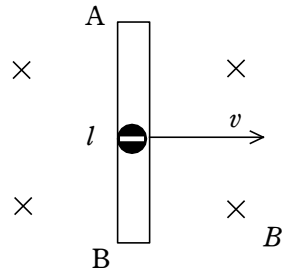


電磁誘導基本問題

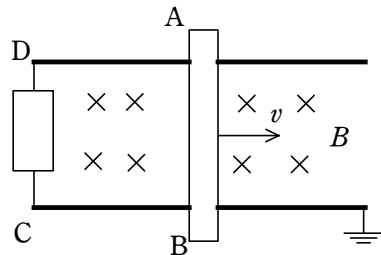
98. 電磁誘導の原理

(1) 右図のように紙面向う向きに一様な磁束密度 B の磁場がある空間内で長さ l の金属棒を右向きに一定の速さ v で動かした。電子の電気量を $-e$ として、以下の問いに答えよ。



- ① 金属内の自由電子は左右どちらに動くか
- ② 電流は正電荷の流れのため、負電荷である自由電子の動きと逆方向に電流が流れたと考えることができる。この場合、電流はどの方向に流れたと考えることができるか。
- ③ 右図に自由電子の周りにできる磁力線の方向を \circ \times で書き込め
- ④ この自由電子に作用するローレンツ力の方向と大きさを e, v, B で表せ。
- ⑤ 自由電子はA、Bどちら側に移動するか。
- ⑥ 自由電子の移動によってAB間に電圧が生じるが、A、Bどちらが正極となるか
- ⑦ A、Bに電荷が集まることにより金属棒内に電場が生じる。この電場の強さを E とすると、この電場が自由電子に作用させる力の方向と大きさを e, E で表せ。
- ⑧ 金属棒を動かしてしばらくすると、自由電子が動かなくなる。この理由を「ローレンツ力」「クーロン力」の語を用いて説明せよ。
- ⑨ E を v, B で表せ。
- ⑩ AB間の電圧 V を E, l で表せ。
- ⑪ AB間の電圧 V を v, B, l で表せ。
- ⑫ この金属棒に生じる誘導起電力の大きさを v, B, l で表せ。

(2) (1)の金属棒を抵抗の無視できる二本のレール（幅 l ）上で右向きに速さ v で動かした。レール間には磁束密度 B の一様な磁場が存在している。

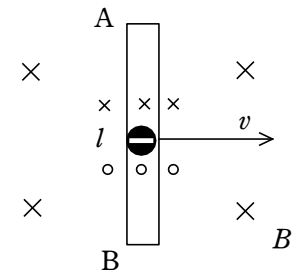


CD間に抵抗 R の抵抗を設置し、下側のレールの端をアースした。これに関して以下の問いに答えよ。

- ① AB間の電圧を v, B, l で表せ。
- ② A, B, C, D各点の電位を答えよ。
- ③ 電流はA点からB、Dどちら側に流れるか。
- ④ AとBはAの方が電位が高いが、電流は $B \rightarrow A$ と、電位が低いほうから高いほうへ流れている。この理由を「ローレンツ力」という語を用いて説明せよ。
- ⑤ CD間に注目してこの回路を流れる電流を R, v, B, l で答えよ。

解説

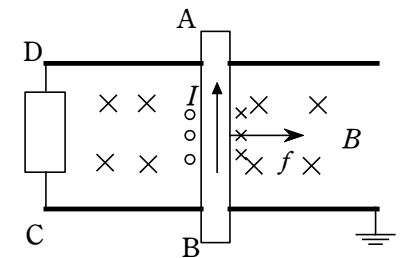
- (1) ① 自由電子は金属棒とともに動くので、右
- ② 電流は自由電子の動きの逆なので、左
- ③ 右図の通り
- ④ 下向き evB
- ⑤ 下向きに力を受けるので、下 B
- ⑥ Bに負電荷が集まるので、Aに正電荷が集まることになる。よって、正極はA
- ⑦ 方向は $A \rightarrow B$ 大きさは eE
- ⑧ ローレンツ力とクーロン力が釣りあうため
- ⑨ ⑧より、 $eE = evB$ よって、 $E = vB$
- ⑩ $V = Ed = El$
- ⑪ $V = El = vBl$
- ⑫ ⑪の電圧を誘導起電力という。よって、 vBl



- (2) ① vBl ② $A = vBl$ $B = 0$ $C = 0$ $D = vBl$
- ③ Dの方へ流れる。CD間はDの方が電位が高いので、電流は $D \rightarrow C$ の向きとなる。
- ④ ローレンツ力が電位の低いほうから電位の高いほうへ電荷を運ぶため。
ローレンツ力は下向きで負電荷を $A \rightarrow B$ へ動かすので、正電荷で考えると、BからAへローレンツ力が正電荷を運んだことになる。（下線部が解答）
- ⑤ CD間の電圧 vBl で抵抗が R なので、オームの法則より $I = \frac{vBl}{R}$

- (3) ① $B \rightarrow A$
- ②

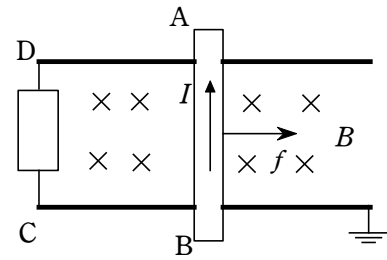
- ② 右図の通り
- ③ 左向き IBl
- ④ 金属棒の速度が一定なので、力はつりあっていなければならない。よって、 $f = IBl$ 逆向きで同じ大きさ



- ⑤ 金属棒が動く方向には、外部の磁力線と同じ方向の磁力線が生じており、邪魔する方向に力がかかることになる。よって、妨げる方向
(金属棒の動きが妨げられる方向に電流が流れる。この方法で誘導起電力の生じる方向を簡単に知ることができる。)
- ⑥ オームの法則より $V = RI$
- ⑦ $V = vBl$
- ⑧ ⑥⑦より $RI = vBl$ よって、 $v = \frac{IR}{Bl}$

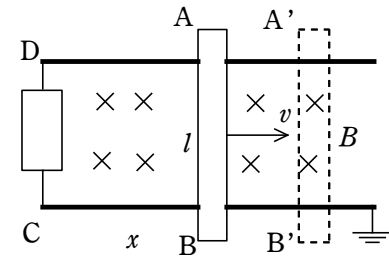
電磁誘導基本問題

(3) (2)と同じ装置で金属棒ABに右向きに力 f を加えて一定の速度 v で金属棒を動かすと電流 I が流れた。これに関して以下の問いに答えよ。



- ① 電流の流れる向きはA→B、B→Aのどちらか
- ② 金属棒を流れる電流によって金属棒の周りに磁場が発生する。この磁場を右図に○×で記入せよ。
- ③ この金属棒が磁場から受ける力の方向と大きさを I, B, l で答えよ。
- ④ ③の力と f はどのような関係にあるか。導線の速度が一定であることから考えよ。
- ⑤ 導線から発生する磁場の向きから考えて、電流は導線の動きを助ける方向に流れるのか妨げる方向に流れているのか判断せよ。
- ⑥ CD間の電圧はいくらか。 I, R で答えよ。
- ⑦ AB間の誘導起電力はいくらか v, B, l で答えよ。
- ⑧ ⑥⑦に注目して v を I, R, B, l で表せ。

