

## コンデンサー

### 42. コンデンサーのイメージ

(1) コンデンサーは電気をためる装置である。コンデンサーに電気をためる能力を電気容量という。電気容量とはコンデンサーに1Vの電圧をかけたとき、コンデンサーにためることのできる電気量のことである。単位は[F：ファラッド]である。これを基に以下の問いに答えよ。

電気容量1Fのコンデンサーとは1Vの電圧をかけたとき、1Cの電気をためる能力を持つコンデンサーのことである。

- ① 1Fのコンデンサーに100Vの電圧をかけた。このコンデンサーにたまる電気量は何Cか。
- ② あるコンデンサーに10Vの電圧をかけたら2Cの電気がたまった。このコンデンサーの電気容量はいくらか。
- ③ 0.1Fのコンデンサーに5Cの電気をためるには何Vの電圧をかければよいか
- ④ 電気容量Cのコンデンサーに電圧Vをかけた。このとき、このコンデンサーにたまっている電気量QをC,Vで表せ。
- ⑤  $1F$ の $\frac{1}{100万}$  ( $10^{-6}$ 倍) を $1\mu F$ という。 $20\mu F$ のコンデンサーに10Vの電圧をかけた場合何Cの電荷がたまるか。

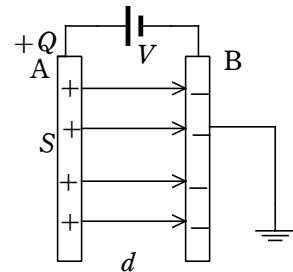
(2) コンデンサーは電気をためる装置である。水をためるバケツとイメージを重ねて考えることができる。バケツの容積をためる電気量とし、バケツの中の水の深さが電圧を意味している。これに関して以下の問いに答えよ。

- ① バケツの底面積は何を意味しているか。公式 $Q = CV$ から考えよ。
- ② コンデンサーは電流を流すとすぐにたまっている電荷が0となり、電圧も0となるが、電池は電流を流しても電圧は下がらない。電池もバケツのイメージで考えることにすれば、電池の場合バケツの底面積はどのようなものと考えられるか。
- ③ ②から推察して電池の電気容量はどのようなものと推定できるか。

### 43. いろいろなコンデンサーの電気容量

(1) 断面積Sの薄い金属板A,B2枚を間隔dを保って平行に並べ金属板間に電圧Vの電池をつなぎ、金属板Bをアースした。真空誘電率を $\epsilon_0$ 、金属板Aに+Qの電荷がたまるとして、以下の問いに答えよ。

(真空誘電率とは真空中での電気力線1本あたりの電気量を示す。)



- ① 金属板Aから出ている電気力線数は何本か。Q、 $\epsilon_0$ で表せ。
- ② 金属板Bにたまっている電荷はいくらか
- ③ 金属板間の電気力線密度(単位面積あたりの電気力線数)はいくらか。Q、 $\epsilon_0$ 、Sで表せ。

### 解説

- (1) ① 1Fとは1Vで1Cたまるのであるから、100Vで100Cたまるとなる。よって、100C
- ② 10Vで2Cたまったのであるから、1Vあたり0.2Cである。よって、0.2F
- ③ 0.1Fということは、1Vで0.5Cたまるといことなので、5Cためるには10V必要となる。よって、10V
- ④ 電気容量C[F]とは、1VでC[C]の電気がたまるということなので、V[V]でCV[C]の電気がたまることになる。よって、 $Q = CV$
- ⑤  $20\mu F \times 10V = 200\mu C$   
あるいは $20\mu F \times 10V = 20 \times 10^{-6} \times 10 = 2.0 \times 10^{-4} C$   
(指定がない限り答えとしてはどちらでも良い)
- (2) ① 高さとの積が容積になるのであるから、電気容量はバケツの底面積のイメージとなる。
- ② 電流を流しても電圧が下がらないので、底面積が無限に大きいバケツと考えられる。
- ③ 電池は電気容量無限大のコンデンサーと考えることができる。

