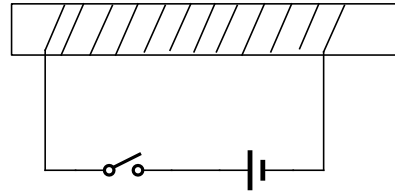


## 自己誘導・相互誘導Ⅱ

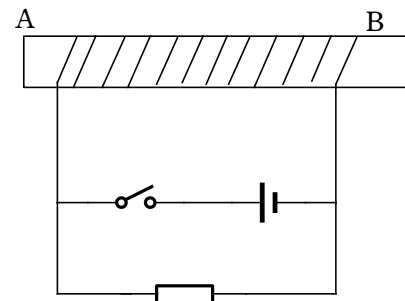
### 106. 自己誘導係数

- (1) 比透磁率 $\mu_r$ の鉄心を入れた、巻密度 $n$ 、断面積 $S$ 、長さ $l$ の様に巻いたコイルがある。電流 $I$ が流れたときのコイル内の磁場の強さは一様に $nI$ で表されるものとする。このコイルに電池とスイッチを右図のように取り付けた。真空透磁率を $\mu_0$ として、以下の問いに答えよ。



- ・コイルに電流 $I$ が流れているとき、
- ① コイル内の磁場の強さを $n, I$ で表せ。
  - ② この鉄心の透磁率を $\mu_r, \mu_0$ で表せ。
  - ③ このコイル内の磁束密度を $\mu_r, \mu_0, n, I$ で表せ。
  - ④ このコイル内の磁束を $\mu_r, \mu_0, n, I, S$ で表せ。
  - ⑤ 磁束を $\phi$ と置くと誘導起電力は微小時間の磁束変化であるから、1巻あたりの誘導起電力は $-\frac{d\phi}{dt}$ とおける。 $N$ 回巻のコイルに生じる誘導起電力を $N, \frac{d\phi}{dt}$ を用いて表せ。
  - ⑥ このコイルの巻き数を $n, l$ で表せ。
  - ⑦ 微小時間 $dt$ 間に電流が微量 $dI$ だけ増加したときの誘導起電力を $\mu_r, \mu_0, n, S, l, \frac{dI}{dt}$ で表せ。
  - ⑧ 自己インダクタンスは1秒間に1Aの電流変化が起こったときの誘導起電力の大きさである。 $\frac{dI}{dt}=1$ の時の誘導起電力の大きさということもできる。⑦に注目して自己インダクタンスを $\mu_r, \mu_0, n, S, l$ で表せ。

- (2) 右図のようなコイルにスイッチと電池を取り付けてスイッチを入れた。自己インダクタンスを20mH (ヘンリー)として以下の問いに答えよ。



- ① 微小時間 $dt$ 間に微量電流 $dI$ 増加したときに自己インダクタンスが $L$ のコイルに生じる誘導起電力の大きさ $V$ を $L, \frac{dI}{dt}$ で表せ。
- ② 電流が1秒間あたり2Aの割合で増加したとき、このコイルの誘導起電力の大きさはいくらか。また、A, Bどちらの電位が高いか。
- ③ しばらくして一定電流となった。このとき、コイルの誘導起電力の大きさはいくらか。
- ④ スwitchを切った瞬間、電流が1秒間あたり3Aの割合で減少した。このとき、コイル

解説

(1) ①  $H = nI$  ②  $\mu = \mu_r \mu_0$  ③  $B = \mu H = \mu_r \mu_0 nI$

④  $\phi = BS = \mu_r \mu_0 nIS$

⑤  $V = -N \frac{d\phi}{dt}$

⑥  $N = nl$

⑦  $V = -N \frac{d\phi}{dt} = -nl \frac{d}{dt} \mu_r \mu_0 nIS = -n^2 l \mu_r \mu_0 S \frac{dI}{dt}$

⑧  $\frac{dI}{dt} = 1$ と置くと $V = -n^2 l \mu_r \mu_0 S$

これより、 $L = n^2 l \mu_r \mu_0 S$

(2) ①  $V = L \frac{dI}{dt}$  (大きさだけであるのでマイナスは考えなくて良い。)

②  $L = 20\text{mH} = 2.0 \times 10^{-2}\text{H} = 0.02\text{H}$

$V = L \frac{dI}{dt} = 0.02 \frac{dI}{dt}$

1秒間に2A電流が増加しているので、 $\frac{dI}{dt} = 2$

よって、 $V = 0.02 \times 2 = 0.04\text{V}$

電流が増加するのを妨げる方向に誘導起電力が生じるので、電流を逆に流そうと誘導起電力が生じる。よって、Aのほうが高い。

③ 一定の電流なので、 $\frac{dI}{dt} = 0$ 。よって、誘導起電力は0

④ 1秒間に3A電流が減少しているので、 $\frac{dI}{dt} = 3$  (符号を考えれば-3)

なので、 $V = 0.02 \times 3 = 0.06\text{V}$

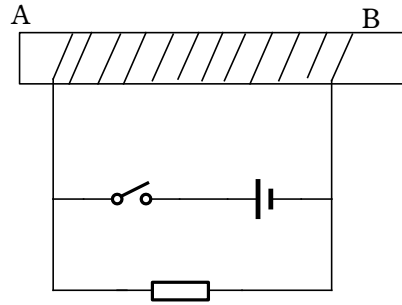
電流の現象を妨げる方向に誘導起電力を生じるので、電流の現象を補うようにBの電位が高くなる。

## 自己誘導・相互誘導Ⅱ

に生じた誘導起電力の大きさはいくらか。また、A,Bのどちらの電位が高いか。

107. コイルにたまるエネルギー

(1) 右図は自己インダクタンス $L$ のコイルに起電力 $E$ の電池とスイッチをつないだものである。



これに関して以下の問いに答えよ。

・ スイッチを入れる前

- ① コイルに流れている電流はいくらか
- ② コイル内に生じている磁束はいくらか
- ③ コイルにたまっているエネルギーはいくらか

・ スイッチを入れた直後

④ AB間の電圧はいくらか

⑤ 微小時間 $dt$ に電流が $dI$ 増加するとき、このコイルの誘導起電力の大きさ $V$ を $L, \frac{dI}{dt}$ で表せ。

⑥  $\frac{dI}{dt}$ を $V, E$ で表せ。

・ 電流が $I$ になった時

⑦ コイルの巻数が $N$ のコイル内の磁束が $\phi$ のとき、このコイルに生じる誘導起電力の大きさは $N \frac{d\phi}{dt}$ で表される。⑤と比較することによりコイル内の磁束 $\phi$ を $L, I, N$ で表せ。