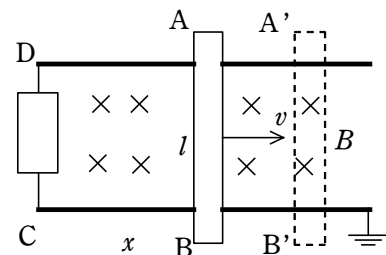
(4) (2)の装置においてBCの距離を x として、以下の問いに答えよ。



- ① 閉回路ABCD内の磁束密度はいくらか。 B で表せ。
- ② 閉回路ABCD内の面積はいくらか。 x, l で表せ。
- ③ 閉回路ABCD内の磁束 ϕ はいくらか B, x, l で表せ。
- ・ 金属棒を一定の速さ v で右方向に時間 t だけ動かし、レールとの接点をA', B'とする。
- ④ B'Cの長さはいくらか。 x, v, t で表せ。
- ⑤ 閉回路A'B'CD内の磁束はいくらになったか。
- ⑥ 金属棒を動かす間に磁束はいくら増加したか。
- ⑦ この金属棒によって生じる誘導起電力の大きさを、 v, B, l で表せ。
- ⑧ 磁束の増加分と誘導起電力との間にはどのような関係が成り立つか。

99. 電磁誘導と微積

(1) 右図のように幅 l の間隔で2本のレールを引いた。レールの間には磁束密度 B の様な磁場が紙面向う向きに存在している。レールの左端C, D間に抵抗 R をつなぎ、レール上にアルミパイプを乗せ、下のレールの右端をアースした。レールは金属製で抵抗は無視でき、アルミパイプは一様な速度 v で右向きに動いているものとして、以下の問いに答えよ。



- (4) ① B ② xl ③ $\phi = Bxl$ ④ $x+vt$ ⑤ $\phi' = (x+vt)Bl$
 ⑥ $\phi' - \phi = (x+vt)Bl - Bxl = vBl t$
 ⑦ vBl
 ⑧ $t=1$ のときの磁束の増加が vBl 。よって、1秒間の磁束変化が誘導起電力である。

解説

- (1) ① $v = \frac{dx}{dt}$ ② $V = vBl = Bl \frac{dx}{dt}$
 ③ 磁束の方向を向いたとき、ADCDBが電流の流れる向きであり、この回転方向は左回りである。右回りの正とするのであるから、左回りは負となる。
 よって、 $V = -Bl \frac{dx}{dt}$
 ④ $\phi = BS = Blx$

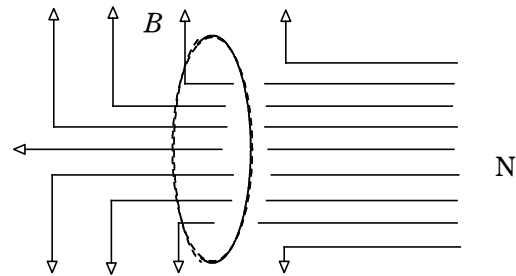
電磁誘導基本問題

- ① 微小時間 dt に微小距離 dx 動いたとして、速さ v を dx, dt で表せ。
- ② 誘導起電力の大きさを B, l, dt, dx で表せ。
- ③ 磁束の方向に対して右ねじの方向（右回り）を、誘導起電力の正の方向と定義するとき、②の誘導起電力を符号つきで表せ。
- ④ 磁束を ϕ とすると、 ϕ を B, l, x で表せ。
- ⑤ ③④より、誘導起電力を $d\phi, dt$ で表せ。
- ⑥ ⑤を利用して電流が流れる方向を判定する方法に関する以下の文章の（ ）内に適語を入れよ。

$\frac{d\phi}{dt}$ は単位時間（1秒間）の（ ア ）の変化を意味している。それにマイナス符号がついているため、磁束が増加すると、（ イ ）させる方向に、磁束が減少すると、（ ウ ）させる方向に誘導起電力が生じるということを意味している。

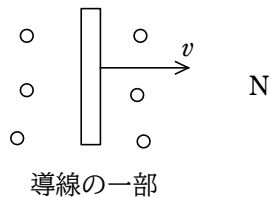
(2)

- (2) N極から磁束線が右図のように出ているとし、磁場中に半径 r の円形導線があり、円形面に垂直に磁束線が入り込んでいる。この状態でN極を近づけるとき誘導起電力について考えてみよう。



磁束線は必ず閉曲線になり、直線ではない。この状態を示すために、右図のように直角に曲がっているとしている。ここで、上下方向の磁束密度を B とする。いま、N極を速さ v で左向きに動かしたとする。これに関して以下の問いに答えよ。

- ① 円形導線を静止させておき、N極を速さ v で左に動かすのと、同じ誘導起電力を生じさせるためには、静止したN極に対して円形導線をどの方向にどの速さで動かせばよいか。
- ・ 円形導線を右方向に速さ v で動かす場合を考える。下の図は導線の一部とその周りの磁場の様子を描いたものである。
- ② 導線を横切っている磁場の磁束密度はいくらか B で答えよ。
- ③ 導線の周りに導線の動きを妨げる方向に磁場が発生する。導線の周りに発生する磁場を右図に○×で記入せよ。
- ④ 導線に電流が流れる方向を矢印で右図に示せ。
- ⑤ この円形導線の長さはいくらか。 r で答えよ。
- ⑥ この円形導線が1周する間に生じている誘導起電力はいくらか。 v, B, r で答えよ。

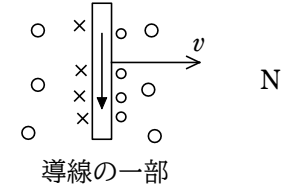


$$\textcircled{5} \quad V = -Bl \frac{dx}{dt} = -\frac{dBlx}{dt} = -\frac{d\phi}{dt}$$