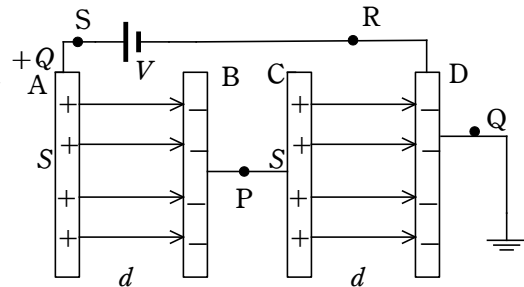
### 解説

- (1) ① 電気力線1本あたりの電気量が $\epsilon_0$ なので、電気量Qから出ている電気力線数は $\frac{Q}{\epsilon_0}$
- ② 電気力線は正極から負極に走るの、正極と負極の電荷の絶対値は等しい。よって、 $-Q$
- ③ 電気力線密度とは単位面積あたりの電気力線数なので、電気力線数を面積で割ればよい。よって、 $\frac{Q}{\epsilon_0 S}$
- ④ 電気力線密度が電場の強さである。よって、 $E = \frac{Q}{\epsilon_0 S}$
- ⑤ アースしてあるので0V
- ⑥ 電池の電圧がVなので、金属板BよりもVだけ高くなっている。よって、V

# コンデンサー

- ④ 金属板間の電場の強さ  $E$  を  $Q$ 、 $\epsilon_0$ 、 $S$  で表せ。
- ⑤ 金属板Bの電位はいくらか
- ⑥ 金属板Aの電位はいくらか
- ⑦ 金属板間の電場の強さを  $V$ 、 $d$  で表せ。
- ⑧ ④⑦より、コンデンサーにたまっている電気を  $V$ 、 $d$ 、 $\epsilon_0$ 、 $S$  で表せ。
- ⑨ コンデンサーの電気容量は1Vの電圧でためることのできる電気量として定義されている。⑧より、このコンデンサーの電気容量  $C$  を  $d$ 、 $\epsilon_0$ 、 $S$  で表せ。
- ⑩ このコンデンサーにたまる電気量  $Q$  を、 $C$ 、 $V$  で表せ。

(2) 断面積  $S$  の薄い金属板A,B,C,D4枚をA,B及びC,Dを間隔  $d$  保つように平行に設置しBとCを導線でつないだ。A,Dを電圧  $V$  の電池で右図のようにつなぎ、金属板Dはアースした。接続する前A~Dの各金属板は電荷がたまっていなかったとし、接続後金属板Aに  $+Q$  の電荷がたまっていたとする。

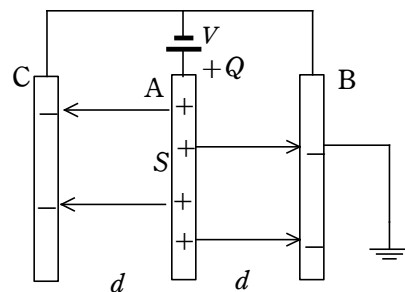


点P,Q,R,Sは導線のある断面を指している。

真空誘電率を  $\epsilon_0$  として以下の問いに答えよ。

- ① 金属板B,C,Dにたまっている電荷はそれぞれいくらか。
- ② 電源を接続後、各点P,Q,R,Sを通過した電荷はそれぞれいくらか。方向(右・左)と通過した電気量(正電荷で考えよ)を答えよ。
- ③ AB間、CD間の電気力線密度はそれぞれいくらか。  $Q$ 、 $\epsilon_0$ 、 $S$  で表せ。
- ④ AB間、CD間の電圧はそれぞれいくらか。  $Q$ 、 $\epsilon_0$ 、 $S$ 、 $d$  で表せ。
- ⑤  $Q$  を  $V$ 、 $d$ 、 $\epsilon_0$ 、 $S$  で表せ。
- ⑥ このA~Dの金属板でできたコンデンサーにたまっている電荷はいくらと考えられるか。  $Q$  で答えよ。
- ⑦ このコンデンサーの電気容量はいくらか。  $Q$ 、 $\epsilon_0$ 、 $S$  で表せ。

(3) 断面積  $S$  の金属板A,B,C3枚を図のような順番で間隔  $d$  で等間隔に平行に並べた。金属板Aを正極に金属板B、Cを負極につないだところ、金属板Aは  $+Q$  に帯電していた。真空誘電率を  $\epsilon_0$  として以下の問いに答えよ。



- ① 金属板B,Cにたまっている電気量はそれぞれいくらか。  $Q$  で答えよ。
- ② 金属板AB、AC間の電場の強さはそれぞれいくらか。  $\epsilon_0$ 、 $S$ 、 $Q$  で答えよ。
- ③ AB、AC間の電圧を  $\epsilon_0$ 、 $S$ 、 $Q$ 、 $d$  で答えよ。

