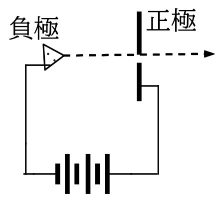
140．トムソンの実験（電子の比電荷）

(1)　真空中に中央に穴の開いた正極板と中央が突起している負極板を用意して両極間に高電圧Vをかけた。

負極板から電気量$-e$、質量mの電子が正極のほうに飛び出し、正極板の穴から外に飛び出した。



正極と負極との間の距離をdとして、以下の問いに答えよ。

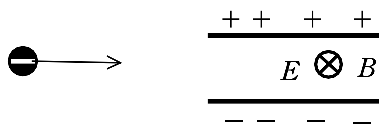
①　極板間の電場の強さEをV,dで表せ。

②　負極を飛び出した電子の加速度をm,e,V,dで表せ。

③　正極板の穴を抜ける瞬間までに電場がこの電子に与えた運動エネルギーはいくらか。e,Vで答えよ。

④　正極板から飛び出す瞬間の電子の速度vをe,V,mで表せ。

(2)　電気素量e、電子の質量をmとするとき、電子がある速度で、電場及び磁場が存在する金属板間に侵入した。この金属板間には強さEの電場が下向きに、強さBの磁束密度が紙面向う向きに存在している。金属板の長さが十分にあった場合、ある特定の速度を持った電子しかこの金属板間を通過できないので、このような装置を速度選別器という。この速度選別器に関して以下の問いに答えよ。



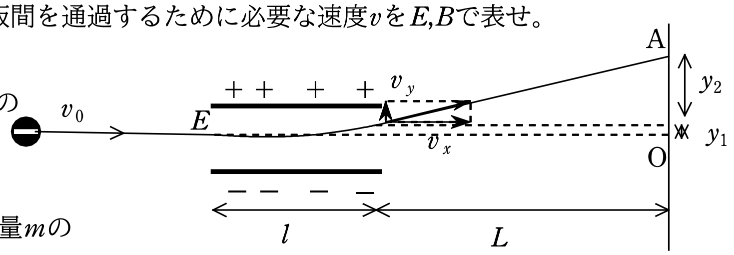
①　電子は金属板間に侵入するとクーロン力を受けるが、このクーロン力の方向と大きさをe,Eで表せ。

②　電子が金属板間に侵入すると、磁場からローレンツ力を受けるが、このローレンツ力の方向及び大きさを、電子の速度v、B、eで表せ。

③　電子がこの金属板間を無事通過するためには、クーロン力とローレンツ力がどのような関係になっている必要があるか簡単に説明せよ。

④　電子がこの金属板間を通過するために必要な速度vをE,Bで表せ。

(3)　速度v_0で水平に長さl、内部の電場が下向きEの平行金属板に入射した電気量$-e$、質量mの電子が平行金属板によって上向きに曲げられ、金属板からL離れたところにあるスクリーン上にあたり、明点Aを作った。金属板に電場をかけないときは点Oに明点をつくっていた。金属板内を通過中の上方へのずれをy_1、金属板を通過後の上方へのずれをy_2とすると、OA間の距離はy_1+y_2で表される。また、金属板通過直後の電子の速度の水平成分をv_x、鉛直成分をv_yとして以下の問いに答えよ。



①　金属板間を通過中この電子に作用するクーロン力をe,Eで表せ。

解説

(1)　①　$E=\dfrac{V}{d}$

②　クーロン力は$F=eE=\dfrac{eV}{d}$　これより　$ma=\dfrac{eV}{d}$

よって、　$a=\dfrac{eV}{md}$

③　$W=qV$より　eV

④　運動エネルギーは　$\dfrac{1}{2}mv^2$　より、　$\dfrac{1}{2}mv^2=eV$

よって、　$v=\sqrt{\dfrac{2eV}{m}}$

(2)　①　上向き　eE　②　下向き　evB

③　つり合いの関係になっていれば電子は直進するので、金属板間を抜けられる。「つりあい関係」

④　$eE=evB$　より、　$v=\dfrac{E}{B}$

(3)　①　eE　②　$F=eE=ma$　より　$a=\dfrac{eE}{m}$　上向き

③　水平方向に力がかかっていないので、水平方向の速度は一定である。よって、$t=\dfrac{l}{v_0}$

④　水平方向の速度は一定なので、　$v_x=v_0$

鉛直方向は　上向きに加速度$a=\dfrac{eE}{m}$であり、上向き初速度は0なので、

$v_y=at=\dfrac{eE}{m}\cdot\dfrac{l}{v_0}=\dfrac{eEl}{mv_0}$

⑤　y_1は加速度$a=\dfrac{eE}{m}$で時間$t=\dfrac{l}{v_0}$だけ動いた距離なので、

$y_1=\dfrac{1}{2}at^2=\dfrac{1}{2}\dfrac{eE}{m}\left(\dfrac{l}{v_0}\right)^2=\dfrac{eEl^2}{2mv_0{}^2}$

⑥　三角形の相似より　$v_x:v_y=L:y_2$

⑦　⑥より　$y_2=L\dfrac{v_y}{v_x}=L\cdot\dfrac{eEl}{mv_0}\cdot\dfrac{1}{v_0}=\dfrac{eElL}{mv_0{}^2}$

⑧　$y=y_1+y_2=\dfrac{eEl^2}{2mv_0{}^2}+\dfrac{eElL}{mv_0{}^2}=\dfrac{eEl(l+2L)}{2mv_0{}^2}$

⑨　$\dfrac{e}{m}=\dfrac{2v_0{}^2y}{El(l+2L)}$

このような実験で得られた比電荷$\dfrac{e}{m}$は1.76×10^{11}C/kgであった。

② 金属板間を通過中この電子が受ける加速度の方向と大きさをm,e,Eで表せ。

③ この電子が金属板間を通過するのにかかる時間をl,v_0で表せ。

④ v_x、v_yをl、v_0、e、E、mで表せ。

⑤ y_1をl、v_0、e、E、mで表せ。

⑥ 三角形の相似に目をつけて、$v_x : v_y$をL、y_2で表せ。

⑦ y_2をL、l、v_0、e、E、mで表せ。

⑧ yをL、l、v_0、e、E、mで表せ。

⑨ 比電荷$\frac{e}{m}$をy、L、l、v_0、Eで表せ。

141．ミリカンの実験

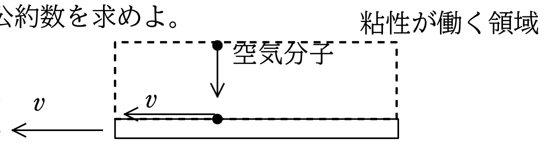
(1)<数学> 自然数A,Bの最大公約数をG、最小公倍数をLとし、a,bを自然数として$A=aG$、$B=bG$が成り立っているとき、以下を証明せよ。

① $AB=GL$

② $A-B$とAの最大公約数はGである。

③ $A-B$とBの最大公約数はGである。

④ ②③の結果を用いて697と1107の最大公約数を求めよ。



(2) 空気中でゆっくり厚さの無視できる板状物体を動かすと物体周辺の空気分子はその粘性（分子間力）により物体表面に密着し物体とともに動くことになる。

離れたところに存在する空気分子が移動物体に接近する場合を考えよう。粘性によって空気分子が動かされる領域を物体表面からの距離がd以下の領域とし、空気分子は速さuで直角方向に物体表面に接近するとき、接近するにつれ左向きに加速され、物体表面に到達した瞬間の右向きの速さがvであった考える。このとき、空気分子を加速した力の反作用が物体にはたらく空気抵抗と考える。これに関して以下の問いに答えよ。