⑥ ア 磁束 イ 減少 ウ 増加

- (2) ① 物体の運動は相対的なものなので、N極を左に動かすことと、円形導線を右に動かすことはともに両者が近づくことになり、同等である。よって、

円形導線を右向きに v で動かす。



- ② B
- ③ 導線が右に動くのを邪魔するように磁場が生じる
- ④ ③の磁場を作るように流れる。
- ③④の解答は右図の通り

⑤ $2\pi r$

$$\textcircled{6} \quad V = vBl = vB \times 2\pi r = 2\pi r v B$$

⑦ B ⑧ v ⑨ $2\pi r v$ ⑩ $2\pi r v B$ ⑪ $\phi + 2\pi r v B$

⑫ $2\pi r v B$

- ⑬ 誘導電流が作る磁場は円形導線の中では右向きであり、N極が作る磁場が左向きであるから、磁束線を減らす方向である。

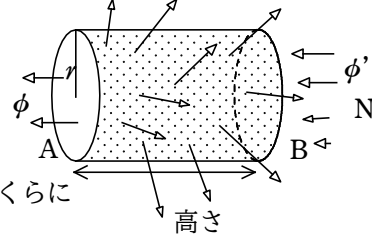
⑭ ⑥⑫を比較することによって同じであることが分かる。同じ

電磁誘導基本問題

・ 円形導線を速さ v で右方向の B に動かすとき、時刻 0 において円形導線 A 内の磁束が ϕ であったとする。以下は円形導線の中の磁束に注目して考えよ。

円形導線が右に速さ v で動くとき、円形導線は円柱を形成することになる。

右図はその円柱と、その側面を貫いている磁束線の様子を示したものである。

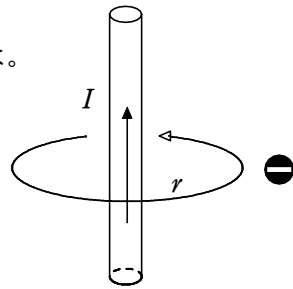


- ⑦ この円柱の側面を貫いている磁場の磁束密度はいくらか。 B で表せ。
- ⑧ 1秒間円形導線を動かしたとき、円柱の高さはいくらになるか。 v で表せ。
- ⑨ 円柱の側面積はいくらか。 r, v で表せ。
- ⑩ この円柱の側面を貫いている磁束はいくらか。 B, r, v で表せ。
- ⑪ N 極から出た磁束線は円形導線 B から円柱内に入り、円柱の側面から出る分と、円形導線 A の内側から出る分に分かれることに注意して、円形導線 B の内部を貫く磁束を ϕ 、 B, r, v で表せ。
- ⑫ 円形導線を A から B に動かす間に円形導線内の磁束はどれだけ増加したか。
- ⑬ ④の電流は円形電流内の磁束を増やす方向に流れているのか、減らす方向に流れているのか、判定せよ。
- ⑭ 1秒間の円形導線内の磁束の変化と誘導起電力との間にはどのような関係があるか。

100. ベータトロン

(1) 無限に長い導線より距離 r 離れた位置に電気量 $-e$ の電子が静止している。この導線には電流 I が流れているとする。これについて以下の問いに答えよ。

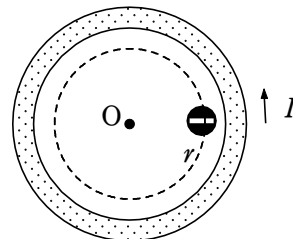
- ① 電子の静止している位置の磁場の強さはいくらか I, r で表せ。
 - ② この電子が磁場から受ける力はいくらか。
- ・ この導線に流れる電流を急激に増加させたところ、電子が動き出した。



③ 電流が増加すると、磁束線も増加するが、これは、導線で新しく作られた磁束線が外へ向けて動いたと考えることができる。磁束線と電子の相対的動きから考えて、電子に同じ力を作用させるためには、電子がどちらに動いたのと同じと考えられるか。

④ 電子に作用するローレンツ力の向きを答えよ。

(2) 中心を O とする円形のコイルがあり、電流 I が流れているとき、コイル内の磁束密度は一様に kI (k は定数) であるとする。中心 O より離れた位置 (コイルの導線の近く) に電気量 $-e$ 、質量 m の電子が静止している。これに関して以下の問いに答えよ。



- ① 電流が増加したとき、自由電子はどの方向に加速されるか。(1)④を元に答えよ。

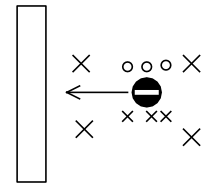
解説

(1) ① $H = \frac{I}{2\pi r}$

② ローレンツ力は電子の速さに比例するが電子が静止しているので 0

③ 磁束線が広がるということは電子の位置では右向きに動くことである。磁束線が右に動くことと電子が左に動くことは同じことなので、電子は左 (導線方向) に動いたのと同じ

④ 電子が左方向に動いた場合電子の周りに右図のような磁場ができるので、電子は上向きにローレンツ力を受ける。



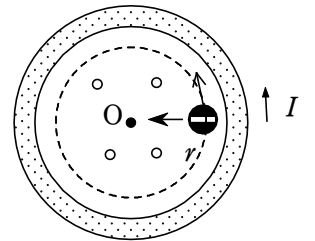
(2) ① (1)④より電流の増加方向と同じ方向にローレンツ力を受ける。ことが分かる。よって、図において上向きに加速される。

② ローレンツ力が向心力となるためには右図のように左回りでなければならない。

③ $B = kI$ 、ローレンツ力 $= Bev$ より
ローレンツ力は $kIev$

④ $\frac{v^2}{r}$

⑤ 運動方程式は $m \frac{v^2}{r} = kIev$



電磁誘導基本問題

- ・ 電流が I で一定のとき、電子が導線に沿って図の点線のように円運動していると、このときの自由電子の速さを v とする。
- ② 自由電子は右回り、左回りのどちら向きに回っているか。
- ③ ローレンツ力の大きさを k, I, e, v で表せ。
- ④ 向心加速度の大きさを v, r で表せ。
- ⑤ 電子の回転速度 v を k, I, e, r, m で表せ。
- ・ 電流を時間 dt において、 dI だけ増加させた。
- ⑥ 電子の速さは速くなるか、遅くなるか。あるいは変わらないか。
- ⑦ 電子の速さが大きくなって回転半径はほとんど変わらない。この理由を説明した下の文章の () に適語を入れよ。適語候補 (大き、小、強、弱)
導線の周りに生じる磁場の強さは導線に近いほど (ア) になる。電子が速くなると、遠心力が (イ) になるため、通常回転半径が (ウ) になるが、回転半径が (エ) になると、コイルの導線に自由電子が接近して自由電子の周りの磁場が (オ) になり、ローレンツ力が (カ) になるために、回転半径はほとんど (キ) にならない。
- ・ 電子の加速を考えると、電子軌道に沿って導線があると考え、その円形導線内の磁束の変化を考慮すれば電子の加速を考慮することができる。この考え方で以下の問題を解け。電流が dI 増加しても電子の回転半径が変わらなかったとする。
- ⑧ 電子の回転円内の面積はいくらか。 r で表せ。
- ⑨ 電流が I のとき、電子の回転円内の磁束はいくらか。 k, I, r で表せ。
- ⑩ 電流が dI 増加したとき、電子の回転円内の磁束はいくら増加したか。
- ⑪ 誘導起電力は1秒間の磁束変化である。この電子の誘導起電力を k, I, r, dI, dt で表せ。
- ⑫ 誘導起電力は回路を1周する間の電圧である。電圧は1Cの電荷を運ぶ仕事である。電子がこの軌道を一周する間に増加する運動エネルギーを求めよ。
- ⑬ 電場は電圧の傾きであり、誘導起電力は電子が1周する間の電圧である。電子の速度方向に生じる電場の強さはいくらか。 k, r, dI, dt で表せ。
- ⑭ 電子の速度方向の加速度の大きさを導け。

101. 電磁誘導によるエネルギーの移動

- (1) 紙面向う向き、磁束密度 B の一様な磁場中で

$$\text{これを解くと } v = \frac{rkIe}{m}$$

- ⑥ 電流に沿って加速されるので、回転速度は速くなる。
- ⑦ 導線の周りに生じる磁場の強さは導線に近いほど (ア強) になる。電子が速くなると、遠心力が (イ強) になるため、通常回転半径が (ウ大き) になるが、回転半径が (エ大き) になると、コイルの導線に自由電子が接近して自由電子の周りの磁場が (オ強) になり、ローレンツ力が (カ強) になるために、回転半径はほとんど (キ大き) にならない。
- ⑧ $B = \pi r^2$
- ⑨ $\phi = BS = \pi r^2 k I$
- ⑩ 磁束は $\phi' = \pi r^2 k (I + dI)$ になるので、 $d\phi = \pi r^2 k dI$ 増加したことになる。
- ⑪ 磁束の変化をかかった時間 dt で割ると誘導起電力となる。

$$V (\text{大きさ}) = \frac{d\phi}{dt} = \frac{\pi r^2 k dI}{dt} = \pi r^2 k \frac{dI}{dt}$$