⑧ 電圧 $V$ の電池の正極から電流 $I$ が時間 $t$ 流れ出たとき、電池がした仕事を $I, V, t$ で表せ。

⑨ 電池 $V$ の電池の正極に電流 $I$ が時間 $t$ 流れ込んだとき、電池に増加したエネルギーを $I, V, t$ で表せ。

⑩ 電流が微小時間 $dt$ に電流が $dI$ 増加するとき、このコイルの誘導起電力の大きさ $V$ を $L, \frac{dI}{dt}$ で表せ。

⑪ ⑩のコイルに電流 $I$ が時間 $dt$ だけ流れ込むとき、コイルにたまるエネルギーはいくらか。  $L, I, \frac{dI}{dt}, dt$ で表せ。

⑫ スイッチを入れてからの時間を $t$ とすると、一定電流（最大電流）になるまでの時間は理論上 $\infty$ である。コイルが最大電流になったとき、コイルにたまっているエネルギーを定積分の形で表せ。

⑬ 最大電流を $I_0$ とすると、⑫の $t$ に関する定積分を、 $I$ に関する定積分に置換せよ。

⑭ コイルに電流が $I_0$ 流れているときのコイルにたまっているエネルギーを $L, I_0$ で表せ。

(2) 透磁率 $\mu$ の鉄心を入れた、

解説

(1) ① 0A ② 0Wb ③ 0J

④ 電池と同じで  $E$

⑤  $V = L \frac{dI}{dt}$  (大きさであるからマイナスはつけなくて良い。)

⑥ ④⑤より  $E = L \frac{dI}{dt}$  これより、  $\frac{dI}{dt} = \frac{E}{L}$

⑦ 誘導起電力は  $V = N \frac{d\phi}{dt} = \frac{dN\phi}{dt}$  また、  $V = L \frac{dI}{dt} = \frac{dLI}{dt}$

両式を比較して  $N\phi = LI$

これより  $\phi = \frac{L}{N} I$

⑧  $IVt$  電池は $IVt$ だけエネルギーが失われる。

⑨  $IVt$  電池は $IVt$ だけエネルギーが増える。

⑩  $V = L \frac{dI}{dt}$

⑪ ⑨⑩より  $IL \frac{dI}{dt} dt$

⑫  $0 \leq t \leq \infty$ なので、  $\int_0^{\infty} IL \frac{dI}{dt} dt$

⑬  $0 \leq I \leq I_0$ なので、  $\int_0^{\infty} IL \frac{dI}{dt} dt = \int_0^{I_0} IL dI$

⑭  $\int_0^{I_0} IL dI = L \left[ \frac{I^2}{2} \right]_0^{I_0} = \frac{1}{2} LI_0^2$

(2) ①  $n = \frac{N}{l}$

②  $H = nI = \frac{N}{l} I$

③  $B = \mu H = \mu \frac{N}{l} I$

④  $\phi = BS = \mu \frac{N}{l} IS$

⑤  $V = -N \frac{d\phi}{dt} = -L \frac{dI}{dt}$ なので、  $N\phi = LI$ である。

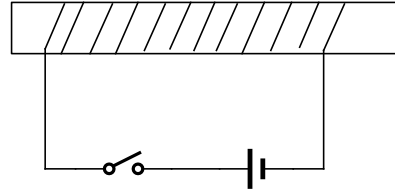
$L = \frac{N\phi}{I} = \frac{N}{I} \mu \frac{N}{l} IS = \frac{\mu N^2 S}{l}$

⑥  $U = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} \frac{\mu N^2 S}{l} I^2$

⑦  $SI$

## 自己誘導・相互誘導Ⅱ

巻数 $N$ 、断面積 $S$ 、長さ $l$ の  
一様に巻いたコイルがある。  
電流 $I$ が流れたときの巻密度 $n$ のコイル内  
の磁場の強さは一様に $nI$ で表されるもの  
とする。



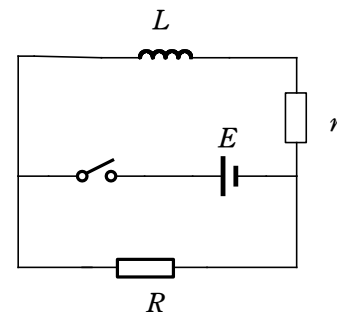
このコイルに電池とスイッチを右図の  
ように取り付けた。以下の問いに答えよ。

- ・ コイルに電流 $I$ が流れているとき、
- ① 巻密度 $n$ を $N, l$ で表せ。
- ② コイル内の磁場の強さを $N, I, l$ で表せ。
- ③ このコイル内の磁束密度を $\mu, N, I, l$ で表せ。
- ④ このコイル内の磁束を $\mu, N, I, l, S$ で表せ。
- ⑤ このコイルの自己インダクタンスを $\mu, N, l, S$ で表せ。
- ⑥ コイルにたまっているエネルギーを $\mu, N, I, l, S$ で表せ。
- ⑦ コイル内の空間の体積を $S, l$ で表せ。
- ⑧ 電流 $I$ を磁場の強さ $H$ と $N, l$ で表せ。
- ⑨ コイル内 $1\text{m}^3$ あたりにたまっているエネルギーを $\mu, H$ で表せ。

### 108. コイルと電流変化

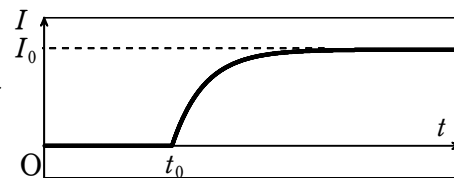
- (1) 自己インダクタンス $L$ のコイルに電気抵抗 $r$   
と $R$ の抵抗、起電力 $E$ の電池及びスイッチを  
右図のように接続した。