⑦ 電場の強さは電位の傾きである。よって、 $E = \frac{V}{d}$

⑧ ④と⑦は同じものなので、 $\frac{Q}{\epsilon_0 S} = \frac{V}{d}$

よって、 $Q = \epsilon_0 \frac{S}{d} V$

⑨ ⑧で  $V=1$  と置けば  $Q = \epsilon_0 \frac{S}{d}$  となる。よって、電気容量は  $C = \epsilon_0 \frac{S}{d}$

⑩ ⑧に⑨を代入して、 $Q = CV$

(2) ① AとBは電気力線で繋がっているため電気量の絶対値は同じである。よって、Bは  $-Q$ 。Bはもともと電気量が0だったので、 $+Q$ だけCに移ったと考えられる。よって、Cは  $+Q$ 。CとDは電気力線で繋がっているため電気量の絶対値は同じ。よって、Dは  $-Q$  となる。

$B = -Q, C = +Q, D = -Q$

② P: Bが0から  $-Q$  に  $Q$  減ったので、右向きに  $+Q$  流れた。

Q: A~Dの電気量の和は0なので、全体の電気量の増減はない。よって、Qは電気が流れていない。0

R: Dが0から  $-Q$  に減少しているためRは左向きに  $+Q$  流れた。

S: Aが0から  $+Q$  に増加しているためSは左向きに  $+Q$  流れた。

③ 電気量はともに  $Q$  なので、 $AB = \frac{Q}{\epsilon_0 S}$   $CD = \frac{Q}{\epsilon_0 S}$

④  $V = Ed$  より、AB間  $= \frac{Qd}{\epsilon_0 S}$  CD間  $= \frac{Qd}{\epsilon_0 S}$

⑤ AB間の電圧とCD間の電圧の和は  $V$  なので、 $\frac{Qd}{\epsilon_0 S} + \frac{Qd}{\epsilon_0 S} = V$

これより、 $Q = \epsilon_0 \frac{S}{2d} V$

⑥ Q コンデンサーにたまっている電気量はコンデンサー外部から一方の電極に流れ込んできた電気量をさす。この場合、B,Cの電極間の電荷はコンデンサー内部の電荷の移動と考えられるので、たまった電荷としては考えない。(外部に取り出すことができないため) よって、A,Dの極板の電気量で持ったたまった電気量とする。

⑦ コンデンサーの電気量は1Vあたりの電気量であるから⑤に  $V=1$  を代入して、

$$\epsilon_0 \frac{S}{2d}$$

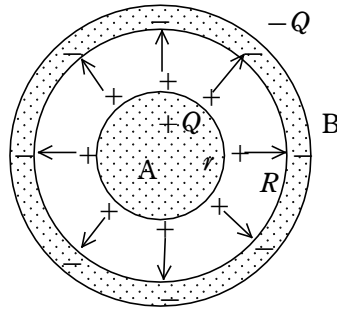
(3) ① 電気力線数に注目すると、Qから出た電気力線の半数がB,Cに届いているため、B,Cにたまっている電気量はAの半分となる。よって、金属板B,Cにたまっている電気量はともに  $-\frac{Q}{2}$

② 金属板AB、AC間の電気力線数はともに  $\frac{Q}{2\epsilon_0}$  なので、電場の強さはともに  $\frac{Q}{2\epsilon_0 S}$

# コンデンサー

- ④  $Q$ を $\epsilon_0$ 、 $S$ 、 $V$ 、 $d$ で表せ。  
 ⑤ このコンデンサーにたまっている電気量はいくらか。 $Q$ で表せ。  
 ⑥ このコンデンサーの電気容量を $\epsilon_0$ 、 $S$ 、 $d$ で表せ。

(4) 右図のように半径 $r$ の導体球Aの表面に電荷 $+Q$ が一様に分布しており、この導体球と中心が共通の導体球殻B（内面の半径 $R$ ）が存在している。導体球殻Bは $-Q$ に帯電しているとする。これも一種のコンデンサーである。このコンデンサーについてクーロン定数を $k$ 、真空誘電率を $\epsilon_0$ として以下の問いに答えよ。