- ⑫ 電圧 V とは1Cの電荷を運ぶのに $V [J]$ のエネルギーを必要とする電圧のことであるから、電圧 V で加速した電子 (電気量 e) は eV のエネルギーを得ることができる。

$$\text{増加した運動エネルギーは } eV = e\pi r^2 k \frac{dI}{dt}$$

- ⑬ 電子の運動方向に沿った距離は円周なので、 $2\pi r$ 、電場は電位の傾き (単位長さあたりの電位) なので、電位を長さで割ればよい。よって、

$$E = \frac{V}{2\pi r} = \frac{1}{2} rk \frac{dI}{dt}$$

- ⑭ 電子に作用するクーロン力は $F = eE = \frac{1}{2} erk \frac{dI}{dt}$

$$\text{運動方程式より } \frac{1}{2} erk \frac{dI}{dt} = ma$$

$$\text{よって、加速度の大きさは } a = \frac{erk}{2m} \frac{dI}{dt}$$

(コイル内に電子を入れ、コイルの電流を増加させることにより電子を加速することができる。このように電子を加速する装置をベータトロンという。)

解説

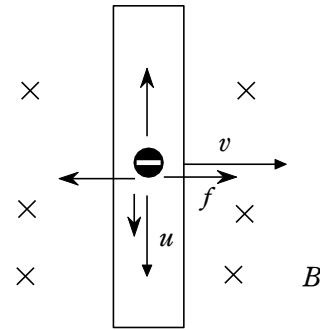
- (1) ① Bve ② fv ③ $Bveu$ ④ Bue ⑤ $-Buev$ ⑥ 下向き
- ⑦ 上向き eE ⑧ $Bve = eE$ ⑨ $Bue = f$ ⑩ $-eEu$
- ⑪ $a = fv$ ⑫ $b = Buev$ ⑬ $c = Bueu$ ⑭ $d = eEu$
- ⑮ $a = b = c = d$ すべて等しい
- ⑯ 電場のエネルギー即ち電流のエネルギーになった。
- ⑰ ア 等しい、イ x 、ウ ローレンツ、エ y 、オ 移動方向、カ 0
- ⑱ ア ローレンツ、イ 自由電子、ウ 90、エ 電流、オ 電磁誘導

電磁誘導基本問題

導線を一樣な速さ v で右向きに動かした。
 このとき、導線内の1個の自由電子について
 考えることにする。

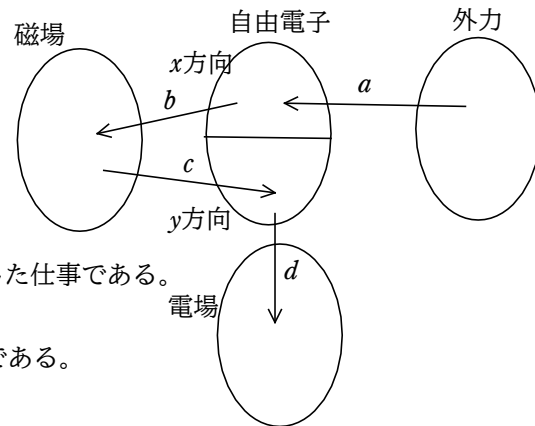
この自由電子は導線とともに右向きに動くが
 このとき、外力として f の力を右向きに受けたとし、
 その結果生じたローレンツ力 A で下向きに速さ u で
 動いたとする。

電子の電気量を $-e$ として、以下の問いに答えよ。
 以下でいう仕事はすべて1秒間あたりの仕事である。



- ① この自由電子に作用するローレンツ力 A の大きさを
 B, v, e で表せ。
- ② 外力がこの自由電子にした仕事はいくらか。 f, v で表せ。
- ③ ローレンツ力 A が上下方向にこの自由電子にした仕事はいくらか。 B, v, e, u で表せ。
 ・自由電子が速さ u で下向きに動くことによって新しくローレンツ力 B が作用する。
- ④ このローレンツ力 B の作用する方向とその大きさを B, u, e で表せ。
- ⑤ このローレンツ力 B のした仕事はいくらか。 B, v, u, e で表せ。
 ・導線上を電子は下に動くことによって導線内に電場が生じる。この電場の大きさを E とする。
- ⑥ この電場の方向を答えよ。
- ⑦ 自由電子はこの電場からクーロン力を受ける。このクーロン力の方向と大きさを e, E で答えよ。
- ⑧ 自由電子は一定の速さ u で動いているとき、ローレンツ力 A とクーロン力との関係に注目して方程式を立てよ。
- ⑨ 導線は一定の速さで右方向に動いている。この点に注目してローレンツ力 B と f との関係を方程式にせよ。
- ⑩ クーロン力のした仕事を e, E, u で表せ。

この4種の力によってエネルギーは右図のように移動している。自由電子は x 方向と y 方向にエネルギーの移動がある。



- ⑪ エネルギー a は外力がした仕事である。 f, v で表せ。
- ⑫ エネルギー b はローレンツ力がした仕事である。 B, v, u, e で表せ。
- ⑬ エネルギー c もローレンツ力がした仕事である。
 B, v, e, u で表せ。
- ⑭ エネルギー d は電場がした仕事である。
 e, E で表せ。
- ⑮ 方程式⑧⑨を利用してエネルギー a, b, c, d の
大小関係を導け

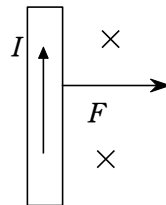
- (2) ① IBl ② $F=IBl$ ③ Fv ④ $-IBlv$ ⑤ $V=vBl$
 ⑥ IV ⑦ $a=Fv$ ⑧ $b=IBlv$ ⑨ 電流 (電力)

電磁誘導基本問題

- ⑯ 外力がした仕事（外力が放出したエネルギー）は最終的にどうなったか。
- ⑰ エネルギー b と c の大小関係により磁場はこの場合どのような役割をしていることになるか。下の文章の（ ）に適語を入れよ。
- 磁場（ローレンツ力）のした仕事 b と c は大きさが（ ア ）。そのため、自由電子の（ イ ）方向の運動エネルギーが（ ウ ）力により、自由電子の（ エ ）方向の運動エネルギーに変わっている。つまり、磁場は自由電子の（ オ ）を 90° 変えていることになり、ローレンツ力全体がした仕事は（ カ ）である。
- ⑱ 電磁誘導について説明した下の文章の（ ）に適語を入れよ。
- 導線を外力によって動かした場合、（ ア ）力は導線内の（ イ ）の速度の方向を（ ウ ） $^\circ$ 方向転換するため、導線内を電子が移動し（ エ ）が生じることになる。この現象を（ オ ）という。