時刻 $t_0$ にスイッチを入れたときのコイルを  
流れる電流を時間ごとに調べてグラフにしたの  
が下の図である。スイッチを入れてしばらくす  
ると、一定電流 $I_0$ となった。



これに関して以下の問いに答えよ。

- ・ スwitchを入れた直後
- ① コイルに流れる電流はいくらか
- ② コイルに生じている誘導起電力のおおきさ  
を $E$ で表せ。また、コイルのどちらの電位が  
高いか。



- ③ 右のグラフの傾き $\left(\frac{dI}{dt}\right)$ はいくらか

・ スwitchを入れて十分に時間がたったとき、

- ④ コイルに生じている誘導起電力の大きさはいくらか。
- ⑤ コイルに流れる電流を $E, r$ で表せ。
- ⑥ グラフの傾き $\left(\frac{dI}{dt}\right)$ はいくらか。 $r, L, E$ で表せ。
- ⑦ コイルにたまっている磁気エネルギーはいくらか $L, E, r$ で答えよ。

⑧ ②より  $I = \frac{lH}{N}$

⑨ ⑥⑧より  $U = \frac{1}{2} \frac{\mu N^2 S}{l} \frac{l^2}{N^2} H^2 = \frac{1}{2} \mu H^2 \cdot Sl$

これを体積 $Sl$ で割ると、

$$\frac{1}{2} \mu H^2$$

(コンデンサー内の空間 $1\text{m}^3$ 辺りの静電エネルギーは $\frac{1}{2} \epsilon E^2$ で表される。これと対  
比すると理解しやすい。)

### 解説

- (1) ① 0

② コイルの回路計算をするときは  
コイルを電池と置き換えて考えると良い。  
電流が0になるので、この電池(コイル)  
の電圧は $E$ となる。

③  $V = -L \frac{dI}{dt} = -E$

コイルの電圧の方向は電流の流れている  
ほうを正にとって考えると良い。この場合  
逆電圧がかかっているの電圧は $-E$ となる。

よって、 $\frac{dI}{dt} = \frac{E}{L}$

符号が理解しにくい場合は大ききで考えればよい。

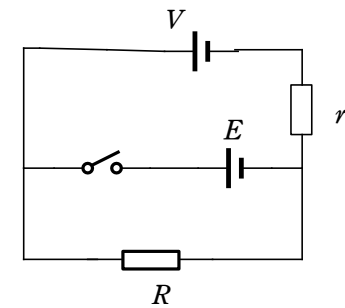
④ 一定電流であるから $\frac{dI}{dt} = 0$ であり、 $V = -L \frac{dI}{dt} = 0$ 。よって、誘導起電力は0V

⑤ 上の回路で $V=0$ として回路計算をすればよい。オームの法則より $E = rI_0$ 。

よって、 $I_0 = \frac{E}{r}$

⑥ 0 ⑦  $U = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{LE^2}{2r^2}$

⑧ 上の回路で電流が $I = \frac{1}{2} I_0 = \frac{E}{2r}$ と考えてキルヒホッフの法則で回路計算すればよ



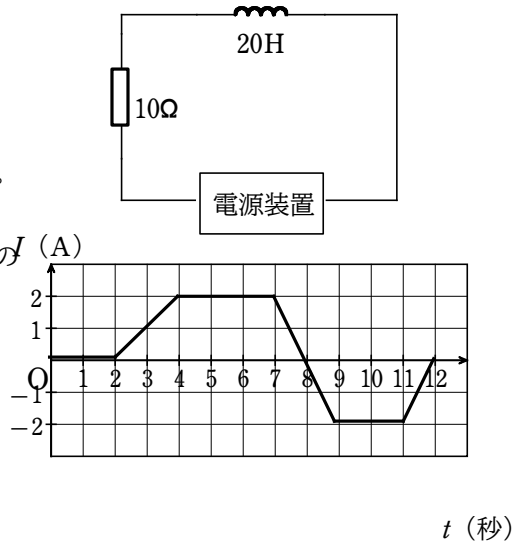
# 自己誘導・相互誘導Ⅱ

・ 電流が $\frac{1}{2}I_0$ になった瞬間

- ⑧ コイルに生じている誘導起電力の大きさはいくらか。Eで答えよ。
- ⑨ グラフの傾きはいくらか。L,Eで答えよ。
- ⑩ コイルにたまっている磁気エネルギーはいくらか。r,L,Eで表せ。

(2) 自己インダクタンス20Hのコイルと

10Ωの抵抗を直列につなぎ電源装置で自由に電流が変えられる右図のような回路を作った。電源装置の電圧を変化させることにより下のグラフのような電流を流した。電流は右回りを正とする。電源装置の電圧は左が正極の場合を正とし、コイルの誘導起電力は右が正極の場合を正とする。



これに関して以下の問に答えよ。

・ t=3の瞬間について

- ① グラフの傾きはいくらか
- ② コイルの誘導起電力はいくらか
- ③ 抵抗を流れている電流はいくらか
- ④ 電源装置の電圧はいくらか。

・ t=5の瞬間について

- ⑤ コイルの誘導起電力はいくらか
- ⑥ 電源装置の電圧はいくらか

・ t=8の瞬間について

- ⑦ コイルの誘導起電力はいくらか
- ⑧ 電源装置の電圧はいくらか

・ 全体を通して

- ⑨  $0 \leq t \leq 12$ の間のコイルの誘導起電力をグラフにせよ。
- ⑩ 電源装置の電圧の変化のグラフを描け。

い。

電圧を一周させると  $E - V - rI = 0$

これより  $V = E - rI = E - r \frac{E}{2r} = \frac{1}{2}E$

⑨ ここは大ききで考えることにする。  $V = L \frac{dI}{dt} = \frac{1}{2}E$  これより、  $\frac{dI}{dt} = \frac{E}{2L}$