① この空気分子が粘性が働く領域に入ってから物体表面に達するまでの時間tをd,uで表せ。

② 空気分子の加速度が左向きに一定であると仮定して加速度の大きさをv,d,uで表せ。

③ 空気分子の質量をmとするとき、空気分子にかかる力の大きさをm,v,d,uで表せ。

④ 粘性がはたらく領域の空気分子がN個であるとして、この物体に作用する粘性による抵抗力の大きさをN,m,v,d,uで表せ。

⑤ 動いている物体の粘性による抵抗は物体の速さに比例していることを示せ。

解説

(1) ①

$A=aG$、$B=bG$でGが最大公約数なので、aとbは互いに素である。

最小公倍数LはA、Bどちらでも割り切れる最小の自然数を表すので、abGとなる。$L=abG$

よって、$AB=abG^2=LG$

② $A-B=(a-b)G$でありaとbは互いに素なので、$a-b$とaも互いに素である。

よって、 $(a-b)G$とaGの最大公約数はGとなる。

③ ②と同様にして$(a-b)G$とbGの最大公約数はGとなる。

④ 二つの自然数の差も中に最大公約数を含むので差を計算すればよい。

$1107-697=410$

この最大公約数は697と410の最大公約数と同じである。同様の操作をすると、

$697-410=287$

この最大公約数は287と410の最大公約数と同じである。同様の操作をすると

$410-287=123$

この最大公約数は287と123の最大公約数と同じである。同様の操作をすると

$287-123=164$

$164-123=41$

この最大公約数は41と123の最大公約数と同じである。$123=41\times3$なので、

最大公約数は41となる。

(2) ① $t=\frac{d}{u}$

② 時間tの間に速度がvになるのであるから、$v=at$が成立するので、

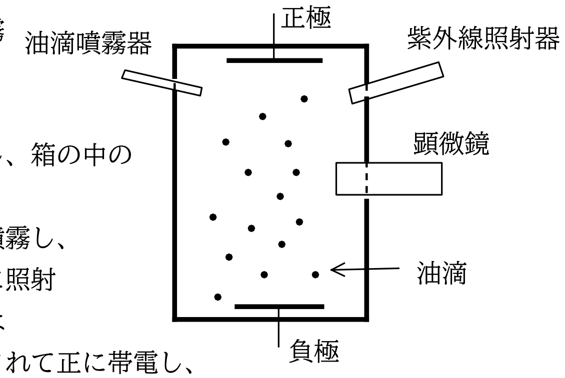
$a=\frac{v}{t}=\frac{u}{d}v$

③ $f=ma=\frac{mu}{d}v$

④ 空気抵抗は空気分子を加速する力の反作用と考えられるので、$N\frac{mu}{d}v$

⑤ ④式より空気抵抗はvに比例するといえる。

(3)　右図のような密封された箱を用意し、その箱に油滴噴霧器、紫外線照射器、顕微鏡を取り付け、箱の上部に正極下部に負極の電気極版を設置し、箱の中の電場が一様になるようにした。



油滴噴霧器で箱の中に油滴を噴霧し、紫外線照射器で紫外線を油滴に照射する。紫外線があたった油滴は

ある油滴は電子が弾き飛ばされて正に帯電し、またある油滴は飛ばされた電子が付着して負に帯電する。帯電量は電気素量の整数倍のはずである。その帯電した油滴に電場をかけたときの油滴の運動状態を顕微鏡で観察して電気素量を測定する実験を行った。油滴には油滴の速度vに比例する空気抵抗力kv（kは比例定数）がはたらいているものとし、重力加速度の大きさをg、電気素量をeとして、以下の問いに答えよ。

実験　Ⅰ

箱内に油滴を噴霧しそのまま落下する油滴を顕微鏡で観察した。油滴の直径と油の密度から油滴の質量がmであることがわかり、油敵は一定の速度v_0で下降していた。

①　油滴に作用している重力の大きさはいくらか

②　油滴が一定の速度で降下していることから判断して空気抵抗係数kをm,g,v_0で表せ。

実験Ⅱ

噴霧した油滴に紫外線を照射し、電場Eをかけた。油滴を観察すると、一定の速さvで上向きに上昇していた。

油滴の帯電量をneとする。

③　油滴に作用しているクーロン力の大きさをn,e,Eで表せ。

④　油滴に作用している空気の抵抗力の方向と大きさをk,vで表せ。

⑤　neをE,v,m,g,v_0で表せ。

実験結果

複数の油滴に関して同様な実験を行い。各油滴のneの値を測定すると、以下の値であった。いずれも$\times 10^{-19}$Cである。

a＝8.03、b＝12.80、c＝9.59、d＝4.78、e＝6.43

⑥　実験値を小さい順に並べよ。

⑦　隣の数値との差（階差）を計算せよ。

⑧　階差を見ることにより電気素量の値を有効数字2桁で推定せよ。

⑨　a～eの各値はeの何倍か

⑩　a～eの各値の和はいくらか

⑪　a～eの各値の和は電気素量の何倍か

⑫　電気素量の値を有効数字3桁で計算せよ。

(3)　①　mg

②　油滴は等速なので、力がつりあいの状態にある。$kv_0=mg$

よって、$k=\dfrac{mg}{v_0}$

③　neE　④　上向きに動いているので下向きにkv

⑤　力のつりあいより

$neE=kv+mg$

$$ne=\frac{kv+mg}{E}=\frac{\frac{mg}{v_0}v+mg}{E}=\frac{mg}{E}\frac{v+v_0}{v_0}$$

⑥　4.78、6.43、8.03、9.59、12.80

⑦　6.43－4.78＝1.65　　8.03－6.43＝1.60

9.59－8.03＝1.56　　12.80－9.59＝3.21

⑧　12.80－9.59＝3.21は1.6の2倍程度と考えられるので1.6

⑨　a＝8.03＝5e、b＝12.80＝8e、c＝9.59＝6e、d＝4.78＝3e、e＝6.43＝4e

⑩　4.78＋6.43＋8.03＋9.59＋12.80＝41.63

⑪　5e＋8e＋6e＋3e＋4e＝26e　26倍

⑫　26e＝41.63

これより、$e=\dfrac{41.63}{26}=1.60$　　1.60×10^{-19}C

トムソンの実験により比電荷$\dfrac{e}{m}$は1.76×10^{11}C/kgであることがわかっているので、

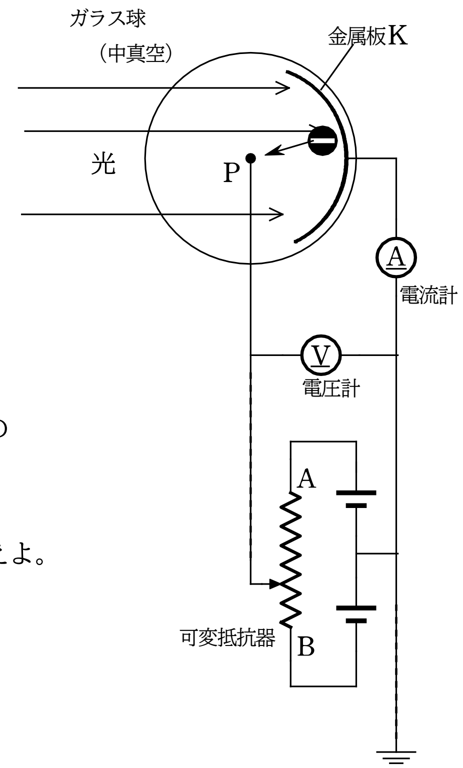
ミリカンの実験より電子の質量が9.11×10^{-31}kgであることが求められた。

142.　光電効果

光の粒子性と波動性の関係を調べるために光電効果の実験を行った。

透明で真空のガラス球の中にNa金属の金属板Kを図のように設置し球の中央に金属小球Pを設置した。金属板Kは電流計を介してアースし、金属球Pは図のよう電圧Vの直流電源2つと可変抵抗器に接続し、金属板Kと金属球Pの間には電圧計を接続した。

この装置のガラス球内の金属板Kに向けていろいろな光を照射し、その時の電流計と電圧計の目盛りを読むことで、光の波動性と粒子性の関係を調べることができる。



(1)　この実験装置に関して以下の問いに答えよ。

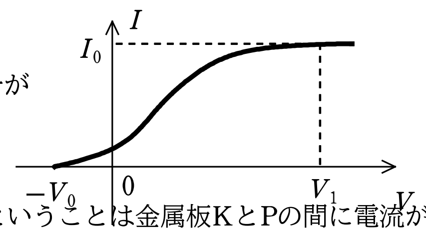
①　可変抵抗器の接点をAにした時とBにしたときの電圧計の読みはいくらになるか。Vで答えよ。電圧計はアースしている側にマイナス端子を取り付けてある。

②　金属板Kの電位はいくらか

③　可変抵抗器の接点をAにした時とBにしたときのP点の電位はそれぞれいくらかVで答えよ。

(2)　ガラス球内の金属板Kに向けてある波長の単色光をあて、可変抵抗器の接点をA端からゆっくりとB端の方へ移動させ、その時の電圧計と電流計の読みをグラフにすると、下の図のようになった。

電圧計の電圧V_1のとき電流計がI_0を示し、電圧計が$-V_0$のとき、電流が0になった。



①　電流計に電流が流れるということは金属板KとPの間に電流が流れたことになるが。なぜ電流が流れたのかを説明した下の文章の（）に適語を入れよ。

光子が金属板K内の（　ア　）に当たると、自由電子は光子から（　イ　）を得て金属から飛び出し、正電極Pに引かれて（　ウ　）から（　エ　）の方に電子が移動し、電流が（　オ　）から（　カ　）の方へ流れる。

②　電圧がV_1のとき、金属板Kから金属球Pに向けて飛んだ自由電子は毎秒何個か。電気素量をeとして、e, I_0で答えよ。

③　光子がぶつかった電子がすべて飛び出したとすると、金属板Kにぶつかった光子の数は何個と考えられるか。

解説

(1)　①　A：V　B：$-V$　②　0V　③　A:V　B:$-V$

(2)　①　ア：自由電子　イ：運動エネルギー　ウ：Kエ：P　オ：P　カ：K

②　電流は1秒間の電気量なので、電子数は　$\dfrac{I_0}{e}$

③　光子が電子にぶつかって電子が飛び出すので、電子数と同じ　$\dfrac{I_0}{e}$

④　運動エネルギー

⑤　金属板KからPの方へ電子が飛ぶので、電流はP→K

⑥　金属板から飛び出した自由電子は金属球が負極なのでクーロン力が電子の進行方向と逆に作用するので、P点に近づくにつれて運動エネルギーを失う。$-V_0$は最低電圧なので、Pに到達した電子の持つ運動エネルギーは0である。電子はクーロン力によりeV_0のエネルギーを失っているので、金属板を飛び出した瞬間の電子の持つ運動エネルギーは、eV_0である。