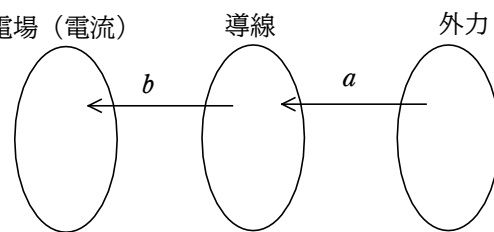
(2) 磁束密度 B の磁場中で右図のように

長さ l の導線を右向きに一定の力 F を加えて速さ v の等速で動かした。このとき、電流 I が上向きに流れたとして以下の問いに答えよ。



- ① 電流が磁場から受ける力の方向と大きさを I, B, l で表せ。
- ② ①の力と F はどのような関係があるか。方程式で示せ。
- ③ 力 F が1秒間にした仕事はいくらか。 F, v で表せ。
- ④ 電流が磁場から受ける力が1秒間にした仕事はいくらか I, B, l, v で表せ。
- ⑤ この電磁誘導で生じた誘導起電力 V の大きさはいくらか B, l, v で表せ。
- ⑥ この導線に生じた電流の電力はいくらか I, V で表せ。

・ このときの1秒あたりのエネルギー電場（電流）の流れを図に示すと右図のようになる。



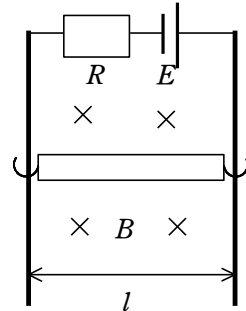
- ⑦ エネルギー a の大きさはいくらか F, v で表せ。
- ⑧ エネルギー b の大きさはいくらか I, B, l, v で表せ。
- ⑨ 外力がした仕事は最終的に何のエネルギーになっているか。

電磁誘導基本問題

102. 総合問題 1

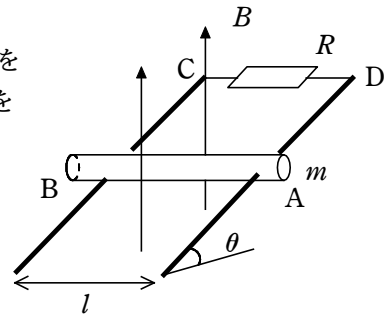
(1) 鉛直に間隔 l で平行に立てた二本の導線に

質量 m の抵抗の無視できる金属棒が自由にすべることができるように設置した。この二本の導線も抵抗は無視でき、導線間には抵抗 R の抵抗と起電力 E の電池が右図のように取り付けられてあり、磁束密度 B の一様な磁束が紙面向う向きに存在しているとする。最初この金属棒は静止しているものとして以下の問いに答えよ。



- ① この金属棒に作用する重力の大きさはいくらか。
- ② この金属棒が静止しているとき、金属棒に流れている電流 I を R, E で表せ。
- ③ 電流が磁場から受ける力の方向と大きさを I, B, l で表せ。
- ④ この金属棒が落下し始めたときの加速度の大きさを I, B, l, m, g で表せ。
- ⑤ この金属棒の速さが v になったときの誘導起電力の大きさを v, B, l で表せ。
- ⑥ 金属棒の速さ v と電流 I との間に成り立つ関係式を導け。
- ⑦ 金属棒がしばらく落下すると、金属棒を流れる電流が 0 になる瞬間がやってくる。この瞬間の金属棒の速さ v を B, l, E で表せ。
- ⑧ 電流が 0 になった後、電流の向きは 0 になる前と比べてどう変化するか
- ⑨ 電流が磁場から受ける力の方向はどう変化するか。
- ・ 金属棒が更に落下すると、電流、金属棒の速さはともに一定となる。
- ⑩ このときの電流 I_1 を B, l, m, g で表せ。
- ⑪ 金属棒の速さが一定となったときの速さ v_1 を B, l, m, g, E, R であらわせ。
- ⑫ 金属棒の速さが一定になってからの重力が 1 秒間あたりにした仕事 (仕事率) はいくら
- ⑬ 抵抗による 1 秒間あたりの発熱量はいくら
- ⑭ 抵抗による発熱量と重力がした仕事量とは一致しない。その差はいくら。 I_1, E で表せ。
- ⑮ ⑭の仕事量は何を意味しているか。

(2) 右図のように間隔 l 離れた 2 本の導線を水平面より角 θ 離して設置しその上端を R の抵抗でつないだ。それ以外の電気抵抗はないものとする。また、導線間には磁束密度 B の一様な磁場が鉛直上向きにかかっている。



導線でできた斜面上に質量 m のアルミパイプを静かに乗せたところ、下向きに滑り出した。この導線とアルミパイプの間には摩擦はないものとし、重力加速度の大きさを g として、以下の問いに答えよ。

解説

(1) ① mg ② オームの法則より $E = RI$ よって、 $I = \frac{E}{R}$

③ 下向き IBl

④ 下向きに mg と IBl がかかるので、加速度を a とすると、

$$ma = mg + IBl \quad \text{これより、} a = g + \frac{IBl}{m}$$

⑤ vBl

⑥ 金属棒の発電している部分に電池マークをつけると右図のような回路となる。

キルヒホッフの法則より

$$-vBl - RI + E = 0$$

よって、 $E = RI + vBl$

⑦ ⑥式に $I = 0$ を代入して

$$E = vBl \quad \text{これより} \quad v = \frac{E}{Bl}$$

⑧ v が大きくなるにつれ、上の図の vBl と E の起電力の大きさが $I = 0$ の瞬間逆になるので、電流の向きが逆になる。

⑨ 電流の向きが逆になるので、力の向きも逆になる。上向きとなる。

⑩ 速さが一定となるので、力がつりあっている

$$I_1 Bl = mg \quad \text{これより} \quad I_1 = \frac{mg}{Bl}$$

⑪ ⑩を⑥式に代入して

$$E = \frac{mgR}{Bl} + vBl \quad \text{これより、} \quad v = \frac{E}{Bl} + \frac{mgR}{B^2 l^2}$$

