U}1\text{g}$ から1秒間に放出されるエネルギーはいくらか。
- (2)  ${}^{14}_6\text{C}$ は半減期5700年 ( $1.8 \times 10^{11}\text{s}$ ) で $\beta$ 崩壊をして窒素原子となる。 ${}^{14}_6\text{C}$ の天然炭素中の存在比は $1.2 \times 10^{-12}$ である。1回の $\beta$ 崩壊で放出されるエネルギーは $0.156\text{MeV}$ であるとして以下の問いに答えよ。
- ① 核反応式を完成せよ  
 ${}^{14}_6\text{C} \rightarrow {}^A_Z\text{N} + e^- + 0.156\text{MeV}$
- ②  $\beta$ 崩壊で放出されたエネルギーはすべて電子の運動エネルギーになるとして、放出される電子の速度を求めよ。 $0.156\text{MeV} = 2.5 \times 10^{-14}\text{J}$ 、電子の質量= $9.1 \times 10^{-31}\text{kg}$ とする。
- ③ 炭素1g中に含まれる ${}^{14}_6\text{C}$ は何個か。（アボガドロ数= $6.0 \times 10^{23}$ ）
- ④ 1秒間あたりの原子が崩壊する確率は、半減期を  $T$  として、 $\frac{\log_e 2}{T} = \frac{0.69}{T}$  で表されるものとして、炭素1gの1秒間あたりの放射線量をBqで表せ。
- ⑤  ${}^{14}_6\text{C}$ は空気中の窒素原子に宇宙からの中性子線がぶつかって生成されるために大気中の ${}^{14}_6\text{C}$ の存在比は一定であり、生命体は物質交代しながら生活しており、生命体中の ${}^{14}_6\text{C}$ の存在比も一定である。しかし、生命体が死んでから以降は物質交代がないために ${}^{14}_6\text{C}$ の存在比は下がってくる。化石中の炭素1gからの放射線量が $0.1\text{Bq}$ であったとき、このことを利用してこの化石となった生物が生きていたのは何年前か求めよ。  
 $\log_{10} 2 = 0.30$ 、 $\log_{10} 4.3 = 0.63$ とする。
- (3)  ${}^{238}_{92}\text{U}$ は $\alpha$ 崩壊、 $\beta$ 崩壊を繰り返すことにより最終的に ${}^{206}_{82}\text{Pb}$ になって安定する。これに関して以下の問いに答えよ。
- ①  $\alpha$ 崩壊を  $a$  回、 $\beta$ 崩壊を  $b$  起こしたとして、 ${}^{238}_{92}\text{U}$ が ${}^{206}_{82}\text{Pb}$ になるときの核反応式を書け。
- ② 質量数が保存されることに注目して方程式をたてよ。
- ③ 電荷が保存されることに注目して方程式をたてよ。
- ④  $a, b$ を求めよ。

$$\frac{1}{2} \times \left( \frac{16}{238} + 4 \right) v^2 = \frac{6.83 \times 10^{-13}}{1.66 \times 10^{-27}}$$

$$v^2 = 2.02 \times 10^{14} \quad \text{よって、} \quad v = 1.42 \times 10^7 \text{m/s} = 14200 \text{km/s}$$

この超高速粒子が放射線である。

$$V = \frac{4}{238} v = 2.39 \times 10^5 \text{m/s} = 239 \text{km/s}$$

⑥  $\frac{\log_e 2}{T} = \frac{0.69}{T} = \frac{0.69}{1.4 \times 10^{18}} = 4.9 \times 10^{-19}$

⑦  $1\text{mol} = 238\text{g}$ なので、 $\frac{6.0 \times 10^{23}}{238} = 2.5 \times 10^{21}$ 個

⑧ ⑥⑦より  $4.9 \times 10^{-19} \times 2.5 \times 10^{21} = 1.2 \times 10^3 = 1200$ 個

⑨  $1200\text{Bq}$

⑩  $6.83 \times 10^{-13}\text{J} \times 1.2 \times 10^3 = 8.2 \times 10^{-10}\text{J}$

(2) ① 質量数が保存されるので  $14 = \text{ア}$  よってア  $14$   
 電荷が保存されるので  $6 = \text{イ} - 1$  よって、イ  $7$

②  $\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times 9.1 \times 10^{-31} v^2 = 2.5 \times 10^{-14}$