⑩  $\frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}L \left(\frac{E}{2r}\right)^2 = \frac{LE^2}{8r^2}$

(2) ① 0.5A/s

②  $V = -L \frac{dI}{dt} = -20 \times 0.5 = -10V$  電流が増加しているのでコイルの左側が正となる。誘導起電力は右が正のときが正なので、この場合は負となる。このことよりこの問題においては計算式の符号がそのまま答えであるということが分かる。

よって、-10V

③ グラフより 1A

④ 抵抗の電圧は、オームの法則より  $10\Omega \times 1A = 10V$

この問題はコイルを電池と見立てると右図の回路の問題となる。

これより、 $V = 0$  0V

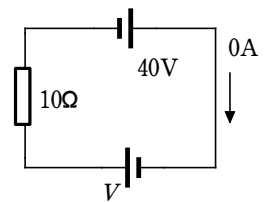
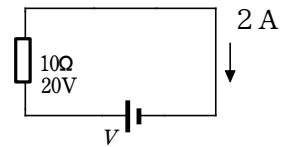
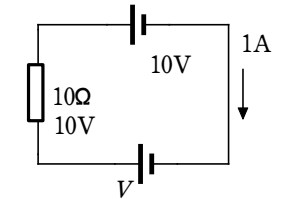
⑤ 傾きが0なので、誘導起電力は0V

⑥ コイルの誘導起電力が0Vなので、コイルを導線と考えればよい。よって、 $V = 20V$

⑦ 傾きが-2A/sなので、誘導起電力は  $V = -20 \times (-2) = 40V$  電流が減少中であるから、右が正極である。

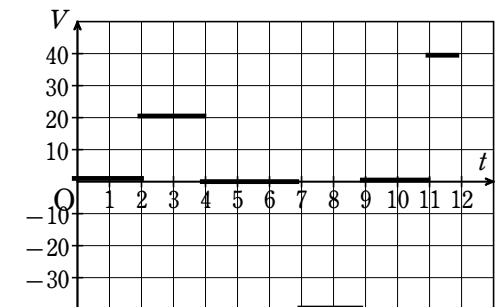
⑧ 右図の回路で考えると良い。

電流が0なので、電源は右が正の40Vつまり-40Vである。



⑨ 誘導起電力  $V = -L \frac{dI}{dt}$

より、グラフの傾きのL=20倍が誘導起電力となる。よって、右のグラフとなる。



109. コイルを切った瞬間

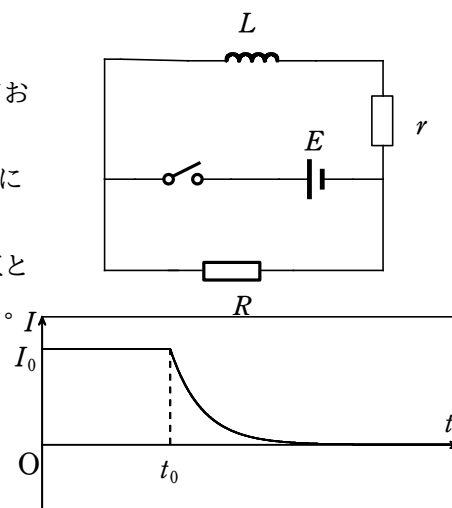
(1) 自己インダクタンス $L$ のコイルと電気抵抗 $r$ と $R$ の抵抗、起電力 $E$ の電池及びスイッチを右のように配線した。最初スイッチが入っており、コイルには一定電流 $I_0$ が流れている。

時刻 $t_0$ にスイッチを切ったところ、コイルに流れた電流は下のグラフのようになった。

コイルの誘導起電力は右側が正極の場合を正とし、コイルを流れる電流は右向きを正とする。

これに関して以下の問いに答えよ。

- ・ スイッチを切る前について
  - ① コイルの誘導起電力はいくらか
  - ② コイルを流れる電流 $I_0$ を $E, r$ で表せ。
- ・ スイッチを切った瞬間
  - ③ コイルを流れている電流はいくらか。 $E, r$ で表せ。



⑩ 各区間ごとに電源電圧を計算すればよい。コイルの誘導起電力を $v$ 、抵抗の電圧を $u$ 、電源電圧を $V$ とすると、キルヒホッフの法則より $V+v+u=0$

これより、 $V=-v-u$

・  $0 \leq t \leq 2$ s のとき、 $I=0$ なので、抵抗の電圧 $u=0$ V、 $v=0$ より、 $V=0$

・  $2 \leq t \leq 4$  のとき、 $I=0.5t-2$ なので、 $u=5t-20$ 、 $v=20$ より、

$$V=-5t+20-20=-5t$$

・  $4 \leq t \leq 7$  のとき、 $I=2$ なので、 $u=20$ 、 $v=0$ より、

$$V=-20$$

・  $7 \leq t \leq 9$  のとき、 $I=-2t+16$ なので、 $u=-20t+160$ 、 $v=-40$ より、

$$V=20t-160+40=20t-120$$

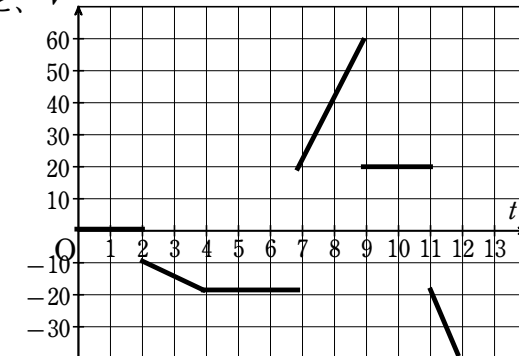
・  $9 \leq t \leq 11$  のとき、 $I=-2$ なので、 $u=-20$ 、 $v=0$ より、

$$V=20$$

・  $11 \leq t \leq 12$  のとき、 $I=2(t-12)$ なので、 $u=20(t-12)$ 、 $v=40$ より、

$$V=-20t+240-40=-2t+200$$

これらをグラフにすると、 $V$



解説

(1) ① 電流変化がないので 0V

② オームの法則より  $I_0 = \frac{E}{r}$

③ 電流変化は必ず連続する。連続しないと  $\frac{dI}{dt}$  が無限大となる。

よって、スイッチを切った瞬間は切る前と同じ電流となる。 $I_0$

④ オームの法則より  $r : rI_0 = E$      $R : RI_0 = \frac{R}{r}E$

⑤ 抵抗に $I_0$ の電流を流すだけの誘導起電力が必要である。よって、④の和となる。

$$E + \frac{R}{r}E = \frac{R+r}{r}E$$

⑥  $V = -L \frac{dI}{dt}$  より、 $\frac{dI}{dt} = -\frac{V}{L} = -\frac{R+r}{r} \frac{E}{L}$