- ① 導体球殻Bの表面の電位はいくらか。  
 ② AとBをつないでいる電気力線は何本か。 $\epsilon_0$ 、 $Q$ で表せ。  
 ③ 金属球Aの表面積はいくらか。 $r$ で表せ。  
 ④ 金属球表面の電場の強さはいくらか。 $\epsilon_0$ 、 $Q$ 、 $r$ で表せ。  
 ⑤ 導体球殻内面の面積はいくらか。 $R$ で表せ。  
 ⑥ 導体球殻内面の電場の強さはいくらか。 $\epsilon_0$ 、 $Q$ 、 $R$ で表せ。  
 ⑦ 導体球殻内面の電位はいくらか。  
 ⑧ 導体球殻Bが存在せず、導体球Aのみであった場合、導体球殻内面の位置（中心から半径 $R$ ）の位置の電位はいくらか。 $k, Q, R$ で表せ。  
 ⑨ ⑧と同じとき導体球表面（中心から半径 $r$ ）の位置の電位はいくらか。 $k, Q, r$ で表せ。  
 ⑩ 導体球殻Bが存在すると、導体球殻Bの電位分だけ導体球表面の電位が下がる。導体球Aの表面の電位はいくらか。 $k, Q, R, r$ で表せ。  
 ⑪  $Q$ を $k, V, R, r$ で表せ。  
 ⑫ このコンデンサーの電気容量を求めよ。 $k, R, r$ で表せ。  
 ⑬ 導体球Bがない（ $R$ が無限に大きいと考える）とき、導体球Aのみの帯電球となる。これも一種のコンデンサー（球形コンデンサーという）である。球形コンデンサーの電気容量を $k, r$ で表せ。

③  $V=Ed$ より、 $AB=AC=\frac{Qd}{2\epsilon_0 S}$ 。

④ ③より $V=\frac{Qd}{2\epsilon_0 S}$  なので、 $Q=\epsilon_0 \frac{2S}{d} V$

⑤ Aは正極に、BCは負極に繋がっており、すべての電極が電源に繋がっているの  
 で正極はAの電荷、負極はB,Cの電荷の和となる。よって、 $Q$

⑥ 電気容量は1Vあたりの電気量なので、 $V=1$ を代入して  $C=\epsilon_0 \frac{2S}{d}$

(4) ① 導体球殻の内部の正電荷と負電荷は等しく、導体球殻Bの外部には一切電気力線  
 が漏れていない。導体球殻の外部は電場がないので、無限遠と同じ電位となる。よ  
 って、 $0V$

②  $\frac{Q}{\epsilon_0}$

③ 球の表面積の公式 $4\pi r^2$

④ 電場の強さは電気力線密度である。 $\frac{Q}{4\pi r^2 \epsilon_0}$

⑤ ③と同様に $4\pi R^2$

⑥ ④と同様に $\frac{Q}{4\pi R^2 \epsilon_0}$

⑦ 導体球殻内面は同じ金属であるので導体球殻外面と電位は同じ。 $0V$

⑧ 金属表面から出ている電気力線は点電荷が中心にあるとしたときと全く同じであ  
 るから、点電荷の周りの電位の公式が使える。よって、 $\frac{kQ}{R}$

⑨ ⑧と同様に $\frac{kQ}{r}$

⑩ 導体球殻Bが存在すると、導体球殻Bの電位分だけ導体球表面の電位が下がる。  
 ので、導体球Aの電位からBの電位を引けばよい。

$$\frac{kQ}{r} - \frac{kQ}{R}$$

⑪ ⑩がAB間の電圧なので、 $V=\frac{kQ}{r} - \frac{kQ}{R}$ となる。

$$\text{よって、} Q = \frac{1}{k} \frac{V}{\frac{1}{r} - \frac{1}{R}} = \frac{rRV}{k(R-r)}$$

⑫ 電気容量は1Vあたりの電気量なので、 $V=1$ を代入して  $C=\frac{rR}{k(R-r)}$

⑬  $R \rightarrow \infty$ の極限を求めれば球形コンデンサーの電気容量となる。

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \frac{rR}{k(R-r)} = \frac{r}{k}$$

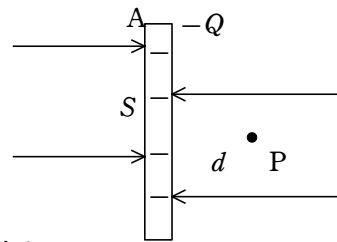
よって、電気容量は $C=\frac{r}{k}$

# コンデンサー

## 44. コンデンサーの静電エネルギー

(1) 右図のように断面積 $S$ の金属板Aがある。

この金属板に電荷 $-Q$ を帯電させた。  
この金属板から微小距離 $d$ 離れた点をPとし、  
真空誘電率を $\epsilon_0$ とする。以下の問いに答えよ。