(3)　①　単振動している媒質の持つエネルギーが$\frac{1}{2}kA^2$で表されるので、波動において振幅の２乗がエネルギーになる。光の強さが２倍になるとエネルギーが２倍になったと考えられるので、振幅は$\sqrt{2}$倍になったと考えられる。
（振幅の２乗が波動エネルギーである）

②　電流が２倍になっているのは飛び出した電子数が２倍になったことを意味している。２倍

③　電子数が２倍になったので、光子数が２倍になったと考えられる。　２倍

④　光子数と運動エネルギーは比例すると考えられるので、①より、
「光の振幅の２乗が光子数を意味している」ことになる。

⑤　光の強さが２倍になっても、飛び出す電子の数が２倍になるのみで、電子の運動エネルギーは元のままである

⑥　振幅の２乗が波動エネルギーである

⑦　0

(5)　①　$E' = h\nu - W$　②　仕事関数　金属面から飛び出すのに必要なエネルギー

③　ア：種類　イ：エネルギー　ウ：運動エネルギー

④　$E' = h\nu - W$より$0 = h\nu_0 - W$　よって、$W = h\nu_0$

⑤　プランク定数

⑥　$E = h\nu$

⑦　ア：光子数（正確には振幅²が光子数）
イ：運動エネルギー

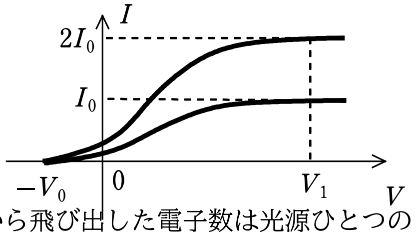
④　電圧計の読みが0のとき電流が流れているが、これはなぜか。下の説明文の（）に適語を入れよ。

金属板Kから飛び出したとき電子が（　　　）を持っているので、そのまま金属球Pに到達するため。

⑤　金属球Pが負電極になったときも電流が流れているが、電流はK→P、P→Kのどちら向きに流れているか

⑥　電圧$-V_0$のとき電流が0になっているが、このとき到達した電子が金属板Kを飛び出した瞬間に持っていた運動エネルギーはいくらか。e,V_0で表せ。

(3)　(2)で当てた単色光の強さを2倍（光源を二つ）にして同じ実験をした。実験結果が下のグラフである。これに関して以下の問いに答えよ。



①　ばね定数kのばねの単振動における力学的エネルギーは振幅をAとすると、$\frac{1}{2}kA^2$で表される。これを元に光の強さが2倍になったとき、光の振幅は何倍になったと考えられるか。

②　グラフを見て、光源を二つにしたときの金属板から飛び出した電子数は光源ひとつの場合の何倍か。

③　グラフを見て、光源を二つにしたときの1秒間当たりの光子数は光源ひとつの場合の何倍か。

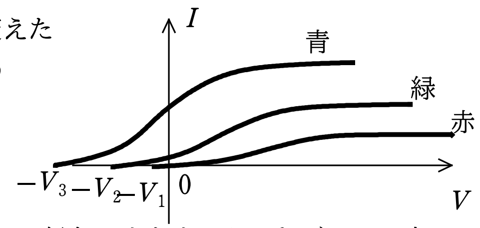
④　1秒間当たりの光子数と、光の振幅との間にはどのような関係があると考えられるか。

⑤　電流が0になるときの電圧は光源を二つにしても、ひとつのときと変わらなかった。これから飛び出した電子の運動エネルギーが光源が二つのときと、一つのときとでどのような関係があることがわかるか

⑥　光の振幅と光子数にはどのような関係があることがわかるか。

⑦　光の振幅が0のとき、光子数はいくらか

(4)　右は(2)で当てた単色光の色（振動数）を変えた赤、緑、青の光を当てた場合の電圧と電流の関係を表したグラフである。(3)では変化しなかった電流が0になるときの電圧が変化していた。



赤い光を当てたとき電流が0になる電圧が$-V_1$、緑色の光を当てたときが$-V_2$、青のときが$-V_3$であった。

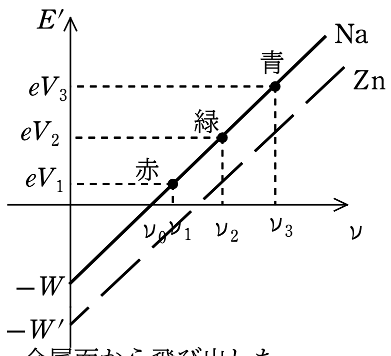
振動数と最低電圧(金属を飛び出した直後の電子の運動エネルギー)の関係を調べるた

めに縦軸に飛び出した直後の電子の運動エネルギー、横軸に光の振動数をグラフにしたのが右図である。

グラフ上の3点は直線状に並んでおり、この直線は切片が$-W$、横軸との交点がν_0である。グラフの傾きがhであった。

次に金属板をNaからZnに変更して同じ実験をしたところ右の破線のグラフになり、切片が$-W'$、傾きがhであった。

これに関して以下の問いに答えよ。



① 金属板をNaにしたとき、光の振動数がνのとき、金属面から飛び出した電子の運動エネルギーE'をh, W, νで表せ。

② Wは何というか、また、何のエネルギーか

③ Na金属板からZn金属板に変えたとき、切片は変化したが、傾きは変わらなかった。このことからわかることを書いた下の文章の（）に適語を入れよ。

Na金属板からZn金属板に変更したとき、切片は変化したが、傾きは変化していない。このことは切片は金属の（　ア　）による定数であることを意味し、傾きは金属に関係のない定数であることを意味している。切片は自由電子が金属面から飛び出すのに必要な（　イ　）であり、$h\nu$は光子の持つ（　ウ　）を意味している。

④ ν_0は限界振動数という。Wをh, ν_0で表せ。

⑤ hはなんと呼ばれる定数か

⑥ 光子1個の持つ運動エネルギーをh, νで表せ。

⑦ 波動の性質における次の要素は粒子の性質における何を意味しているか

ア：振幅　　　　　　　イ：振動数

143. コンプトン効果（光の運動量）

(1) ある質量mの物体に力を加えて一定の加速度で加速した。時間t後の速度をvとし、微小時間dtに速度がdv大きくなったとして、運動量と運動エネルギーの関係について以下の問いに答えよ。

① 加速度の大きさをdv, dtで表せ。

② 時間t後の運動量をm, vで表せ。

③ 時間t後の運動エネルギーはいくらか

④ 時間tから微小時間dtの間に運動エネルギーはいくら増加しているか。増加量をdEとする。

⑤ 運動エネルギーの速度に対する変化率（運動エネルギーを速度で微分したもの）は何を意味するか。

⑥ 運動量を速度で積分すると何を意味するか

解説

(1) ① $\dfrac{dv}{dt}$ ② mv ③ $\dfrac{1}{2}mv^2$

④ $dE=\dfrac{1}{2}m(v+dv)^2-\dfrac{1}{2}mv^2=mvdv+\dfrac{1}{2}mdv^2=mvdv$

$\dfrac{1}{2}mdv^2$はあまりに微小なために0と考えてもよい。

⑤ ④より $\dfrac{dE}{dv}=mv$

運動エネルギーを速度で微分すると運動量になる。

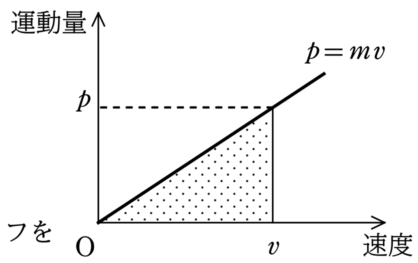
⑥ 微分と積分は逆演算なので、運動量を速度で積分すると運動エネルギーを意味することになる。

(2) ① m ② $\dfrac{1}{2}mv^2$ ③ 運動エネルギー

④ 上のグラフと同じ面積なので、運動エネルギー

⑤ 運動エネルギー

(2)　(1)の状態を横軸を速度、縦軸を運動量とすると、右のようなグラフになる。
これに関して以下の問いに答えよ。

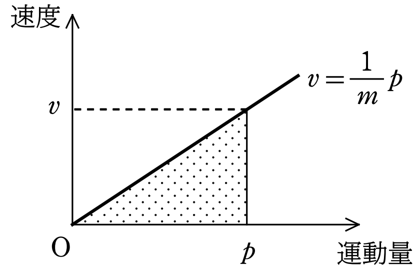


①　グラフの傾きは何を意味しているか

②　グラフ下の面積（網掛け部分）をm,vで表せ。

③　グラフ下の面積は何を意味しているか。

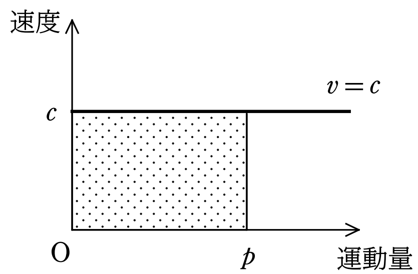
・ 右のグラフの縦軸と横軸を入れ替えたグラフを描いてみると下のようになる。



④　このグラフでグラフ下の面積（網掛け部分）は何を意味しているか

・ 通常粒子は運動量が大きくなるにつれて速度が大きくなる。光子は物体表面から放出された瞬間から光速度であり、光子にエネルギーを加えても振動数が高くなるのみであり、光速度は一定である。