⑦ オームの法則より  $r : \frac{1}{2}rI_0 = \frac{1}{2}E$      $R : \frac{1}{2}RI_0 = \frac{1}{2} \frac{R}{r}E$

## 自己誘導・相互誘導Ⅱ

④ 電気抵抗 $r, R$ にかかる電圧はそれぞれいくらか。 $E, R, r$ で表せ。

⑤ コイルの誘導起電力はいくらか。 $E, R, r$ で表せ。

⑥ 右のグラフの傾き $\frac{dI}{dt}$ はいくらか。 $E, R, r$ で表せ。

・ スイッチを切ってコイルを流れる電流が $\frac{1}{2}I_0$ になった瞬間

⑦ 電気抵抗 $r, R$ にかかる電圧はそれぞれいくらか。 $I_0, R, r$ で表せ。

⑧ コイルの誘導起電力はいくらか。 $E, R, r$ で表せ。

⑨ 右のグラフの傾き $\frac{dI}{dt}$ はいくらか。 $E, R, r$ で表せ。

・ 全体として

⑩ コイルにたまっていた磁気エネルギーはいくらか。 $L, I_0$ で表せ。

⑪ 抵抗 $r, R$ の消費電力の比はいくらか。 $R, r$ で表せ。(電流が等しいことに注目せよ)

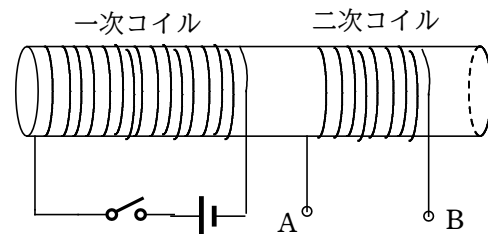
⑫ 抵抗 $r, R$ それぞれの発熱量を求めよ。それぞれ $L, R, r, E$ で表せ。

⑬ ⑤を見ることにより、電源の起電力とスイッチを切った瞬間の誘導起電力はどちらが大きいか。また、スイッチを切った瞬間の誘導起電力を大きくするためにはどのような工夫をすればよいか。

### 110. 相互誘導の原理

(1) 巻数 $N_1$ 、巻密度 $n$ 、断面積 $S$

の coils 内に透磁率 $\mu$ の鉄心を入れ一次コイルを作った。その鉄心の一端に巻密度 $n$ 、巻数 $N_2$ の二次コイルを作った。一次コイルには電源があり、電流 $I_1$ が流れているとする。二次コイル両端子間をつながない状態にしておいた。



一次コイルに生じた磁束はすべて二次コイル内に入るものとし、電流が $I$ の時の一次コイル内の磁場の強さは一様に $H = nI$ で表されるものとし、誘導起電力の向きは回路を右回りする方向(電源の向き)を正とし、鉄心内の磁束・磁場は右向きを正とする。

① 一次コイル内の磁場を $n, I_1$ で表せ。

② 一次コイル内の磁束密度を $\mu, n, I_1$ で表せ。

③ 一次コイルが作る磁束を $\mu, n, I_1, S$ で表せ。

④ 電流 $I_1$ が微小時間 $dt$ に $dI_1$ だけ増加したときに生じる誘導起電力を $\mu, n, S, \frac{dI_1}{dt}, N_1$ で表せ。

⑤ 一次コイルの自己インダクタンス $L$ を $\mu, n, S, N_1$ で表せ。

⑥ 二次コイル内の磁束を $\mu, n, I_1, S$ で表せ。

⑦ 一次コイルの電流 $I_1$ が微小時間 $dt$ に $dI_1$ だけ増加したときに二次コイルに生じる誘導

⑧ ⑦の和であるので、 $\frac{1}{2} \frac{R+r}{r} E$

⑨  $\frac{dI}{dt} = -\frac{V}{L} = -\frac{1}{2} \frac{R+r}{r} \frac{E}{L}$

⑩  $\frac{1}{2} LI_0^2$

⑪  $r$ と $R$ は直列配線であるので、電流は両抵抗ともに同じである。 $P = I^2 R$ より、消費電力の比は抵抗の比となる。 $R:r$

⑫ コイルの磁気エネルギーが発熱量となるので、⑩を⑪の比で分ければよい。

$$\frac{1}{2} LI_0^2 = \frac{1}{2} L \frac{E^2}{r^2}$$

$$R : \frac{1}{2} L \frac{E^2}{r^2} \times \frac{R}{R+r} = \frac{LE^2 R}{2r^2(R+r)}$$

$$r : \frac{1}{2} L \frac{E^2}{r^2} \times \frac{r}{R+r} = \frac{LE^2}{2r(R+r)}$$

⑬  $\frac{R+r}{r} E > E$  よりコイルの誘導起電力の方が大きい。

$\frac{R+r}{r} E$ より $R$ を大きくすれば誘導起電力は大きくなる。

解説

(1) ①  $H = nI_1$  右向きに生じるので正

②  $B = \mu H = \mu n I_1$  右向きに生じるので正

③  $\phi = BS = \mu n I_1 S$  右向きに生じるので正

$$\text{④ } V_1 = -N_1 \frac{d\phi}{dt} = -\mu n S N_1 \frac{dI_1}{dt}$$

⑤ ④より $L = \mu n S N_1$

⑥ 題意により一次コイル内の磁束はすべて二次コイル内に入るのので、二次コイル内の磁束は一次コイルと同じ。  $\phi = \mu n I_1 S$

$$\text{⑦ } V_1 = -N_2 \frac{d\phi}{dt} = -\mu n S N_2 \frac{dI_1}{dt}$$

⑧ ⑦より  $M = \mu n S N_2$

⑨  $L : M = \mu n S N_1 : \mu n S N_2 = N_1 : N_2$

⑩ Aが高い

⑪ 一次コイルの誘導起電力  $V_1 = -L \frac{dI_1}{dt}$

二次コイルの誘導起電力  $V_2 = -M \frac{dI_1}{dt}$

$$V_1 : V_2 = -L \frac{dI_1}{dt} : -M \frac{dI_1}{dt} = L : M = \mu n S N_1 : \mu n S N_2 = N_1 : N_2$$