① この金属板に入り込んでいる電気力線は何本か。 $Q$ 、 $\epsilon_0$ で答えよ。

② 図において、金属板の右側の電気力線は何本あるか。

$Q$ 、 $\epsilon_0$ で答えよ。

③ 金属板の右側の電気力線密度はいくらか。 $Q$ 、 $\epsilon_0$ 、 $S$ で答えよ。

④ 点Pの位置の電場の向きと大きさを答えよ。大きさは $Q$ 、 $\epsilon_0$ 、 $S$ で答えよ。

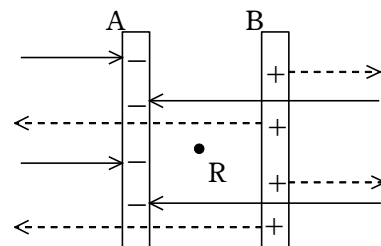
⑤ 点Pに $+Q$ の点電荷を置いた。この電荷に作用する力の大きさはいくらか。 $Q$ 、 $\epsilon_0$ 、 $S$ で答えよ。(金属板上の電荷は点Pの電荷によって動かないものとする。)

・ 下の図は点Pに電荷 $+q$ に帯電した金属板Aと同じ面積の金属板Bをおいた。破線の電場は金属板Bからの電場である。A,Bの極板の中央に点Rをとる。

⑥ この金属板Bに作用する力の大きさと方向を $Q$ 、 $\epsilon_0$ 、 $S$ で答えよ。

⑦ 金属板Aは金属板Bからいくらの大きさの力を受けるか。 $Q$ 、 $\epsilon_0$ 、 $S$ で答えよ。

⑧ 点Rに $+q$ の電荷を置くと、この電荷が極板Aから受ける力の大きさと方向を $Q$ 、 $\epsilon_0$ 、 $S$ 、 $q$ で答えよ。



⑨ ⑧のとき、この電荷が極板Bから受ける力の大きさと方向を $Q$ 、 $\epsilon_0$ 、 $S$ 、 $q$ で答えよ。

⑩ 点Rの電荷が電場から受ける力の方向と大きさを $Q$ 、 $\epsilon_0$ 、 $S$ 、 $q$ で答えよ。

⑪ 極板BをAに近づけたり遠ざけたりしたとき、極板Bに作用する力の大きさはどのように変化するか。

⑫ 金属板Bが最初金属板Aの近くにあったとして、距離 $d$ 引き離すのに必要な仕事はいくらか。 $Q$ 、 $\epsilon_0$ 、 $S$ 、 $d$ で答えよ。

⑬ 金属板AとBが距離 $d$ 離れているとき、金属板からのクーロン力による位置エネルギーはいくらか。 $Q$ 、 $\epsilon_0$ 、 $S$ 、 $d$ で答えよ。

⑭ このコンデンサーにたまっている電気エネルギーはいくらか。 $Q$ 、 $\epsilon_0$ 、 $S$ 、 $d$ で答えよ。

⑮ このコンデンサーの電気容量 $C$ はいくらか。 $\epsilon_0$ 、 $S$ 、 $d$ で答えよ。

⑯ このコンデンサーにたまっている電気エネルギーを $Q$ 、 $C$ で表せ。

⑰ このコンデンサーの極板間の電圧 $V$ を $Q$ 、 $C$ で表せ。

⑱ このコンデンサーにたまっている電気エネルギーを $Q$ 、 $V$ で表せ。

⑲ このコンデンサーにたまっている電気エネルギーを $C$ 、 $V$ で表せ。

(2) コンデンサーはバケツのイメージで捉えることができる。このイメージでコンデンサ

## 解説

(1) ①  $\frac{Q}{\epsilon_0}$  ② 電気力線は左右に均等に分布するので、右側は半分になる。 $\frac{Q}{2\epsilon_0}$

③ 電気力線密度は $\frac{Q}{2\epsilon_0 S}$

④ 左向き 大きさは $E = \frac{Q}{2\epsilon_0 S}$

⑤ 電場とは $+1C$ に作用する力である。 $+Q$ では $Q$ 倍の力となる。または、 $F = qE$ より、左向き 大きさは $QE = \frac{Q^2}{2\epsilon_0 S}$