⑫ 1秒間あたりの仕事は $Fv = mgv = \frac{mgE}{Bl} + \frac{m^2 g^2 R}{B^2 l^2}$

⑬ 抵抗による発熱量は $P = I^2 R = \frac{m^2 g^2 R}{B^2 l^2}$

⑭ ⑫と⑬の差は $\frac{mgE}{Bl}$ となる。⑩より、これは $I_1 E$ となる。

⑮ 電流 I_1 は起電力 E の電池に逆流している。つまり、充電しているのである。充電を意味している。

(2) ① mg

② 右図より x 成分 $= mg \sin \theta$

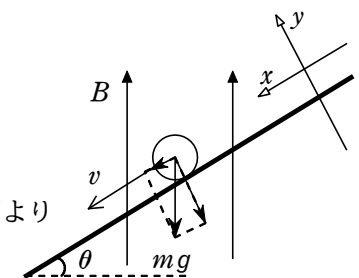
y 成分 $= mg \cos \theta$

③ 磁場に直角な方向に力が作用する。

導線の動きを妨げる方向なので、右向き

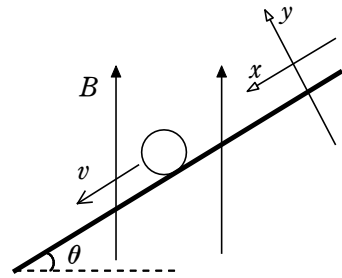
右向きに力が作用するためには右ねじの法則より

A → B の方向



電磁誘導基本問題

右図は上の装置を真横から見たものである。
アルミパイプが一定な速さ v で斜面を下っているとし、 x 軸、 y 軸を図のようにとる。



- ① アルミパイプに作用する重力の大きさはいくらか
- ② 重力の x 成分、 y 成分はそれぞれいくらか。
- ③ 電流の流れる方向は $A \rightarrow B$ 、 $B \rightarrow A$ のどちらか
- ④ 電流が I 流れたとき、この電流が磁場から受ける力の方向と大きさを I, B, l で答えよ。
- ⑤ 電流が磁場から受ける力の x 成分、 y 成分はそれぞれいくらか。 I, B, l, θ で表せ。
- ⑥ x 成分の力に関して方程式を立てよ。
- ⑦ このアルミパイプの誘導起電力の大きさ V を v, B, l で表せ。
(電磁誘導の導線の速度は磁束に直角な方向成分であることに注意せよ)
- ⑧ オームの法則を用いて、 V, I, R の間に成り立つ関係式を導け。
- ⑨ ⑥⑦⑧を解くことにより I, V, v をそれぞれ、求めよ。
- ⑩ 抵抗 R の消費電力はいくらか

103. 総合問題2

(1)

xy 平面上の $2a \leq x \leq 4a$ の範囲に紙面向う向きに磁束密度 B の一定な磁場が存在している領域がある。

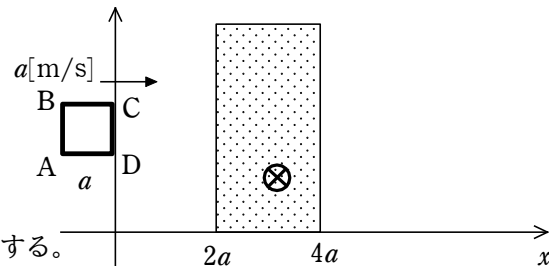
また、1辺の長さ a [m]、抵抗 R の正方形の導線 $ABCD$ を一定の速さ a [m/s]で右方向に動かした。

時刻0のとき、右図の位置にあったとする。

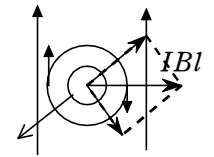
電流の流れる向きは $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ の向きを正とする。

これに関して以下の問いに答えよ。

- ① 正方形導線の右端 CD が磁場領域に入る時刻は何秒か
- ・ 時刻 $t < 2$ のとき
- ② 正方形回路を流れる電流はいくらか
- ③ 正方形回路の発熱量は毎秒いくらか
- ・ 時刻 $2 < t < 3$ のとき
- ④ 誘導起電力を生じている部分は AB 、 BC 、 CD 、 DA のどの部分か
- ⑤ ④の各部分の誘導起電力の大きさを a, B で表せ。
- ⑥ 正方形回路 $ABCD$ を流れる電流を a, B, R で表せ。
- ⑦ 正方形回路の発熱量は毎秒いくらか
- ・ 時刻 $3 < t < 4$ のとき
- ⑧ 誘導起電力を生じている部分は AB 、 BC 、 CD 、 DA のどの部分か
- ⑨ ⑧の各部分の誘導起電力の大きさを a, B で表せ。



- ④ 右図の通り右向き IBl
- ⑤ 右図より x 成分 $-IBl \cos \theta$
 y 成分 $-IBl \sin \theta$
- ⑥ x 方向は速度が一定なので、力が釣りあっている。
 $mg \sin \theta = IBl \cos \theta$
- ⑦ 速度 v の磁場に直角な方向の成分は $v \cos \theta$
 $V = vBl \cos \theta$
- ⑧ オームの法則より $V = RI$
- ⑨ ⑥より、 $I = \frac{mg}{Bl} \tan \theta$ ⑧より、 $V = \frac{mgR}{Bl} \tan \theta$
⑦より $v = \frac{V}{Bl \cos \theta} = \frac{mgR \sin \theta}{B^2 l^2 \cos^2 \theta}$
- ⑩ $P = I^2 R = \frac{m^2 g^2 R}{B^2 l^2} \tan^2 \theta$



解説

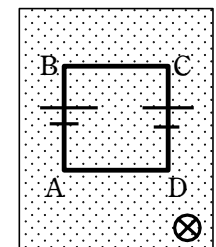
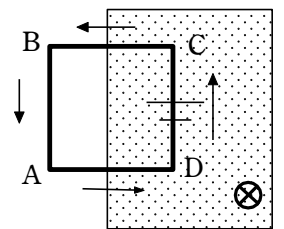
- (1) ① $t=0$ のとき、 $x=0$ の位置にいるので、2秒
- ② まだ磁場領域に入っていないので、0A
- ③ ②と同じく0W
- ④ CD のみ
- ⑤ $AB=0$ $BC=0$ $CD=vBl=a^2B$ $DA=0$
- ⑥ 右図のようになるので、電流は負

$$I = \frac{V}{R} = -\frac{a^2 B}{R}$$

$$\text{⑦ } P = I^2 R = \frac{a^4 B^2}{R}$$

消費電力は必ず正となる。

- ・ 時刻 $3 < t < 4$ のとき
- ⑧ 右図のようになっている
 AB 、 CD 間に誘導起電力が生じている。
- ⑨ $a^2 B$
- ⑩ 起電力が衝突しているので、電流は流れない。0A
- ⑪ 電流が0なので、0J
- ・ 時刻 $4 < t < 5$



電磁誘導基本問題

- ⑩ 正方形回路ABCDを流れる電流を a, B, R で表せ。
 ⑪ 正方形回路の発熱量は毎秒いくらか
 ・ 時刻 $4 < t < 5$
 ⑫ 誘導起電力を生じている部分はAB、BC、CD、DAのどの部分か
 ⑬ ⑫の各部分の誘導起電力の大きさを a, B で表せ。
 ⑭ 正方形回路ABCDを流れる電流を a, B, R で表せ。
 ⑮ 正方形回路の発熱量は毎秒いくらか
 ・ グラフ
 ⑯ 各時刻の正方形回路を流れる電流のグラフを完成せよ。

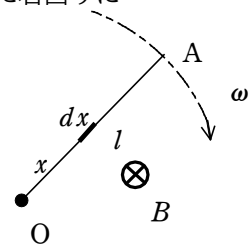


- ⑰ 各時刻の正方形回路の消費電力のグラフを完成せよ。

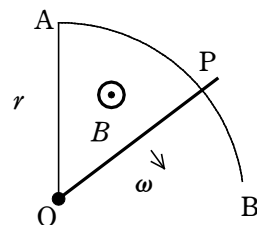


104. 導線の回転

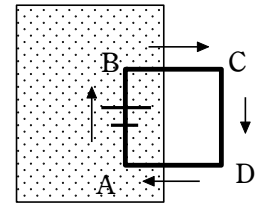
- (1) 磁束密度 B の様な磁場が紙面向う向きに存在している空間上で長さ l の金属棒OAをを角速度 ω でOを中心に右回りに回転させた。これに関して以下の問いに答えよ。
 ・ Oから距離 x 離れた位置の微小な長さ dx の金属棒の一部について
 ① この部分が円周に沿って動く速さを x, ω で表せ。
 ② この部分に生じる誘導起電力の大きさを ω, x, B, dx で表せ。
 ③ $0 \leq x \leq l$ であることに注意してOA間の誘導起電力の大きさを定積分の形で表せ。
 ④ OA間の誘導起電力の大きさを B, l, ω で表せ。
 ⑤ O点とA点はどちらの電位が高いか。