## 自己誘導・相互誘導Ⅱ

起電力を  $\mu, n, S, \frac{dI_1}{dt}, N_2$  で表せ。

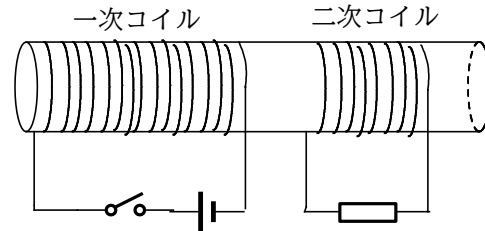
⑧ 二次コイルの誘導起電力  $V_2 = -M \frac{dI_1}{dt}$  で表すときの  $M$  を相互インダクタンスという。

相互インダクタンス  $M$  を  $\mu, n, S, N_2$  で表せ。

⑨ 一次コイルの自己インダクタンス  $L$  と相互インダクタンス  $M$  との比を  $N_1, N_2$  で表せ。

⑩ 二次コイルの端子 A, B はどちらの電位が高いか。

⑪ 一次コイルと二次コイルで生じる誘導起電力の大きさの比を  $N_1, N_2$  で表せ。



(2) 巻数  $N_1$ 、巻密度  $n$ 、断面積  $S$

のコイル内に透磁率  $\mu$  の鉄心を

いれ一次コイルを作った。その鉄心の一端に巻密度  $n$ 、巻数  $N_2$  の二次コイルを

作った。一次コイルには電源があり、電流  $I_1$  が流れているとする。二次コイル

両端子間を抵抗線でつないだところ電流  $I_2$  が流れた。

一次コイルに生じた磁束はすべて二次コイル内に入るものとし、電流が  $I$  の時の一次コイル内の磁場の強さは一様に  $H = nI$  で表されるものとし、誘導起電力の向きは回路を右回りする方向（電源の向き）を正とし、鉄心内の磁束・磁場は右向きを正とする。

① 一次コイル内で発生する磁場を  $n, I_1$  で表せ。

② 一次コイル内で発生する磁束密度を  $\mu, n, I_1$  で表せ。

③ 一次コイルが作る磁束を  $\mu, n, I_1, S$  で表せ。

④ 二次コイル内で発生する磁場を  $n, I_2$  で表せ。（磁場の符号に注意せよ）

⑤ 二次コイル内で発生する磁束密度を  $\mu, n, I_2$  で表せ。（磁場の符号に注意せよ）

⑥ 二次コイルが作る磁束を  $\mu, n, I_2, S$  で表せ。（磁場の符号に注意せよ）

⑦ 一次コイル内、二次コイル内の磁束を  $\mu, n, I_1, I_2, S$  で表せ。

⑧ 電流  $I_1$  が微小時間  $dt$  に  $dI_1$  だけ増加し、電流  $I_2$  が微小時間  $dt$  に  $dI_2$  だけ増加したときに

一次コイルに生じる誘導起電力を  $\mu, n, S, \frac{dI_1}{dt}, \frac{dI_2}{dt}, N_1$  で表せ。

⑨ 一次コイルの自己インダクタンス  $L$  を  $\mu, n, S, N_1$  で表せ。

⑩ 電流  $I_1$  が微小時間  $dt$  に  $dI_1$  だけ増加し、電流  $I_2$  が微小時間  $dt$  に  $dI_2$  だけ増加したときに

二次コイルに生じる誘導起電力を  $\mu, n, S, \frac{dI_1}{dt}, \frac{dI_2}{dt}, N_2$  で表せ。

⑪ 相互インダクタンス  $M$  を  $\mu, n, S, N_2$  で表せ。

⑫ 一次コイルの自己インダクタンス  $L$  と相互インダクタンス  $M$  との比を  $N_1, N_2$  で表せ。

⑬ 一次コイルの電流が増加したとき、二次コイルの抵抗を流れる電流はどちら向きか。

(2) ①  $H = nI_1$  ②  $B = \mu H = \mu n I_1$  ③  $\phi_1 = BS = \mu n I_1 S$

④  $H = nI_2$  であるが、磁力線の向きが左向きなので、 $H = -nI_2$

⑤  $B = \mu H = -\mu n I_2$  ⑥  $\phi_2 = BS = -\mu n I_2 S$

⑦ 鉄心内の磁束は一次コイルで生じた磁束と二次コイルで生じた磁束の和となる。よって、

$$\phi = \phi_1 + \phi_2 = \mu n I_1 S - \mu n I_2 S = \mu n S (I_1 - I_2)$$

一次コイル内の磁束と二次コイル内の磁束は等しいので、ともに、

$$\phi = \mu n S (I_1 - I_2)$$

⑧  $V_1 = -N_1 \frac{d\phi}{dt} = -\mu n S N_1 \frac{d(I_1 - I_2)}{dt} = -\mu n S N_1 \left( \frac{dI_1}{dt} - \frac{dI_2}{dt} \right)$

⑨ ⑧より、 $L = \mu n S N_1$  (1)と同じ答え

⑩  $V_2 = -N_2 \frac{d\phi}{dt} = -\mu n S N_2 \frac{d(I_1 - I_2)}{dt} = -\mu n S N_2 \left( \frac{dI_1}{dt} - \frac{dI_2}{dt} \right)$