これより、 $v^2 = 5.5 \times 10^{16}$

$v = 2.3 \times 10^8 \text{m/s} = 2.3 \times 10^5 \text{km/s}$  (23万km/s)

③ Cの原子量は $\frac{1}{12}$ なので、 $\frac{6.0 \times 10^{23}}{12} = 5.0 \times 10^{22}$ 個

存在比が $1.2 \times 10^{-12}$ なので、

$$5.0 \times 10^{22} \text{個} \times 1.2 \times 10^{-12} = 6.0 \times 10^{10} \text{個}$$

④ 半減期が $1.8 \times 10^{11}\text{s}$ なので、崩壊確率は

$$\frac{\log_e 2}{T} = \frac{0.69}{T} = \frac{0.69}{1.8 \times 10^{11}} = 3.8 \times 10^{-12}$$

よって、1秒間の崩壊数は

$$3.8 \times 10^{-12} \times 6.0 \times 10^{10} = 0.23\text{Bq}$$

⑤ 放射線量が $\frac{0.1}{0.23} = 0.43$

放射線量は存在する原子数比に比例するので、 ${}^{14}_6\text{C}$ の量は生きていた時代の0.43倍になっていることになる。よって、

$$\left( \frac{1}{2} \right)^x = 0.43$$

$$-x \log_{10} 2 = \log_{10} \frac{4.3}{10} = \log_{10} 4.3 - 1$$

$$0.30x = 1 - 0.63$$

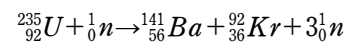
$$x = 1.23 \quad \text{半減期の1.23倍}$$

$$\text{よって、} \quad 1.23 \times 5700 \text{年} = 7000 \text{年}$$

157. 核分裂

(1)  ${}^4_2\text{He}=4.0026\text{u}$ 、 ${}^3_2\text{He}=3.0150\text{u}$ 、 ${}^2_1\text{H}=2.0136\text{u}$ 、 $p=1.0073\text{u}$ 、 $n=1.0086\text{u}$ として以下の問いに答えよ。

- ①  ${}^4_2\text{He}$ 、 ${}^3_2\text{He}$ 、 ${}^2_1\text{H}$ の質量欠損はいくらか
  - ②  ${}^4_2\text{He}$ 、 ${}^3_2\text{He}$ 、 ${}^2_1\text{H}$ の結合エネルギーは何eVか。1u=934MeV
  - ③  ${}^4_2\text{He}$ 、 ${}^3_2\text{He}$ 、 ${}^2_1\text{H}$ それぞれの核子1個あたりの結合エネルギーはいくらか
  - ④  ${}^4_2\text{He}$ 、 ${}^3_2\text{He}$ 、 ${}^2_1\text{H}$ のうち最も安定な原子核はどれか
- (2)  ${}^{235}_{92}\text{U}$ 原子核はほぼ等しい2つの原子核に分裂する。この反応を核分裂という。 ${}^{235}_{92}\text{U}$ 核子1個あたりの結合エネルギーは7.4MeV、分裂した原子核の核子1個あたりの結合エネルギーは8.3MeVである。以下の問いに答えよ。
- ①  ${}^{235}_{92}\text{U}$ 原子核の結合エネルギーはいくらか
  - ② 分裂後の原子核 (質量数117) の結合エネルギーはいくらか
  - ③  ${}^{235}_{92}\text{U}$ 原子核の質量はいくらか。p=1.0073u、n=1.0086u、1u=934MeVとする。
  - ④ この核反応で放出されるエネルギーは何MeVか。
  - ⑤  ${}^{235}_{92}\text{U}1\text{kg}$ が核反応したときに放出されるエネルギーは何Jか。  
アボガドロ数=6.0×10<sup>23</sup>、電気素量=1.6×10<sup>-19</sup>Cとする。
  - ⑥ 石油1kgより4.4×10<sup>4</sup>Jのエネルギーが出る。 ${}^{235}_{92}\text{U}1\text{kg}$ から出るエネルギーと等しいエネルギーは石油何kgから出るか。
- (3)  ${}^{235}_{92}\text{U}$ が核分裂するときの核反応式は



で表される。 ${}^{235}_{92}\text{U}=235.0439\text{u}$ 、 ${}^{141}_{56}\text{Ba}=140.9139\text{u}$ 、 ${}^{92}_{36}\text{Kr}=91.8973\text{u}$ 、 ${}^1_0\text{n}=1.0087\text{u}$ とするとき、この反応で放出されるエネルギーを計算せよ。u=934MeVとする。