- (2) 磁束密度 B の様な磁場が紙面手前向きに存在する空間上で磁場に垂直に直線上の導線OAを張り、また、点Oを中心としてAから円弧を描くように導線を張った。
 金属棒OPを用意し金属棒の一端を点Oに固定し、他端Pを導線AB上を角速度 ω で滑らせた。時刻0



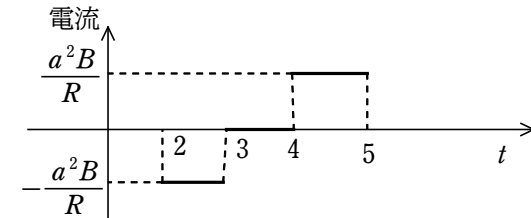
- ⑫ AB間
 ⑬ $AB = a^2 B, BC = 0, CD = 0, DA = 0$
 ⑭ 右図のように電流は正となる。



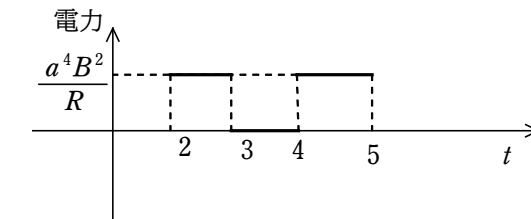
$$I = \frac{V}{R} = \frac{a^2 B}{R}$$

$$⑮ P = I^2 R = \frac{a^4 B^2}{R}$$

- ⑯ ①~⑮より、



- ⑰



解説

- (1) ① $v = r\omega$ より $x\omega$
 ② $V = vBl$ より $x\omega B dx$
 ③ $V = \int_0^l x\omega B dx$
 ④ $V = \int_0^l x\omega B dx = \omega B \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^l = \frac{1}{2} \omega B l^2$
 ⑤ 電流はO→Aと流れようとするので、Aの方が電位が高くなる。
 (発電部分に電池マークをつけて考えること。この金属棒は電池扱いである)
 (2) ① ωt ② $S = \frac{1}{2} r^2 \theta$ より、 $S = \frac{1}{2} r^2 \omega t$ ③ $\phi = BS = \frac{1}{2} r^2 \omega t B$
 ④ $\phi_{t+1} - \phi_t = \frac{1}{2} r^2 \omega (t+1) B - \frac{1}{2} r^2 \omega t B = \frac{1}{2} r^2 \omega B$ (1)の結果を用いても良い
 ⑤ $V = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{1}{2} r^2 \omega B$ よって、 $\frac{1}{2} r^2 \omega B$
 ④の結果が誘導起電力である。

電磁誘導基本問題

に点PがA点上にあったとして、以下の問いに答えよ。

- ① 時刻 t における $\angle POA$ を ω 、 t で表せ。
- ② 時刻 t における扇形OAPの面積を r, ω, t で表せ。
- ③ 時刻 t における扇形OAP内の磁束を r, ω, t, B で表せ。
- ④ 単位時間当たりの磁束の変化量を r, ω, B で表せ。
- ⑤ OP間の誘導起電力の大きさを r, ω, B で表せ。
- ⑥ 回路OAP上で誘導起電力を生じている部分に電池マークをつけよ。

(3) 右図のように抵抗が無視できる

点Oを中心とした半径 l の弧状の金属線AB

を設置し、弧AB上に点Cを設け

OC間に抵抗 r の抵抗線をつないだ

一様な抵抗 $2r$ の金属線PQの中点

をOに固定し、金属線PQを角速度

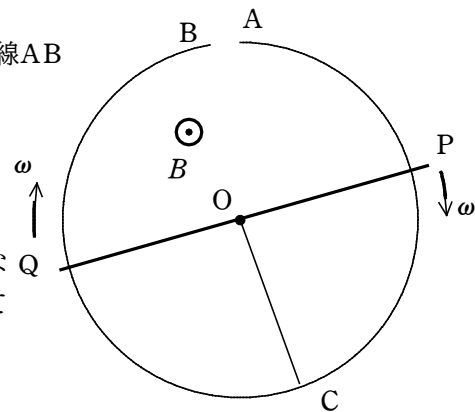
ω で回転させた。ここには図のような

磁束密度 B の一様な磁束があるとして

以下の問いに答えよ。

(OP間、OQ間の抵抗を r とする。)

- ① OP間、OQ間の誘導起電力と、O,P,Qのうち最も電位が高い点を答えよ。
- ② 発電部分に電池マークをつけよ。
- ・ OCをO→Cの方向に流れる電流を I とする。
- ③ OP、OQを流れる電流を I で表せ。
- ④ OC間の電圧を I, r を用いて表せ。
- ・ 点Cの電位を0とする。
- ⑤ P,Qの電位はいくらか
- ⑥ OPの電圧を I, r で表せ。
- ⑦ I を r, ω, B, l で表せ。



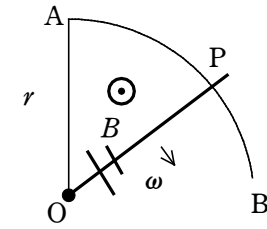
105. 電磁波

電場の変化が磁場を発生し、磁場の変化が電場を発生する。このように磁場と電場が互いに相手を変動させ、その変動が伝わっていく波を電磁波という。

(1) 電場の変化から磁場の発生

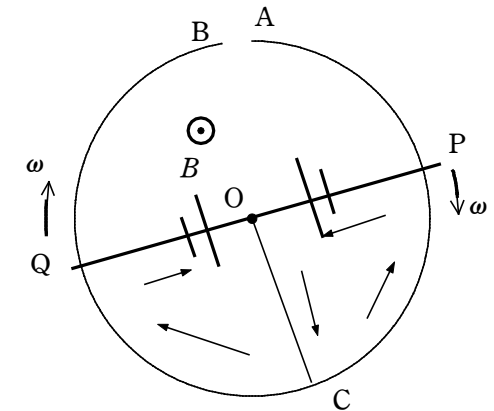
断面積 S 、電子密度 n の導線中を自由電子が v で流れているとき、導線から r 離れた点Aの電場の強さを E と磁場の強さを H として、以下の問いに答えよ。

⑥



(3) ① (1)又は(2)より、 $OP=OQ=\frac{1}{2}l^2\omega B$

② 右図のとおり、



③ 電流は右図の矢印のように流れる。

OP間、OQ間は電圧、抵抗ともに等しいので、電流も等しい。よって、

$$OP=OQ=\frac{1}{2}I$$

④ OC間は抵抗が r なので、 rI

⑤ CP間、CQ間に抵抗がないので、 $P=Q=0V$

⑥ Pより抵抗によって、 $\frac{1}{2}Ir$ 電位が下がると同時に誘導起電力で $\frac{1}{2}l^2\omega B$ だけ電位

があがっている。よって、 $\frac{1}{2}l^2\omega B - \frac{1}{2}Ir$

⑦ キルヒホッフの法則より

$$\frac{1}{2}l^2\omega B - \frac{1}{2}Ir - Ir = 0$$

$$\text{これより、} I = \frac{1}{3} \frac{l^2\omega B}{r}$$

解説

(1) ① lS ② nIS ③ $Q=enIS$ ④ 電気力線数は $N = \frac{Q}{\epsilon_0} = \frac{enIS}{\epsilon_0}$