この状態をグラフの表すと下のようになる。
ここで、cは光速度である。



⑤　グラフ下の面積（網掛け部分）は何を意味しているか

⑥　光子の運動エネルギーをE、運動量をpとするとき、Eをp,cで表せ。

⑦　光子の振動数をν、プランク定数をhとするとき、Eをh,νで表せ。

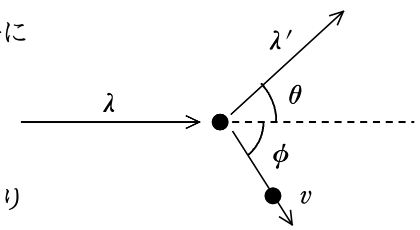
⑧　光の波長をλとするとき、光速度cをλ、νで表せ。

⑨　Eをh,λ,cで表せ。

⑩　pをh,ν,cで表せ。

⑪　pをh,λで表せ。

(3)　質量mの静止している自由電子に波長λのX線がぶつかり電子はX線の入射方向よりϕずれた方向に速さvで飛び去りX線は波長λ'になって入射方向よりθずれた方向に放射された。この現象をコンプトン効果という。プランク定数をh、光速度をcとして、以下の問いに答えよ。



①　X線の衝突前後の運動エネルギーをh,c,λ,λ'で表せ。

②　衝突後の電子の運動エネルギーはいくらか。m,vで表せ。

③　X線と電子の衝突においてエネルギー保存則が成立している。エネルギー保存則の式をたてよ。

⑥　面積なので、　$E=pc$

⑦　$E=h\nu$　⑧　$v=f\lambda$より、$c=\nu\lambda$

⑨　⑦⑧より　$E=\dfrac{hc}{\lambda}$

⑩　⑥より　$p=\dfrac{E}{c}=\dfrac{h\nu}{c}$

⑪　⑩⑧より　$p=\dfrac{h}{\lambda}$

(3)　①　衝突前　$\dfrac{hc}{\lambda}$　衝突後　$\dfrac{hc}{\lambda'}$

②　$\dfrac{1}{2}mv^2$

③　$\dfrac{hc}{\lambda}=\dfrac{hc}{\lambda'}+\dfrac{1}{2}mv^2$

④　衝突前　水平方向　$\dfrac{h}{\lambda}$　鉛直方向　0

衝突後　水平方向　$\dfrac{h}{\lambda'}\cos\theta$　鉛直方向　$\dfrac{h}{\lambda'}\sin\theta$

⑤　水平方向　$mv\cos\phi$　鉛直方向　$-mv\sin\phi$

⑥　水平方向　$\dfrac{h}{\lambda}=\dfrac{h}{\lambda'}\cos\theta+mv\cos\phi$

鉛直方向　$0=\dfrac{h}{\lambda'}\sin\theta-mv\sin\phi$

⑦　$mv\cos\phi=\dfrac{h}{\lambda}-\dfrac{h}{\lambda'}\cos\theta$

$mv\sin\phi=\dfrac{h}{\lambda'}\sin\theta$

$m^2v^2=m^2v^2\sin^2\phi+m^2v^2\cos^2\phi$

$=\left(\dfrac{h}{\lambda}-\dfrac{h}{\lambda'}\cos\theta\right)^2+\left(\dfrac{h}{\lambda'}\sin\theta\right)^2$

$=\dfrac{h^2}{\lambda^2}+\dfrac{h^2}{\lambda'^2}-\dfrac{2h^2}{\lambda\lambda'}\cos\theta$

⑧　⑦より　$mv^2=\dfrac{h^2}{m}\left(\dfrac{1}{\lambda^2}+\dfrac{1}{\lambda'^2}-\dfrac{2}{\lambda\lambda'}\cos\theta\right)$

これを③に代入すると

$\dfrac{hc}{\lambda}=\dfrac{hc}{\lambda'}+\dfrac{h^2}{2m}\left(\dfrac{1}{\lambda^2}+\dfrac{1}{\lambda'^2}-\dfrac{2}{\lambda\lambda'}\cos\theta\right)$

⑨　$\dfrac{hc}{\lambda}-\dfrac{hc}{\lambda'}=\dfrac{h^2}{2m}\left(\dfrac{1}{\lambda^2}+\dfrac{1}{\lambda'^2}-\dfrac{2}{\lambda\lambda'}\cos\theta\right)$

$\dfrac{hc}{\lambda\lambda'}(\lambda'-\lambda)=\dfrac{h^2}{2m}\left(\dfrac{1}{\lambda^2}+\dfrac{1}{\lambda'^2}-\dfrac{2}{\lambda\lambda'}\cos\theta\right)$

④　衝突前後のX線の運動量の水平成分、鉛直成分をそれぞれ、$h,\lambda,\lambda',\theta$で表せ。

⑤　衝突後の電子の運動量の水平成分と鉛直成分をそれぞれ、m,v,ϕで表せ。

⑥　衝突前後において運動量保存則が成立している。水平方向と、鉛直方向に関して運動量保存の法則により式をたてよ。

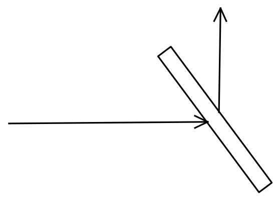
⑦　⑥式を計算することによりm^2v^2を$h,\lambda,\lambda',\theta$で表せ。（$\sin^2\phi+\cos^2\phi=1$）を用いよ。

⑧　⑦式を利用して③式よりvを消去せよ。

⑨　⑧式で$\Delta\lambda=\lambda'-\lambda$、$\lambda\fallingdotseq\lambda'$とおいて、簡略化し、$\Delta\lambda$を$m,c,h,\theta$で表せ。

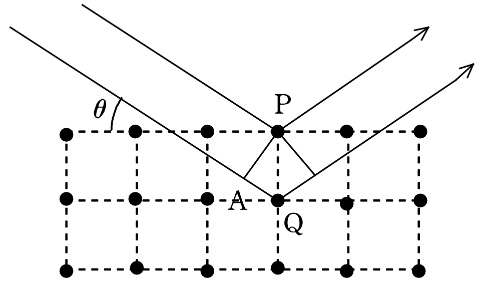
　　$\lambda^2=\lambda\lambda'=\lambda'^2$とおいてよい。

⑩　アルミ箔に波長1.0×10^{-10}mのX線を入射させたところ、直角方向に放射された。$h=6.6\times10^{-34}$Js、$m=9.0\times10^{-31}$kg、$c=3.0\times10^{8}$m/sとして、直角方向に放射された光の波長はいくらか。



144．フラッグ反射

(1)　格子間隔dの格子に水平より角度θの方向より波長λのX線を入射させた。角度θを調整することによって反射したX線の干渉を観察することができる。原子PからQに入射するX線の斜線にPから垂線を下ろしその足をAとする。これに関して以下の問いに答えよ。



①　∠QPAをθで表せ。

②　距離AQをd,θで表せ。

③　原子Pに入射した光とQに入射した光の経路差をd,θで表せ。

④　mを整数としてP、Qに入射したX線が強めあう条件式をたてよ。

・　$0°<\theta<90°$の範囲でθを徐々に大きくしていったところ$\theta=30°$で最初に強めあった。

⑤　このX線の波長はいくらか。

⑥　次に強めあう角度θは何度か

(2)　(1)と同じ格子に対して、電子線を照射したところ、(1)と同じような干渉が起こった。これに関して以下の問いに答えよ。

①　電子線で干渉が起こるということは電子がどのような性質を持っていることを意味しているか。

②　電子線の波長はいくらか。dで表せ。

③　光子の運動量$\dfrac{h}{\lambda}$がそのまま、電子に関しても成立すると仮定して、電子の波長λをm,v,hで表せ。（mは電子の質量、vは電子の速度）

④　光子の運動量の式を電子に適合すると実験値と一致するが、光子の運動エネルギーの式は適合しない。この理由を説明した、以下の文章の（）に適語を入れよ。

$\lambda^2=\lambda\lambda'=\lambda'^2$を用いて簡略化すると

$$hc\Delta\lambda=\frac{h^2}{m}(1-\cos\theta)$$

よって、　$\Delta\lambda=\dfrac{h}{mc}(1-\cos\theta)$

⑩　$\Delta\lambda=\dfrac{h}{mc}(1-\cos\theta)=\dfrac{6.6\times10^{-34}}{9.0\times10^{-31}\times3.0\times10^{8}}(1-\cos90°)=2.4\times10^{-12}$m