⑪ ⑩より、 $M = \mu n S N_2$  (1)と同じ答え

⑫  $L : M = \mu n S N_1 : \mu n S N_2 = N_1 : N_2$  (1)と同じ答え

⑬ 右向き

⑭ 一次コイルの誘導起電力  $V_1 = -L \frac{d(I_1 - I_2)}{dt}$

二次コイルの誘導起電力  $V_2 = -M \frac{d(I_1 - I_2)}{dt}$

$$V_1 : V_2 = -L \frac{d(I_1 - I_2)}{dt} : -M \frac{d(I_1 - I_2)}{dt} = L : M = \mu n S N_1 : \mu n S N_2 = N_1 : N_2$$

⑮  $P = IV$  より 一次コイル： $P_1 = I_1 V_1$  二次コイル： $I_2 V_2$

⑯ 一次コイルの電気エネルギーが二次コイルに伝わっているので両者は等しくなる。

⑰ ⑯より、 $I_1 V_1 = I_2 V_2$

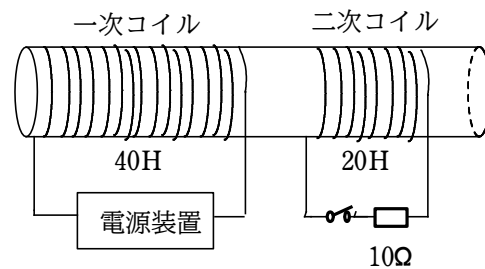
これより、 $I_1 : I_2 = V_2 : V_1 = N_2 : N_1$

## 自己誘導・相互誘導Ⅱ

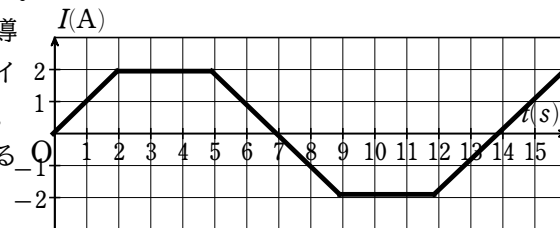
- ⑭ 一次コイルの誘導起電力 $V_1$ と二次コイルの誘導起電力 $V_2$ の大きさの比を $N_1$ 、 $N_2$ で表せ。
- ⑮ 一次コイルの誘導起電力 $V_1$ 、二次コイルの誘導起電力 $V_2$ とするとき、一次コイル、二次コイルそれぞれの瞬間消費電力を $V_1$ 、 $V_2$ 、 $I_1$ 、 $I_2$ を用いて表せ。
- ⑯ 一次コイルの消費電力と、二次コイルの消費電力との間にどのような関係があるか。エネルギー保存則を基に考えよ。
- ⑰  $I_1 : I_2$ を $N_1$ 、 $N_2$ で表せ。

### 111. 相互誘導

- (1) 右図は自己インダクタンス $40\text{H}$ の鉄心入り一次コイルに相互インダクタンス $20\text{H}$ の二次コイルを取り付け、一次コイルには電流を調節できる電源装置を、二次コイルには $10\Omega$ の抵抗とスイッチを取り付けた。



一次コイルを流れる電流は電源装置により、右のグラフのように変化した。コイルの右側が正極のときを正と誘導起電力を決めるものとし、電流はコイルを右向きに流れるときを正とする。二次コイルのスイッチは切れているとして以下の問いに答えよ。



・  $0 \leq t \leq 2$ のとき、

- ① 電流変化 $\frac{dI}{dt}$ はいくらか
- ② 一次コイルの誘導起電力はいくらか
- ③ 電源装置の電圧はいくらか
- ④ 二次コイルの誘導起電力はいくらか
- ⑤ 二次コイルを流れている電流はいくらか

・  $2 \leq t \leq 5$ のとき、

- ⑥ 電流変化 $\frac{dI}{dt}$ はいくらか
- ⑦ 一次コイルの誘導起電力はいくらか
- ⑧ 電源装置の電圧はいくらか
- ⑨ 二次コイルの誘導起電力はいくらか
- ⑩ 二次コイルを流れている電流はいくらか

・  $5 \leq t \leq 9$ のとき、

### 解説

① グラフの傾きである。 $\frac{dI}{dt} = 1\text{A/s}$

②  $V_1 = -L \frac{dI}{dt} = -40 \times 1 = -40\text{V}$  この場合コイルの左側の電位が高くなるので、計算上の符号はこの問題の符号と適合する。よって、 $-40\text{V}$

③ 電圧はコイルと電源は等しくなるので、 $40\text{V}$

④  $V_2 = -M \frac{dI}{dt} = -20 \times 1 = -20\text{V}$

この符号も計算上の符号と問題の符号は一致している。よって、 $-20\text{V}$

⑤ スイッチが切れているので $0\text{A}$

⑥  $\frac{dI}{dt} = 0$  ⑦  $V_1 = -L \frac{dI}{dt} = 0$  ⑧  $0\text{V}$  ⑨  $V_2 = -M \frac{dI}{dt} = 0\text{V}$  ⑩  $0\text{A}$

⑪  $\frac{dI}{dt} = -1\text{A/s}$

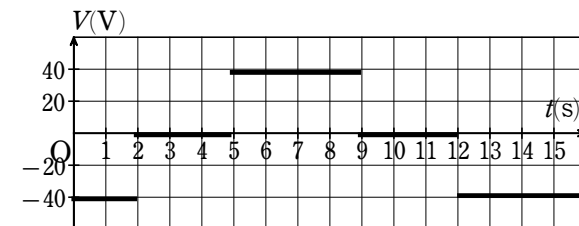
⑫  $V_1 = -L \frac{dI}{dt} = -40 \times (-1) = 40\text{V}$