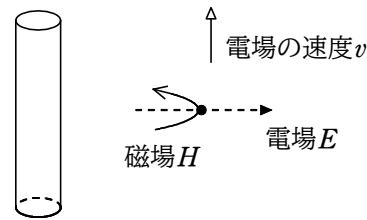
⑤ $2\pi rl$ ⑥ $E = \frac{N}{\text{面積}} = \frac{enIS}{2\pi rl\epsilon_0} = \frac{enS}{2\pi r\epsilon_0}$ ⑦ $I = envS$

⑧ $H = \frac{I}{2\pi r}$ ⑨ $H = \frac{envS}{2\pi r}$

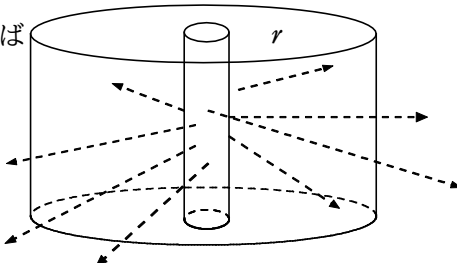
電磁誘導基本問題

混乱を避けるために自由電子は正電荷を持つものとする。

- ① 長さ l の導線の体積はいくらか。 l, S を用いよ。
- ② この導線中の自由電子は何個か。 n, l, S を用いよ。
- ③ 電気素量を e とするとき、この導線中の自由電子の電気量はいくらか。 e, n, l, S を用いよ。
- ④ 真空誘電率を ϵ_0 とするとき、この導線から出ている電気力線総数はいくらか。 ϵ_0, e, n, l, S を用いよ。
- ⑤ 半径 r 、高さ l の円柱の側面積はいくらか。 r, l を用いよ。
- ⑥ 電気力線は金属面（導線面）から

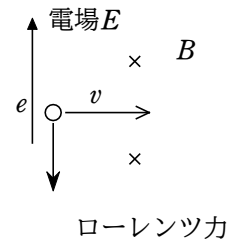


直角に出て、導線の断面積は側面積に比べて無視できるほど小さいと考えれば導線から出る電気力線はすべて右図の側面を抜けるものと考えられる。 l このことを元に、円柱側面の電気力線密度（電場の強さ） E を求めよ。
 ϵ_0, e, n, S, r を用いよ。



- ⑦ 電流 I がこの導線を流れているとして、 I を e, n, v, S で表せ。
- ⑧ 電流が A 点に作る磁場の強さ H を I, r で表せ。
- ⑨ H を e, n, v, S, r で表せ。
- ⑩ ⑥⑨より、 r を消去し、 E と H の関係式を導け
- ⑪ 電場の移動方向を親指、電場の向きを中指、磁場の向きを人差し指として、フレミングの法則のように電場の移動方向、電場の向き、磁場の向きを表すとすれば、正しく方向を示すことができるのは左手か、右手か

(2) 紙面向こう向きの磁束密度 B の磁場中で電子が右向きに動いているとき、この電子は磁場からローレンツ力を下向きに受ける。これは電場 E が上向きに発生したと考えることができる。また、自由電子が右向きに動くことと、磁場が左向きに動くことは同じことである。これを基にして以下の問いに答えよ。



- ① この電子に生じたローレンツ力の大きさはいくらか。 e, v, B で表せ。
- ② この電子の周りに生じた電場の強さ E はいくらか。 v, B で表せ。
- ③ 磁束密度 B を真空透磁率 μ_0 と磁場の強さ H で表せ。
- ④ E と H の関係式を導け
- ⑤ (1)の⑪と同様に手の指で方向を表すと、この場合は左手か右手か
- (3) 電磁波は電場が進行方向に対して直角に振動するとき、電場・進行方向に直角に磁場も振動するものである。(1)、(2)の結果を元に、以下の問いに答えよ。
- ① (1)⑩と(2)④の結果より、 H を消去し v を ϵ_0, μ_0 で表せ。

$$\text{⑩ ⑥より } \frac{enS}{2\pi r} = \epsilon_0 E \quad \text{⑨より } \frac{enS}{2\pi r} = \frac{H}{v}$$

$$\text{これより、 } \frac{enS}{2\pi r} = \epsilon_0 E = \frac{H}{v}$$

$$\text{よって、 } H = \epsilon_0 E v$$

- ① 左手
- (2) ① $f = evB$ ② $f = eE$ より、 $E = vB$ ③ $B = \mu_0 H$
- ④ $E = vB = v\mu_0 H$
- ⑤ 左手
- (3) ① $E = v\mu_0 H$ に $H = \epsilon_0 E v$ を代入すると $E = v\mu_0 \epsilon_0 E v = v^2 \epsilon_0 \mu_0 E$

$$\text{これより、 } v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

② これは電場・磁場の移動速度であるので、電磁波の伝播速度である。すなわち光速を示す。

$$\text{③ ①より } \epsilon_0 = \frac{1}{c^2 \mu_0} = \frac{10^7}{4\pi c^2}$$

- (4) ① 正弦波の式 $y = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$ T は周期、 λ は波長

$$\text{係数比較して } \frac{1}{T} = f \quad \frac{1}{\lambda} = \frac{f}{c} \quad \text{より、}$$

振動数は f 振幅は A 、速さは c 、波長は $\frac{c}{f}$ となる。

② 磁場は進行方向に直角なので、 $H_x = 0$

電場と磁場は互いに直角となり、電場は z 方向に振動しているので、磁場は z 方向に振動しない。よって、 $H_z = 0$ 。 H_y の振幅は $\epsilon_0 A c$

③ $H_x = 0, H_z = 0$

フレミングの左手の法則より x 方向の左手の親指、 z 方向に左手の中指を使うと

人差し指（磁場の方向）は y 軸負の方向となる。 $H_y = -\epsilon_0 A c \sin 2\pi f \left(t - \frac{x}{c} \right)$

電磁誘導基本問題

- ② この v は何の速度を意味しているか。
③ 電流の定義より $\mu_0=4\pi\times 10^{-7}\text{N/A}^2$ となる。光速度を c として ε_0 を c を用いて表せ。

- (4) 右図のような xyz 空間で電磁波を
原点から x 軸正の方向へ放射した。
電場の各方向成分 E_x 、 E_y 、 E_z が時間を
 t 、 A, f, c を定数として

$$E_z = A \sin 2\pi f \left(t - \frac{x}{c} \right)$$

$$E_y = 0, E_x = 0$$

で表されたとする。

これに関して以下の問いに答えよ。

- ① この電磁波の振幅、振動数、速さ、波長をそれぞれ求めよ。
② 磁場の振幅を各成分、真空誘電率 ε_0 と c, A で表せ。
③ 磁場の成分 H_x 、 H_y 、 H_z をそれぞれ求めよ。