7000年前の化石

- (3) ①  ${}^{238}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{206}_{82}\text{Pb} + a{}^4_2\text{He} + b e^-$   
 ②  $238 = 206 + 4a$   
 ③  $92 = 82 + 2a - b$   
 ④ ②③を解くと  $a = 8$ 、 $b = 6$

解説

- (1) ①  ${}^4_2\text{He}=4.0026\text{u}$ 、より、  
 $2p + 2n - {}^4_2\text{He} = 2 \times 1.0073\text{u} + 2 \times 1.0086\text{u} - 4.0026\text{u}$   
 $= 0.0292\text{u}$   
 ${}^3_2\text{He}=3.0150\text{u}$ 、より  
 $2p + n - {}^3_2\text{He} = 2 \times 1.0073\text{u} + 1.0086\text{u} - 3.0150\text{u}$   
 $= 0.0082\text{u}$   
 ${}^2_1\text{H}=2.0136\text{u}$ 、より  
 $p + n - {}^2_1\text{H} = 1.0073\text{u} + 1.0086\text{u} - 2.0136\text{u}$   
 $= 0.0023\text{u}$   
 ②  ${}^4_2\text{He} = 0.0292 \times 934\text{MeV} = 27.3\text{MeV}$   
 ${}^3_2\text{He} = 0.0082 \times 934\text{MeV} = 7.66\text{MeV}$   
 ${}^2_1\text{H} = 0.0023 \times 934\text{MeV} = 2.15\text{MeV}$   
 ③  ${}^4_2\text{He} = 27.3\text{MeV}/4 = 6.83\text{MeV}$   
 ${}^3_2\text{He} = 7.66\text{MeV}/3 = 2.55\text{MeV}$   
 ${}^2_1\text{H} = 2.15\text{MeV}/2 = 1.08\text{MeV}$   
 ④ 核子1個あたりの結合エネルギーが大きいほど安定した原子核である。よって、 ${}^4_2\text{He}$ が最も安定している。
- (2) ①  $7.4 \times 235 = 1739\text{MeV}$   
 ② 分裂した原子核は  $8.3 \times 117 = 971\text{MeV}$   
 ③  $1739\text{MeV} = \frac{1739}{934}\text{u} = 1.862\text{u}$   
 結合エネルギーは質量欠損なので負である。  
 ${}^{235}_{92}\text{U} = 92 \times 1.0073\text{u} + 143 \times 1.0086\text{u} - 1.862\text{u} = 234.0394\text{u}$   
 ${}^{235}_{92}\text{U} = {}^{117}\text{X} + {}^{118}\text{Y} + E$  と考えれば  
 $-1739 = -971 - 118 \times 8.3 + E$   
 $E = 971 + 979 - 1739 = 211\text{MeV}$   
 反応式における結合エネルギーは負であることに注意せよ。
- ⑤  ${}^{235}_{92}\text{U}1\text{mol} = 235\text{g}$ である。よって、 ${}^{235}_{92}\text{U}1\text{kg} = \frac{6.0 \times 10^{23}}{0.235} = 2.55 \times 10^{24}$ 個  
 $211\text{MeV} = 211 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 10^6 = 3.4 \times 10^{-11}\text{J}$

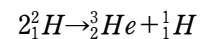
158. 核融合

(1) 質量 $m$ 、電気量 $+e$ の原子核通しを核融合させるには各原子核が距離 $x$ まで接近しなければならない。この距離まで接近したときに核力がはたらくので核融合が起こるのである。クーロン定数を $k$ 、ボルツマン定数を $K$ として以下の問いに答えよ。

- ① 原子核が $x$ 離れているときの、クーロンによる位置エネルギーはいくらか。 $x, k, e$ で表せ。
- ② 距離 $x$ まで原子核を接近させるために各原子核に同じ運動エネルギーを与えて正面衝突させる。このとき片方の原子核に必要な運動エネルギーはいくらか。
- ③ 熱運動で原子核に運動エネルギーを与えるとすると、この原子核を含む物質の温度を何K以上にする必要があるか。 $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}KT$ が成立するとする。

④  ${}^2_1H$ どおしの核融合を考えると、 $m=2u$ 、 $e=3.2 \times 10^{-19}C$ 、 $k=9.0 \times 10^9 Nm^2/C^2$ 、 $K=1.38 \times 10^{-23} J/K$ 、 $x=2 \times 10^{-15} m$ 、 $1u=1.66 \times 10^{-27} kg$ としたとき、核融合物質(プラズマ)の温度は何K必要か