⑬  $40\text{V}$

⑭  $V_2 = -M \frac{dI}{dt} = -20 \times (-1) = 20\text{V}$

⑮  $0\text{A}$

⑯



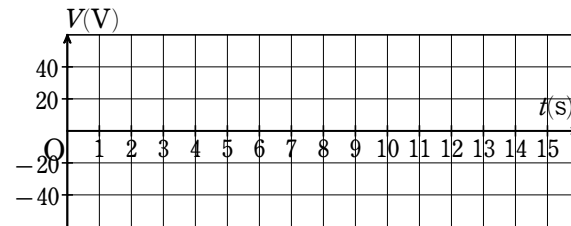


# 自己誘導・相互誘導Ⅱ

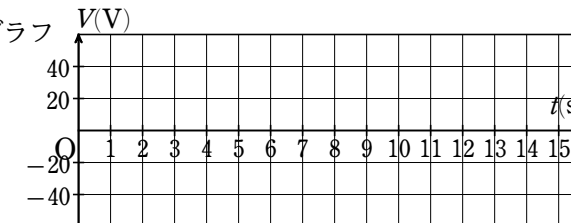
- ① 電流変化  $\frac{dI}{dt}$  はいくらか
- ② 一次コイルの誘導起電力はいくらか
- ③ 電源装置の電圧はいくらか
- ④ 二次コイルの誘導起電力はいくらか
- ⑤ 二次コイルを流れている電流はいくらか

・ 全体を通して

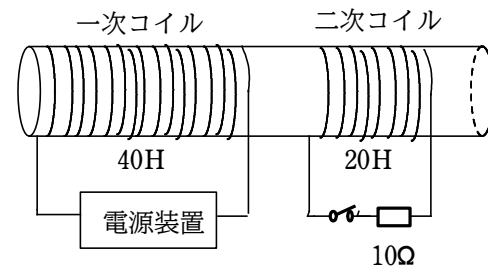
- ⑬ 一次コイルの誘導起電力を示すグラフを描け



- ⑭ 二次コイルの誘導起電力を示すグラフを描け



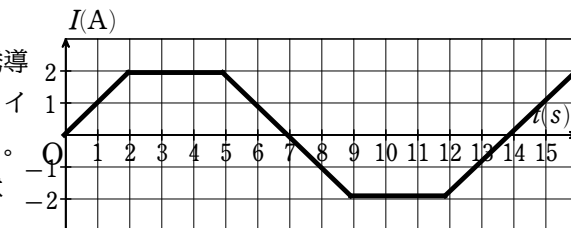
(2) 右図は自己インダクタンス40Hの鉄心入り一次コイルに相互インダクタンス20Hの二次コイルを取り付け、一次コイルには電流を調節できる電源装置を、二次コイルには10Ωの抵抗とスイッチを取り付けた。



二次コイルを流れる電流が、右のグラフのように変化した。

コイルの右側が正極のときを正と誘導起電力を決めるものとし、電流はコイルを右向きに流れるときを正とする。

二次コイルのスイッチは入れた状態で以下の問いに答えよ。

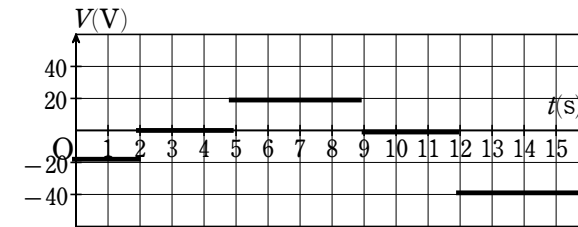


・  $t=1s$ のとき

- ① 電流変化  $\frac{dI}{dt}$  はいくらか
- ② 二次コイルを流れている電流はいくらか
- ③ 二次コイルの誘導起電力はいくらか。(抵抗の電圧に注目せよ)
- ④ 一次コイルの誘導起電力はいくらか。
- ⑤ 一次コイルの誘導起電力は  $-L\left(\frac{dI_1}{dt} - \frac{dI_2}{dt}\right)$  で表される。一次コイルの電流変化はいくらか。

・  $0 \leq t \leq 2$ のとき、

⑰



(2)

- ①  $\frac{dI}{dt} = 1A/s$  ② 1A
- ③ 1Aで10Ωなので、大きさは10Vであるが、コイルの左側の電位が高いので-10V
- ④  $V_1 : V_2 = L : M = 2 : 1$ なので、一次コイルの誘導起電力は-20V
- ⑤  $-L\left(\frac{dI_1}{dt} - \frac{dI_2}{dt}\right) = -20$  これは、 $-40\left(\frac{dI_1}{dt} - 1\right) = -20$   $\frac{dI_1}{dt} = 1.5A/s$
- ⑥  $\frac{dI}{dt} = 1A/s$  ⑦  $t$  ⑧  $-10t$  ⑨  $-20t$
- ⑩  $-L\left(\frac{dI_1}{dt} - \frac{dI_2}{dt}\right) = -20t$  これは、 $-40\left(\frac{dI_1}{dt} - 1\right) = -20t$   $\frac{dI_1}{dt} = 1 + \frac{1}{2}t$
- ・  $0 \leq t \leq 5$ のとき、
- ⑪  $\frac{dI}{dt} = 0A/s$  ⑫ 2A ⑬ 電流が一定なので、0V
- ⑭  $V_1 : V_2 = L : M = 2 : 1$ なので、0V
- ⑮  $-L\left(\frac{dI_1}{dt} - \frac{dI_2}{dt}\right) = 0$  これは、 $-40\left(\frac{dI_1}{dt} - 0\right) = 0$   $\frac{dI_1}{dt} = 0$

## 自己誘導・相互誘導Ⅱ

- ⑥ 電流変化 $\frac{dI}{dt}$ はいくらか
- ⑦ 二次コイルを流れている電流はいくらか。 $t$ で表せ。
- ⑧ 二次コイルの誘導起電力はいくらか。 $t$ で表せ。
- ⑨ 一次コイルの誘導起電力はいくらか。 $t$ で表せ。
- ⑩ 一次コイルの電流変化 $\frac{dI}{dt}$ はいくらか。 $t$ で表せ。
- ・  $0 \leq t \leq 5$ のとき、
- ⑪ 電流変化 $\frac{dI}{dt}$ はいくらか
- ⑫ 二次コイルを流れている電流はいくらか。
- ⑬ 二次コイルの誘導起電力はいくらか。
- ⑭ 一次コイルの誘導起電力はいくらか。
- ⑮ 一次コイルの電流変化 $\frac{dI}{dt}$ はいくらか。