よって、　$\lambda'=100\times10^{-12}+2.4\times10^{-12}=9.8\times10^{-11}$m

この実験により⑨式が正しいことが立証され、光の運動量が$\dfrac{h}{\lambda}$で表されることが確認された。

解説

(1)　①　θ　②　$d\sin\theta$　③　$2d\sin\theta$　④　$2d\sin\theta=m\lambda$

⑤　$\theta=30°$で最初の干渉が起こるので$m=1$である。（$m=0$は$\theta=0°$なので対象外）

$2d\sin30°=\lambda$　これより、$\lambda=d$

⑥　次に強めあうのは$m=2$なので、　④式に⑤を代入して、$2\lambda\sin\theta=2\lambda$

$\sin\theta=1$　よって、$\theta=90°$

(2)　①　波の性質を持つ　②　(1)と同じで$\lambda=d$

③　$p=\dfrac{h}{\lambda}$より、$mv=\dfrac{h}{\lambda}$　よって、　$\lambda=\dfrac{h}{mv}$

④　ア：加速　イ：一定

⑤　③より　$v=\dfrac{h}{m\lambda}=\dfrac{h}{md}$

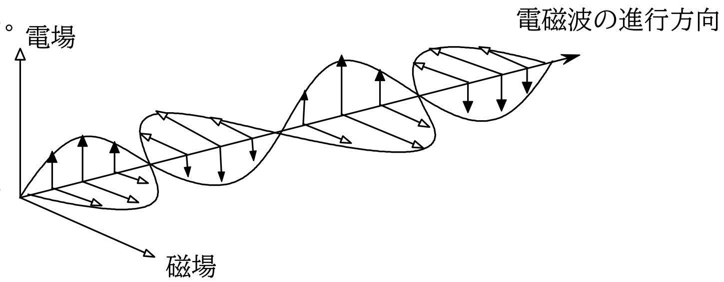
電子はエネルギーを加えると（　ア　）するが、光子はエネルギーを与えても速さが（　イ　）であるために、電子と光子は運動エネルギーの式が本質的に異なるため。

⑤　電子の速度vをd,h,mで答えよ。

145．物質波（箱の中の電子）

(1)　光（電磁波）の伝播の様子を図に書くと右図のようになっている。これは光が波と考えたとき、それを視覚的に表したものである。

光を粒子として考えるとき、以下の問いに答えよ。



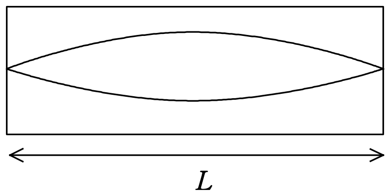
①　振幅（変位）が0のとき、光子は存在するかしないか

②　変位の存在するところに光子が1個あるとすれば、上図では光子は何個あることになるか。

③　波長をλとするとき、光子の大きさ（進行方向の長さ）をλで表せ。

(2)　長さLの箱の中に電子を入れ、水平方向に往復振動させた。電子は波であるから、両端を固定端反射とする定常波ができる。

右図は基本振動ができているときである。電子の質量をm、プランク定数をh、基本振動のときの電子の速さをv_0とし、以下の問いに答えよ。

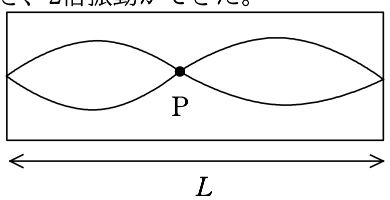


①　電子波の波長はいくらかLで表せ。

②　このときの電子の速度v_0をm,L,hで表せ。

③　電子の運動エネルギーはいくらか。m,L,hで表せ。

・　電子が外部からエネルギーをもらって加速したとき、2倍振動ができた。



④　電子波の波長はいくらか。Lで表せ。

⑤　電子の速度をv_0で表せ。

⑥　外部からもらったエネルギーをm,L,hで表せ。

⑦　外部からもらうエネルギーは光子のエネルギーである。電子は光子のエネルギーを吸収して加速するのである。この光子のエネルギーが⑥より小さいとき、電子はこの光子を吸収できるか

⑧　基本振動の次は2倍振動でありこの間には定常波が存在しない。このことを元に、電子が光子を吸収したときの電子はどのような加速をしたと考えられるか。

⑨　2倍振動の定常波が存在しているとき、電子は往復振動しているが、P点に電子が存在することがあるか

解説

(1)　①　存在しない　②　4個　③　$\dfrac{\lambda}{2}$

(2)　①　$\lambda=2L$

②　$mv=\dfrac{h}{\lambda}$　より、$v_0=\dfrac{h}{m\lambda}=\dfrac{h}{2mL}$

③　$E=\dfrac{1}{2}mv_0{}^2=\dfrac{m}{2}\left(\dfrac{h}{2mL}\right)^2=\dfrac{h^2}{8mL^2}$

④　$\lambda=L$

⑤　$v_0=\dfrac{h}{m\lambda}$で基本振動のときより波長が半分になっているので、速度は2倍　$2v_0$

⑥　速度が2倍なので、運動エネルギーは4倍になる。$\dfrac{h^2}{2mL^2}$である。

よって、もらったエネルギーは　$\dfrac{h^2}{2mL^2}-\dfrac{h^2}{8mL^2}=\dfrac{3h^2}{8mL^2}$

⑦　基本振動と2倍振動の間では定常波が存在しない。よって、光子のエネルギーを吸収できない。

⑧　v_0と、$2v_0$の間の速度は存在しないので、瞬間的に速度が2倍になったと考えられる。

⑨　P点では変位が0なので、電子は存在しない。

⑩　P点を通らずに左右の移動をしている。
→瞬間移動をしていると考える。

⑪　波長は基本振動の$\dfrac{1}{n}$である。$\lambda=\dfrac{2L}{n}$

⑫　波長が$\dfrac{1}{n}$なので、速度がn倍　よって、$v_n=\dfrac{nh}{2mL}$

⑬　$E=\dfrac{1}{2}mv_0{}^2=\dfrac{m}{2}\left(\dfrac{nh}{2mL}\right)^2=\dfrac{n^2h^2}{8mL^2}$

⑭　λが0に近づくので瞬間移動の幅が0に近づく。

$v_n=\dfrac{nh}{2mL}$、$v_{n+1}=\dfrac{(n+1)h}{2mL}$で$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{v_{n+1}}{v_n}=1$から次第に連続的に速度変化するようになる。

以上の点より、次第に連続運動をするようになり粒子の性質が強くなる。

⑩　⑨から判断して電子はどのような移動をしていると判断されるか。

・　電子は次第に加速してn倍振動の定常波を作った。

⑪　電子の波長はいくらか。n,m,L,hで表せ。

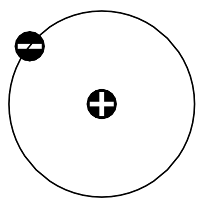
⑫　電子の速度はいくらか。n,m,L,hで表せ。

⑬　電子の運動エネルギーはいくらか。n,m,L,hで表せ。

⑭　$n\to\infty$　となるとき、波動の性質の強かった電子の運動はどのような運動に近づくか。

146.　水素原子

(1)　水素原子は陽子（電気量$+e$）の周りを1個の電子（電気量$-e$、質量m）が等速円運動している原子である。クーロン定数をk、プランク定数をhとして、以下の問いに答えよ。



①　水素原子の半径をrとするとき、陽子と電子の間に作用しているクーロン力の大きさをk,r,eで表せ。

②　電子の向心加速度の大きさを電子の速さをvとするとき、v、rで表せ。

③　電子に関する運動方程式をたてよ。

④　③の方程式で水素原子の半径を決定することができるか

⑤　電子の波長λをm,v,hで表せ。

⑥　電子は円軌道上を回転している。電子は波であるため、複数回転前の波との間で干渉が起きている。定常波ができている場合のみ、変位があるために電子が存在している。定常波ができる条件をr,λ,nで答えよ。（整数をnとする）

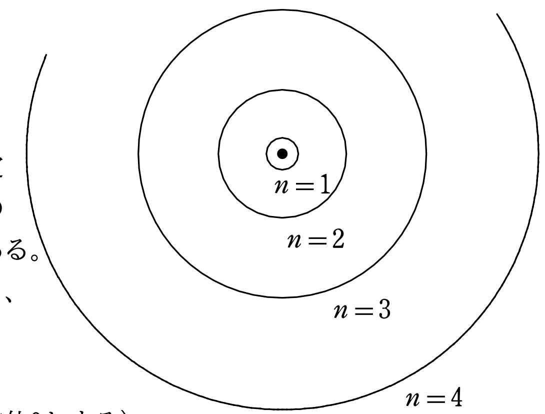
⑦　⑤⑥よりλを消去せよ。（これを量子条件という）

⑧　③⑦よりr、vをe,k,m,h,nで表せ。

⑨　通常状態の水素原子（基底状態という）はnがいくらの軌道を回っているか。

⑩　水素原子の半径をe,k,m,h,nで表せ。

(2)　水素原子の半径は(1)で示された。電子軌道はnの値によって右図のようになっている。各軌道を回るためには電子の持つ力学的エネルギーがある特定の値となっている。これに関して以下の問いに答えよ。使用文字は(1)と共通である。