⑥ ⑤と比べ点電荷が金属板になっただけであるから力は同じである。

左向き 大きさは $QE = \frac{Q^2}{2\epsilon_0 S}$

⑦ ⑥と作用反作用の関係にあるので

右向き 大きさは $QE = \frac{Q^2}{2\epsilon_0 S}$

⑧ 左向き 大きさは $qE = \frac{Qq}{2\epsilon_0 S}$

⑨ 左向き 大きさは $qE = \frac{Qq}{2\epsilon_0 S}$

⑩ ⑧⑨の和となる。

$$\frac{Qq}{2\epsilon_0 S} + \frac{Qq}{2\epsilon_0 S} = \frac{Qq}{\epsilon_0 S}$$

⑪ 電気力線が平行であるから電場の強さは一定である。よって、力は一定である

⑫ 力が一定であるから仕事=力×距離で求められる。

$$\frac{Q^2}{2\epsilon_0 S} \times d = \frac{Q^2 d}{2\epsilon_0 S}$$

⑬ ⑫の仕事によって与えられたエネルギーがクーロン力による位置エネルギーである。よって、 $\frac{Q^2 d}{2\epsilon_0 S}$

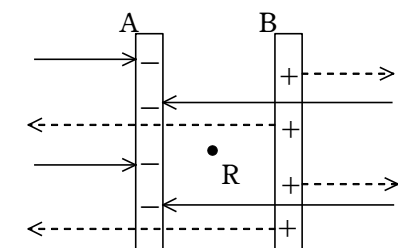
⑭ ⑬がこのコンデンサーにたまっている電気エネルギーである。よって、

$$\frac{Q^2 d}{2\epsilon_0 S}$$

$$\text{⑮ } C = \epsilon_0 \frac{S}{d}$$

⑯ ⑮より $\frac{d}{\epsilon_0 S} = \frac{1}{C}$  これを代入して  $\frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$

$$\text{⑰ } Q = CV \text{ より、 } V = \frac{Q}{C}$$



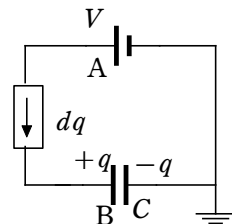
## コンデンサー

ーにたまっている電気エネルギーを求めることにする。これに関して以下の問いに答えよ。

- ・ 底面積 $S$ の円柱形のバケツに深さ $h$ まで水が入っているとす。水の密度を $d$ 、重力加速度の大きさを $g$ とする。
- ① バケツ内の水の体積を $S, h$ で表せ。
- ② バケツ内の水の質量はいくらか。 $d, S, h$ で表せ。
- ③ 位置エネルギーを計算するための高さは、水の高さに幅があるために平均を使わなければならない。その平均の高さは重心の高さと考えることができる。バケツ内の水の重心の高さを $h$ で表せ。
- ④ バケツ内の水の持つ重力による位置エネルギーを $S, h, d, g$ で表せ。
- ⑤ 電気量=体積とイメージすると、コンデンサーにたまっている電気量に相当するのがバケツ内の水の体積( $Sh$ )で、これを $Q$ と置く。電圧は+1Cの電荷を運ぶ仕事(位置エネルギー)である。+1Cは電気の基本単位なので、電圧 $V$ を単位体積あたりの水の位置エネルギー( $dgh$ )と考えるとす。この場合バケツ内の水の位置エネルギーを $Q, V$ で表せ。
- ・ 電気容量 $C$ のコンデンサーに電圧 $V$ をかけた。このときの電気量が $Q$ とする。

- ⑥  $Q$ を $C, V$ で表せ。
- ⑦ コンデンサーに電気を一定の速さでためると、最初 $0V$ であった電圧が徐々に増え最終的に $V[V]$ となる。このときの平均電圧はいくらか。
- ⑧ 電圧とは+1Cの電荷を運ぶ仕事である。 $Q[C]$ の電荷を⑦の平均電圧で運ぶ仕事はいくらか
- ⑨ このコンデンサーにたまっている電気エネルギーはいくらか
- (3) 電圧 $V$ の電池と電気容量 $C$

のコンデンサーを接続し、電池の負極側をアースした。コンデンサーは最初空であり、電流を流し始めてからコンデンサーに $q$ の電荷がたまった瞬間の図を右に示してある。コンデンサーには最終的に $Q$ の電荷がたまったものとする。