(2)  ${}^2_1H$ 2個が核融合するときの反応式は



である。 ${}^3_2He=3.0150u$ 、 ${}^2_1H=2.0136u$ 、 $p=1.0073u$ 、 $n=1.0086u$ 、 $1u=934MeV$ として以下の問いに答えよ。

- ① この核融合で発生するエネルギーは何MeVになるか。
- ② 1kgの ${}^2_1H$ が完全に核融合したときに放出されるエネルギーは何Jか
- ③  ${}^{235}_{92}U$ 1kgから放出されるエネルギーは $8.7 \times 10^{13} J$ である。この核融合は核分裂の何倍のエネルギーが放出されるか。
- ④ 1kgの ${}^2_1H$ が完全に核融合したときに物質の質量はいくら小さくなっているか。
- (3) 太陽中心部では $4 {}^1_1H \rightarrow {}^4_2He$ の核融合が起こっている。 ${}^4_2He=4.0026u$ 、 $p=1.0073u$ であるとして以下の問いに答えよ。
- ① この核反応で放出されるエネルギーは何MeVか。 $1u=934MeV$ とする。
- ② 水素ガス1kgあたり放出されるエネルギーは何Jか

よって、 $2.55 \times 10^{24} \times 3.4 \times 10^{-11} = 8.7 \times 10^{13} J$

⑥  $\frac{8.7 \times 10^{13}}{4.4 \times 10^4} = 2.0 \times 10^9 kg$  (200万トン)

(3)  ${}^{235}_{92}U + {}^1_0n = {}^{141}_{56}Ba + {}^{92}_{36}Kr + 3 {}^1_0n + E$

これは、エネルギー保存則より

$$235.0439u + 1.0087u = 140.9139u + 91.8973u + 3 \times 1.0087u + E$$

$$E = 0.2153u = 0.2153 \times 934 MeV = 201 MeV$$

解説

(1) ①  $\frac{ke^2}{x}$

② 核反応する2つの原子核に等しい運動エネルギーを与えるので、

原子核1個あたり  $\frac{ke^2}{2x}$

③ 運動エネルギーが $\frac{ke^2}{2x}$ でこれが $\frac{3}{2}KT$ で表されるので、

$$\frac{3}{2}KT = \frac{ke^2}{2x} \quad \text{よって、} T = \frac{ke^2}{3Kx}$$

④  $T = \frac{ke^2}{3Kx} = \frac{9.0 \times 10^9 \times (3.2 \times 10^{-19})^2}{3 \times 1.38 \times 10^{-23} \times 2 \times 10^{-15}} = 1.1 \times 10^{10} K$

これは100億Kであるが、原子核の速さは一定ではなくばらつきがあり、また、トンネル効果と呼ばれている現象が起こるので、これより低い温度でも核融合が起こる。

(2) ①  $2 {}^2_1H \rightarrow {}^3_2He + {}^1_1H$  より

$$2 \times 2.0136u = 3.0150u + 1.0073u + E$$

$$E = 0.0049u = 0.0049 \times 934 MeV = 4.6 MeV$$

②  ${}^2_1H$ 1個あたりの放出エネルギーは半分の2.3MeVである。 ${}^2_1H$ 1mol=2gであるので、1kg=500mol=500×6.0×10<sup>23</sup>=3.0×10<sup>26</sup>個

$$2.3 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 3.0 \times 10^{26} = 1.1 \times 10^{14} J$$

③  $\frac{1.1 \times 10^{14}}{8.7 \times 10^{13}} = 1.3$ 倍

④ 2×2.0136uの原子核が0.0049uの質量欠損を起こすので、

$$\frac{0.0049}{2 \times 2.0136} = 0.0012 \quad 1kg (1000g) \text{ に対する比では } 1.2g$$

1.2g質量が小さくなっている。

(3) ①  $4 {}^1_1H \rightarrow {}^4_2He + E$ より

$$4 \times 1.0073u = 4.0026u + E$$

$$E = 0.0266u = 0.0266 \times 934 MeV = 24.8 MeV$$

② 原子1個あたりのエネルギーは24.8MeV/4=6.2MeV

1kgは1000molなので、6.0×10<sup>26</sup>個



---

よって、 $6.2 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 6.0 \times 10^{26} = 6.0 \times 10^{14} \text{ J}$