①　$n=1$のときの軌道半径をr_0とするとき、$n=2,3,4$の電子軌道半径をr_0で表せ。

②　電気量$+e$の点電荷からr離れた点の電位はいくらか。k,e,rで表せ。（∞を電位0とする）

③　原子核からr離れた位置における。電子のクーロン力による位置エネルギーはいくらか。k,e,rで表せ。（$W=qV$を用いよ）

④　電子の速度がvのとき、電子の持つ運動エネルギーをm,vで表せ。

⑤　半径rの軌道上を速度vで電子が公転しているとき、この電子軌道を回る電子の力学的

解説

(1)　①　$F=k\dfrac{e^2}{r^2}$　②　$a=\dfrac{v^2}{r}$　③　$F=ma$より　$k\dfrac{e^2}{r^2}=m\dfrac{v^2}{r}$

④　未知数がr,vの二つあるので決定しない。⑤　$\lambda=\dfrac{h}{mv}$

⑥　円周　$2\pi r$が波長の整数倍であれば、1周回ってきた波と位相が同じになるので波（電子）が存在できる。　$2\pi r=n\lambda$

⑦　$2\pi rmv=nh$

⑧　①より　$k\dfrac{e^2}{r}=mv^2$

⑦を2乗すると、$v^2=\dfrac{n^2h^2}{4\pi^2r^2m^2}$

①　に代入して

$$k\frac{e^2}{r}=m\frac{n^2h^2}{4\pi^2r^2m^2}$$

簡単にして　$r=\dfrac{h^2}{4\pi^2mke^2}n^2$

⑦に代入して

$$v=\frac{nh}{2\pi m}\frac{1}{r}=\frac{nh}{2\pi m}\frac{4\pi^2mke^2}{n^2h^2}=\frac{2\pi ke^2}{h}\frac{1}{n}$$

⑨　$n=1$　（最も内側の軌道を回っている）

⑩　$n=1$を代入して

$$r=\frac{h^2}{4\pi^2mke^2}$$

$\pi=3.14$　$m=9.11\times10^{-31}$kg　$k=9.0\times10^{9}$Nm²/C²

$e=1.60\times10^{-19}$C　$h=6.67\times10^{-34}$Js

を代入すると、　$r=5.3\times10^{-11}$mとなる。

これが水素原子の半径である。

$v=2.2\times10^{6}$m/s$=2200$km/s

これが水素原子の周りを回っている電子の速さである。

(2)　①　(1)⑧よりnの二乗に比例するので、$n=2:4r_0$　$n=3:9r_0$

$n=4:16r_0$

エネルギーはいくらか。k,e,r,m,vで表せ。

⑥　(1)①と(2)⑤式より力学的エネルギーの和E_nをk,e,rで表せ。

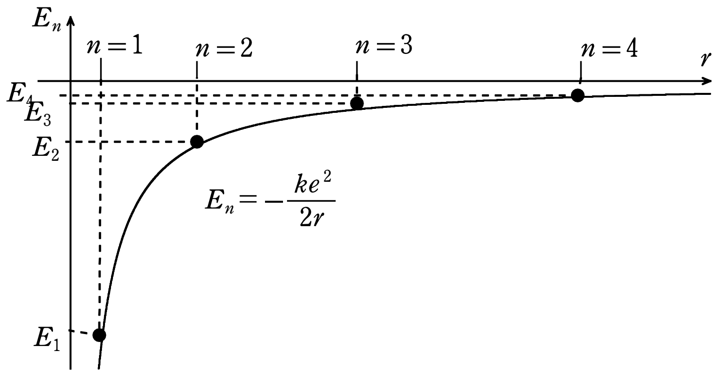
⑦　(1)⑧よりE_nをk,e,n,m,hで表せ。

(3)

右のグラフは縦軸に電子軌道の力学的エネルギーE_n、横軸に軌道半径を取ったものである。軌道の力学的エネルギーは

$E_n=-\dfrac{ke^2}{2r}$で

表される。



横軸の$n=1$～4は各軌道半径を意味している。

（$n=1$はK殻、2はL殻、3はM殻、4はN殻である）

これに関して以下の問いに答えよ。

①　水素原子1molを水素イオンにするためのエネルギーを第一イオン化エネルギーと呼んでいる。アボガドロ数をN_0として水素原子の第一イオン化エネルギーをk,e,m,h,N_0で表せ。

②　原子に外から光が進入すると、その光の運動エネルギーを吸収して高い軌道に電子が移動する。これを励起と呼んでいる。基底状態にある電子が光子のエネルギーを吸収して$n=2$の軌道に励起されたとき、吸収した光子のエネルギーはいくらか。k,e,m,hで表せ。

③　②の光子の波長をk,e,m,h,cで表せ。

④　励起状態になった原子はしばらくすると、エネルギーを光子の形で放出（原子の発光）する。$n=2$で励起されていた原子が基底状態に戻るときに放出した光子のエネルギーをk,e,m,hで表せ。

⑤　④のときの光子の波長をk,e,m,h,cで表せ。

⑥　原子が吸収した光子の波長と放出した光の波長にはどのような関係があるか

⑦　電子がのエネルギーがE_nの状態にある原子が$E_{n'}$になったとき、原子が放出する光の波長をE_n、$E_{n'}$、h,cで表せ。

⑧　電子がnの軌道からn'の軌道に移るとき放出する光の波長をn、n'、k,e,m,h,cで表せ。

⑨　$\dfrac{1}{\lambda}=R\left(\dfrac{1}{n'^2}-\dfrac{1}{n^2}\right)$で波長を表すときの$R$をリュードベリ定数という。リュードベリ定数を$n$、$n'$、$k,e,m,h,c$で表せ

②　$V=\dfrac{kQ}{r}$より　$V=\dfrac{ke}{r}$

③　電位は＋1Cの電荷を∞から運ぶ仕事であり、クーロンによる位置エネルギーは$-e$の電荷を無限大から運ぶ仕事なので、$W=qV=-\dfrac{ke^2}{r}$

④　$\dfrac{1}{2}mv^2$

⑤　$E_n=\dfrac{1}{2}mv^2-\dfrac{ke^2}{r}$

⑥　運動方程式より　$k\dfrac{e^2}{r}=mv^2$

この式より　$E_n=\dfrac{1}{2}k\dfrac{e^2}{r}-\dfrac{ke^2}{r}=-\dfrac{ke^2}{2r}$

⑦　$r=\dfrac{h^2}{4\pi^2mke^2}n^2$より、$E_n=-\dfrac{ke^2}{2r}=-\dfrac{2\pi^2mk^2e^4}{h^2}\dfrac{1}{n^2}$

(3)　①　原子1個あたりの水素イオンを作るエネルギーは$n=1$にあるときのエネルギーが0以上になればよい。

$$E_1=-\frac{2\pi^2mk^2e^4}{h^2}$$

これを0にするには　$\dfrac{2\pi^2mk^2e^4}{h^2}$のエネルギーを与えるとよい。

第一イオン化エネルギーは1molの原子なので、アボガドロ数をかければよい。

よって、　$\dfrac{2\pi^2mk^2e^4}{h^2}N_0$

数値的には　1.29×10^6J＝1290kJ

②　光子のエネルギーはエネルギー準位の差である。

$E_n=-\dfrac{2\pi^2mk^2e^4}{h^2}\dfrac{1}{n^2}$より

$$E_2-E_1=-\frac{2\pi^2mk^2e^4}{h^2}\frac{1}{2^2}+\frac{2\pi^2mk^2e^4}{h^2}\frac{1}{1^2}=\frac{3}{4}\frac{2\pi^2mk^2e^4}{h^2}=\frac{3}{2}\frac{\pi^2mk^2e^4}{h^2}$$

③　$E=\dfrac{hc}{\lambda}=\dfrac{3}{2}\dfrac{\pi^2mk^2e^4}{h^2}$より、

$$\lambda=\frac{2h^3c}{3\pi^2mk^2e^4}$$

④　②と同様にして$\dfrac{3}{2}\dfrac{\pi^2mk^2e^4}{h^2}$

⑤　③と同様にして$\lambda=\dfrac{2h^3c}{3\pi^2mk^2e^4}$

⑥　③⑤の比較により両者は等しい

147. 水素原子のスペクトル

(1) 水素で満たされた気体中で放電させると、水素原子が光を出す。水素から放出される光をスペクトルに分解して調べたところ右のように4箇所に輝線が見られた。左から$\alpha=656$nm、$\beta=486$nm、$\gamma=434$nm、$\delta=410$nmの波長の光に相当する部分である。図中の色はそのスペクトルの色を示している。リュードベリ定数を$R=1.10\times10^7$（1/m）として、以下の問いに答えよ。

① 原子のn番目の軌道からn'番目の軌道に電子が移動するときに電子から放出される光の波長をλとするとき、$\dfrac{1}{\lambda}$をR,n,n'で表せ。