- これに関して以下の問いに答えよ。
- ・ 図の瞬間には電荷が $dq$ 流れているものとする。
  - ① 電池の電圧はいくらか。 $V$ で答えよ。
  - ② この電池が正電荷 $dq$ を放出するとき、電池の正極がこの電荷に及ぼす力の方向と、正電荷の移動方向を考慮し電池がした仕事の符号を答えよ。
  - ③ 電池がした仕事はいくらか。 $V, dq$ で答えよ。
  - ④ 電池がこの仕事により失った電気エネルギーはいくらか。
  - ⑤ この瞬間コンデンサーの電圧はいくらか。 $q, C$ で答えよ。
  - ⑥ コンデンサーの正極から正電荷が受けるクーロン力の方向と正電荷の移動方向に注目

⑩ ⑦を用いて⑥から $C$ を消去すると、 $\frac{1}{2}QV$

⑪ ⑦を用いて $Q$ を消去すると、 $\frac{1}{2}CV^2$

(2) ①  $Sh$  ②  $dSh$  ③  $\frac{1}{2}h$  ④  $dSh \times g \times \frac{1}{2}h = \frac{1}{2}dSgh^2$

⑤ ④で $Sh=Q$   $dSh=V$ とおくと、④は $\frac{1}{2}QV$

⑥  $Q=CV$

⑦  $\frac{1}{2}V$

⑧ 電圧 $\frac{1}{2}V[V]$ ということは+1Cを運ぶのに $\frac{1}{2}V[J]$ の仕事をするという意味である。

$Q[C]$ の場合は $Q \times \frac{1}{2}V = \frac{1}{2}QV$ となる。

⑨ ⑧の仕事がたまっている電気エネルギーである。 $\frac{1}{2}QV$

(外部からの仕事によって得られたエネルギーがコンデンサーにたまっているため、外部からの仕事量とたまっているエネルギーは等しくなる。)

- (3) ①  $V$
- ② 正電荷は $A \rightarrow B$ で、正電荷が受ける力の方向も $A \rightarrow B$ で同じ方向なので、電池がした仕事は正である。
- ③ 電圧とは+1Cを運ぶ仕事なので、 $Vdq$
- ④ 電池は正の仕事をしているので仕事分だけエネルギーを失っている。  
 $Vdq$
- ⑤  $Q=CV$ より、 $\frac{q}{C}$
- ⑥ コンデンサーの正極は正電荷を押し出そうとするので、 $B \rightarrow A$ の方向に正電荷に力を与える。正電荷の移動方向は $A \rightarrow B$ なので、仕事は負となる。
- ⑦ コンデンサーの電圧が $\frac{q}{C}$ なので、 $-\frac{q}{C}dq$
- ⑧ コンデンサーがした仕事は負なので、コンデンサーは仕事された分だけ電気エネルギーが増加していることになる。 $\frac{q}{C}dq$
- ⑨ 正電荷は等速移動なので正電荷に加わる力はつりあっている。よって、大きさは等しい。
- ⑩ 抵抗力は移動方向の逆向きになるので、 $B \rightarrow A$ の向きか。
- ⑪  $V - \frac{q}{C}$
- ⑫ 導線が正電荷に加える抵抗力は正電荷の移動方向逆なので、仕事は負となる。

## コンデンサー

してコンデンサーがした仕事の符号を答えよ。

- ⑤ コンデンサーはB極から正電荷を押し出そうとするが、それに逆らって $dq$ が流れ込むことになっている。符号に注意してコンデンサーがした仕事を $q, C, dq$ で表せ。
- ⑥ コンデンサーの電気エネルギーはいくら増加したか。
- ⑦ 正電荷は電池内でもコンデンサー内でも静止している。正電荷が導線AB内を移動するとき、この正電荷はきわめて0に近い一定の速さで移動していることになる。この正電荷に加わるクーロン力と正電荷が導線から受ける抵抗力の大きさにはどのような関係があるか。
- ⑧ ⑦の導線が正電荷に与える抵抗力の方向はA→B、B→Aのどちら向きか。
- ⑨ 極板AB間の電位差はいくらか。
- ⑩ ⑧と正電荷の移動方向に注目して、導線が正電荷に対してした仕事の符号を答えよ。
- ⑪ 導線が正電荷に対してした仕事を $V, C, q, dq$ で表せ。
- ⑫ 導線は正電荷から得たエネルギーはいくらか。
- ⑬ ④⑥⑫のエネルギーの間にどのような関係が成立しているか。
- ・ スイッチを入れてからコンデンサーが満タンになるまで時間が経過した。
- ⑭ 電池がした仕事はいくらか。 $Q, V$ で表せ。
- ⑮ コンデンサーにたまった電気エネルギーはいくらか。 $C, Q$ で表せ。 $0 < q < Q$ の区間で $q$ の値が変化するにつれコンデンサーの電圧が変化するので、 $W = qV$ の公式は直接使えない。積分を用いて求めよ。
- ⑯ 導線が得たエネルギーはいくらか。
- ⑰ 導線が得たエネルギーは最終的に何になるか
- ・ コンデンサーと電池の負極側はともに電位0であるとする。
- ⑱ 極板Aから極板Bに流れた電荷が $dq$ のとき、コンデンサーの負極側から電池の負極側に流れる電荷はいくらか。
- ⑲ 負極板どおしの電圧が0であることに注目して、コンデンサーがした仕事、電池がした仕事、導線がした仕事はそれぞれいくらになるか答えよ。