② $n=3$から$n=2$に電子が落ちた原子から出る輝線は図の$\alpha\sim\delta$のどの輝線か

③ 輝線βは電子がどの軌道からどの軌道に落ちた原子が発光したものか

④ このスペクトル系列の名称を答えよ。

⑤ $n=2$から$n=1$に電子が落ちた場合の輝線は上の図の中には存在しない。これはなぜか、また、どこに存在するのか。そのスペクトル系列の名称を答えよ。

⑥ $n=4$から$n=3$に電子が落ちた場合の輝線も上の図には存在しない。どこに存在するのか。また、そのスペクトル系列の名称を答えよ。

(2) 高熱源から放射された光が水素ガスを通過すると、水素ガスはある特定の波長の光を吸収するので、スペクトルに分けたとき、(1)とは逆に特定の波長の部分が黒くなってい

⑦ $E=\dfrac{hc}{\lambda}=E_n-E_{n'}$ これより $\lambda=\dfrac{hc}{E_n-E_{n'}}$

⑧ $E=\dfrac{hc}{\lambda}=E_n-E_{n'}=-\dfrac{2\pi^2mk^2e^4}{h^2}\dfrac{1}{n^2}+\dfrac{2\pi^2mk^2e^4}{h^2}\dfrac{1}{n'^2}$

$$=\frac{2\pi^2mk^2e^4}{h^2}\frac{n^2-n'^2}{n^2n'^2}$$

よって、$\lambda=\dfrac{h^3c}{2\pi^2mk^2e^4}\dfrac{n^2n'^2}{n^2-n'^2}$

⑨ $\dfrac{1}{\lambda}=R\left(\dfrac{1}{n'^2}-\dfrac{1}{n^2}\right)$と⑧式を比較して

$$\frac{hc}{\lambda}=\frac{2\pi^2mk^2e^4}{h^2}\left(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}\right)$$

より、$\dfrac{1}{\lambda}=\dfrac{2\pi^2mk^2e^4}{h^3c}\left(\dfrac{1}{n'^2}-\dfrac{1}{n^2}\right)$

これよりリュードベリ定数は

$$R=\frac{2\pi^2mk^2e^4}{h^3c}$$

数値的に $R=1.10\times10^7$

解説

(1) ① $\dfrac{1}{\lambda}=R\left(\dfrac{1}{n'^2}-\dfrac{1}{n^2}\right)$

② ①に代入して $\dfrac{1}{\lambda}=1.10\times10^7\left(\dfrac{1}{2^2}-\dfrac{1}{3^2}\right)=0.15\times10^7$

これは $\lambda=656$nmに相当する。よって 輝線α

③ αより少し波長が短いので$n=4$から$n=2$に落ちたものである。

<確認>

$\dfrac{1}{\lambda}=1.10\times10^7\left(\dfrac{1}{2^2}-\dfrac{1}{4^2}\right)=0.21\times10^7$ 、$\lambda=485$nm

④ バルマー系列

⑤ 波長を計算すると、

$\dfrac{1}{\lambda}=1.10\times10^7\left(\dfrac{1}{1^2}-\dfrac{1}{2^2}\right)=0.83\times10^7$ $\lambda=121$nm

この波長は可視光線領域 380nm$<\lambda<$780nm の範囲外である。よって、可視光線のスペクトルには出てこない。

紫外線領域に存在する。

ライマン系列

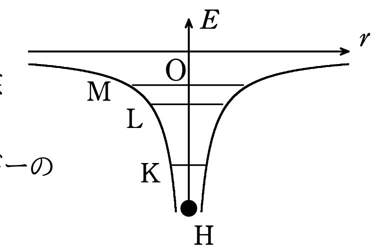
⑥ 波長を計算すると、

$\dfrac{1}{\lambda}=1.10\times10^7\left(\dfrac{1}{3^2}-\dfrac{1}{4^2}\right)=0.0534\times10^7$ $\lambda=1869$nm

る。この線をフラウンフォーファー線という。水素ガスを通過した後のフラウンフォーファー線の波長を可視光線領域で4つ答えよ。（1）を参考にせよ。

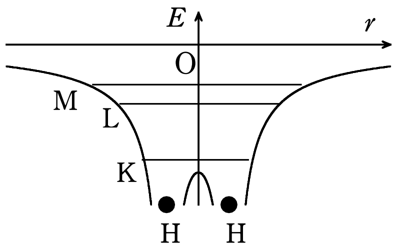
148．半導体

(1)　右のグラフⅠは水素原子の周りの軌道を回る電子の力学的エネルギーと原子核からの距離の関係を表したものである。黒点は水素原子核を意味している。グラフ内の横線はK（$n=1$）,L（$n=2$）,M（$n-3$）殻の各電子軌道のエネルギーの位置を示している。



グラフⅠ

下のグラフⅡは水素分子の力学的エネルギーのグラフである。分子の場合双方の電子軌道が重なっている。これに関して以下の問いに答えよ。



グラフⅡ

・グラフⅠに関して

①　基底状態で電子はK,L,Mどの電子殻に存在しているか

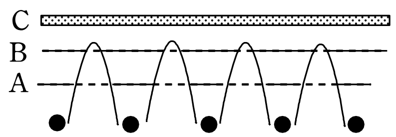
②　K殻のエネルギーは−13.6eVであった。水素原子をイオン化するために必要なエネルギーは何eVか

・グラフⅡに関して

③　グラフⅡのK殻には電子が何個存在しているか

④　この2個の電子はどのように運動しているか。下の文章の（）に適語を入れよ。
K殻が二つの原子核間で（　ア　）になっているために、二つの原子核間を（　イ　）に運動している。

(2)　右図はある結晶体の原子の周りの電子のエネルギー状態を表している。A～Cは電子軌道である。これに関して以下の問いに答えよ



①　すべての電子がA、B軌道に存在しC軌道に存在しない物質はどのような性質を持つ物質か

②　A、B軌道には電子が満たされており、一部の電子がC軌道に存在する物質はどのような性質を持つ物質か

③　C軌道上にある電子の名称を答えよ。

④　B軌道とC軌道のエネルギー差がほとんどない原子ではB軌道上の電子になんらかの

この波長は可視光線領域　380nm＜λ＜780nm　の範囲外である。よって、可視光線のスペクトルには出てこない。

赤外線領域に存在する。

パッシェン系列

(2)　気体が発光した場合は輝線スペクトルになり、高熱の発光体から出た光は連続スペクトルになる。原子が吸収する光の波長と放射する光の波長は同じなので、連続スペクトル内にあるフラウンフォーファー線は輝線の位置と同じである。よって、(1)と同じ

$\alpha=656$nm、$\beta=486$nm、$\gamma=434$nm、$\delta=410$nm

解説

(1)　①　K殻　②　13.6eV（不足分を補えば電子は原子外に出る）
③　2個　④　ア　共通　　イ　自由

(2)　①　不導体　　A,B軌道は各原子ごとに軌道が分断されているために、電子はその原子周辺から移動できない。電流を流しにくい物質である。
②　導体　C軌道上にある電子は軌道が全原子に共通なので、自由に動き回ることができる。そのため、電流を流しやすい物質である。
③　自由電子
④　半導体　通常は不導体であるが外部から何らかのエネルギーが加わったときに自由電子が出てきて導体になる。
⑤　1eV

(3)　①　N型半導体　②　1個　（C軌道にある電子が自由電子である）
③　10個
④　nは電子密度であり、半導体はnが小さくなるので電流が小さくなる。
よって、$P=IV$より、半導体での消費電力が極めて少なくなる。
（半導体のこの性質は電流が流れたかどうかの判断のみを必要とするコンピューター関係で利用できる）

(4)　①　P型半導体　②　正極のある左向き
③　エネルギーが低い状態になるのであるから、エネルギーを放出する。
④　中央のA1原子の正孔が埋まって、右端のA1原子に正孔ができているので、正孔は右に移動したことになる。
⑤　電流は右向き
⑥　N型半導体はP原子の電子1個がC軌道上にあるが、P型半導体はC軌道上には電子が存在しない。よって、N型半導体のほうが少しエネルギーが高い。

(5)　①　1eV

②　$1\text{eV}=e\text{J}=1.6\times10^{-19}=\dfrac{hc}{\lambda}=\dfrac{6.6\times10^{-34}\times3.0\times10^{8}}{\lambda}$

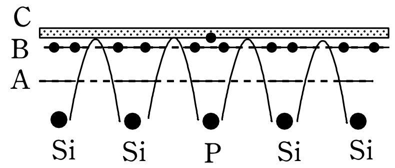
これより　$\lambda=\dfrac{6.6\times10^{-34}\times3.0\times10^{8}}{1.6\times10^{-19}}=1.2\times10^{-6}$m（赤外線）

この波長が可視光線のときLED（発光ダイオード）となる

エネルギーを与えるとC軌道上に飛び出してくる。このような性質を持つ物質をなんというか。

⑤　B軌道とC軌道のエネルギー差が1eVだとすると、この物質が電流を流す性質を持つために電子に与えなければならないエネルギーはいくらか

⑶　右図において電子軌道B、Cは同じエネルギーバンド帯の電子軌道である。Si原子の価電子は4個あるが、図では2個表示してある。P原子の価電子は5個あるが、図では3個表示してある。この図を見て以下の問いに答えよ。



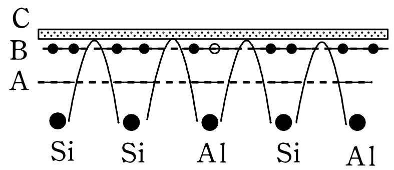
①　このような半導体は何型半導体というか

②　図の状態では、自由電子は何個あるか

③　Cu原子はCu^{2+}イオンになっている。Cu原子5個当たり何個の自由電子があるか。

④　この半導体は原子1個あたりの自由電子数が微小なのが特徴である。自由電子数が少ない物質は電気に関してどのような性質を持つか。公式$I=envS$、$P=IV$を参考にして考えよ。

⑷　右図の半導体はSi原子にAl原子を混ぜたものであるAl原子は価電子が3つあるので中央のAl原子はひとつ、右端のAl原子は2つ表示している。白丸は電子の空席を意味している。図の右側に正極、左側に負極の電圧をかけた。これに関して、以下の問いに答えよ。



①　このような半導体を何型半導体というか

②　右端のAl原子にエネルギーを与えて、1個の電子をC軌道に移した。この電子はどちら向きに動くか。

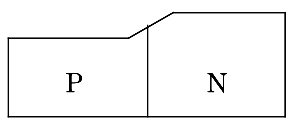
③　C軌道上にある電子は正孔がある位置に来ると、正孔に落ち込む。このとき、電子はエネルギーを放出するか、吸収するか。

④　中央のAl原子の正孔は電子が詰まることにより移動する。どちら向きに移動するか

⑤　電流はどちら向きに流れたことになるか。

⑥　⑶,⑷のP型半導体とN型半導体の最も高いエネルギーの電子軌道のエネルギーはどちらが高いか。

⑸　N型半導体とP型半導体を接合させると、N型のほうがP型よりも電子軌道のエネルギーが少し高い。この状態を表したのが右図である。このような装置をダイオードという。P型とN型のエネルギーの差を1eVとして以下の問いに答えよ。



・　P型半導体の方を正極、N型半導体の方を負極につなぐ。

①　N型半導体の方から流れ込んだ電子がP型半導体に流れるとき、電子はエネルギーを放出する。このエネルギーはいくらか

可視光線は　$0.38\times10^{-6}\mathrm{m}<\lambda<0.78\times10^{-6}\mathrm{m}$

③　落差が1eVであり、低いほうから高いほうへ電子を移動させなければならないので、エネルギーが必要である。その電気エネルギーを得るには1eVの落差であるから、1Vの電圧が必要である。0.5Vでは電流は流れない。

④　電流は流れる。

⑤　②で放出されるエネルギーと等しいエネルギーが吸収される。

よって、$1.2\times10^{-6}\mathrm{m}$

② $E=\dfrac{hc}{\lambda}$、電気素量＝1.6×10^{-19}C、$h=6.6\times10^{-34}$J.s　$c=3.0\times10^{8}$m/sとして、放出される電磁波の波長を求めよ。

・P型半導体のほうに負極、N型半導体の方を正極にした場合

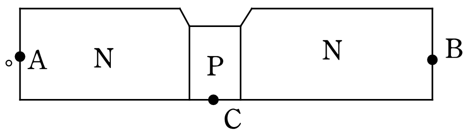
③ ダイオード間の電圧が0.5Vのとき、電流は流れるか。

④ 電流を流すためには何Vの電圧が必要か

⑤ PNその接合部分に光を当てその光のエネルギーで電気を起こすのが太陽電池である。この太陽電池が吸収する光の波長を求めよ。

149. トランジスタ

(1) N型半導体とP型半導体を右図のように接合した。P型半導体の部分は薄くしてある。このような装置をトランジスタという。N型半導体の部分は電子のエネルギーが高く、P型半導体の部分は低い。A端を正極にB端を負極につないだとき、以下の問いに答えよ。



① B端から出た電子はA端まで流れない。どこで止まるか。

② P型半導体には正孔があるために、電子がその正孔に落ち込む。P型半導体全体の電気量は正負どちらになるか。

③ 上図の縦軸は電子のエネルギーである。電子のエネルギーが高い状態は負電荷を帯びている状態であり、エネルギー状態が低い状態では正電荷を帯びている状態になる。P型半導体に電子がたまっている状態のエネルギーはどうなっているか上の図に書き込め。

④ ③の状態になったとき、電流は流れるか流れないか

・C端に正極をつないで、P型半導体にたまっている電子をC端から流した。

⑤ C端の＋電位を高くした場合、P型半導体にたまっている電子は速やかにC端から流れ出す。このとき、A,B間を電流が流れるか、流れないか。

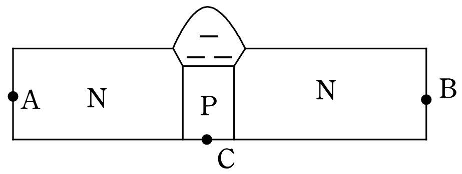
⑥ C端の＋電位を低くした場合P型半導体に電子が若干たまる状態になる。このとき、AB間の電流は流れやすくなるか、流れにくくなるか

解説

(1) ① P型半導体のくぼみに落ち込んでたまる

② P型半導体は正孔はあっても、電気的に中性である。電子が正孔にたまると、P型半導体は負に帯電する。

③ 負電荷であるから山が高くなる。



④ AB間の中央に高い山ができているので流れない。

⑤ 山がなくなるので、電流が流れやすくなる。

⑥ 低い山ができるので、幾分流れる。⑤より流れにくくなる。

(2) ① P型半導体につかまった電子が電流が流れるのを妨げるため、電流は流れない。

② P型半導体にたまった電子がベース電流としてすべて流れ出してしまうので、妨げる要因がないためにトランジスタは抵抗0として考えることができる。

$V=RI$より　$I=\dfrac{10}{1000}=0.01\text{A}=10\text{mA}$

③ ベース電流が0.1mA、コレクタ電流が10mAなので、エミッタには10.1mA流れる。

④ ベース電流とコレクタ電流は比例しているので、ベース電流が半分になるとコレクタ電流も半分になる。よって、5mA

⑤ $5+0.05=5.05$mA

⑥ $\dfrac{10}{0.1}=100$倍

⑦ 0.03mA

⑧ 100倍であるから　3mA

⑨ $I=0.05+0.02\sin\omega t$

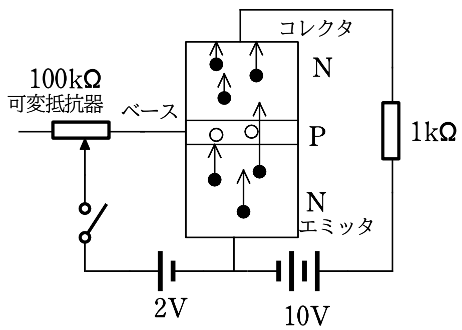
⑩ 100倍になるので、　$I_C=5+2\sin\omega t$

⑪ 電流振幅は100倍になっている

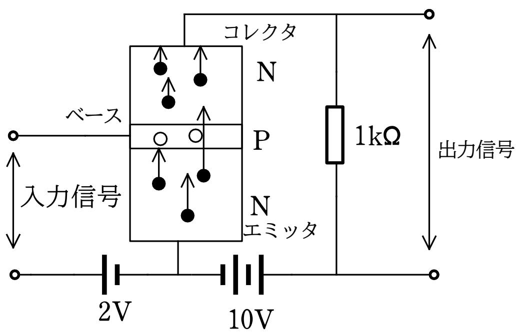
⑵　右図ＩはNPN型トランジスタの特性を確認するための回路である。コレクタとエミッタの間に10Vの直流電源と1kΩの抵抗をつなぎ、エミッタとベースの間に最大100kΩの可変抵抗器とスイッチ、2Vの直流電源をつないだ。

図Ⅱは同じトランジスタでエミッタベース間に入力信号を、エミッタ、コレクタ間に出力信号を取るようにしたものである。トランジスタ自身に内部抵抗はないものとする。

このトランジスタに関して以下の問いに答えよ。



図Ｉ



図Ⅱ

①　図Ｉでスイッチを切った状態でエミッタコレクタ間に流れる電流はいくらか

・ 図Ｉで可変抵抗器の抵抗を0にしてスイッチを入れたとき、ベース電流が0.1mAであったとする。また、ベース電流とコレクタ電流は比例するものとする。

②　コレクタ電流はいくらか

③　エミッタ電流はいくらか

・ 可変抵抗器を調節してベース電流を0.05mAとした。

④　コレクタ電流はいくらか

⑤　エミッタ電流はいくらか

⑥　コレクタ電流はベース電流の何倍の電流か

・ 図Ⅱの入力信号に0.03mAの電流を流した。

⑦　ベース電流はいくらか

⑧　コレクタ電流はいくらか

・ 図Ⅱの入力信号に$I = 0.05 + 0.02\sin \omega t$の電流信号を流した。

⑨　ベース電流はいくらか

⑩　コレクタ電流はいくらか

⑪　電流の振幅は何倍になったか。