### 45. 電気容量の変化

- (1) 極板面積 $S$ 、極板間隔 $d$ のコンデンサーがある。中は真空である。真空誘電率 $\epsilon_0$ としこのコンデンサーの電気容量を $C$ として、以下のコンデンサーの電気容量を $C$ で表せ
- ① コンデンサーの極板面積を2倍にした。
- ② コンデンサーの極板間隔を3倍にした。
- ③ 極板間に比誘電率2の誘電体を挿入した。
- ④ 極板面積を2倍にして、極板間隔を $\frac{1}{2}$ にして、比誘電率5の誘電体を挿入した。
- (2) 電気容量 $C$ のコンデンサーを電圧 $V$ の電源につないだら、電荷が $Q$ たまった。このときの電気エネルギーが $U$ であった。以下の問いに答えよ。
- ① 電源をつないだままで電気容量を $2C$ にした。たまっている電気を $Q$ で表せ。電気エネルギーを $U$ で表せ。

$$\textcircled{11} \quad -\left(V - \frac{q}{C}\right) dq$$

$$\textcircled{12} \quad \textcircled{11} \text{に同じ。} \left(V - \frac{q}{C}\right) dq$$

$$\textcircled{13} \quad \begin{aligned} \text{電池が失ったエネルギー} & \quad Vdq \\ \text{コンデンサーが得たエネルギー} & \quad \frac{q}{C} dq \\ \text{導線が得たエネルギー} & \quad \left(V - \frac{q}{C}\right) dq \end{aligned}$$

$$Vdq = \frac{q}{C} dq + \left(V - \frac{q}{C}\right) dq \text{となっており、}$$

コンデンサーが得たエネルギーと導線が得たエネルギーの和は電池が失ったエネルギーと等しい。

$$\textcircled{14} \quad QV$$

$$\textcircled{15} \quad \frac{q}{C} dq \text{を} 0 < q < Q \text{で積分すると、} \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \left[ \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \right]_0^Q = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

$$\textcircled{16} \quad \int_0^Q \left(V - \frac{q}{C}\right) dq = \left[ qV - \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \right]_0^Q = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

$$\textcircled{17} \quad \text{抵抗による発熱}$$

### 解説

$$(1) \quad C = \epsilon_0 \frac{S}{d} \text{を基に考えればよい。}$$

$$\textcircled{1} \quad S \text{が2倍になるので、} 2C$$

$$\textcircled{2} \quad d \text{が3倍になるので、} \frac{1}{3} C$$

$$\textcircled{3} \quad \epsilon \text{が2倍になったので、} 2C$$

$$\textcircled{4} \quad 2S, \frac{1}{2}d, 5\epsilon_0 \text{を公式に代入すると、} 5\epsilon_0 \frac{2S}{\frac{1}{2}d} = 20\epsilon_0 \frac{S}{d} = 20C$$

$$(2) \quad U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} QV$$

$$\textcircled{1} \quad Q = CV \text{で} V \text{が一定なので、} Q \text{と} C \text{は比例する。よって、} C \text{が2倍なので、} Q \text{も2倍}$$

## コンデンサー

② 電源をつないだままで電圧を $2V$ にした。たまっている電気量を $Q$ で表せ。電気エネルギーを $U$ で表せ。

③ 電源を切った状態で電気容量を2倍にした。コンデンサーの極板電圧を $V$ で表せ。電気エネルギーを $U$ で表せ。

④ 電源につないだままで電気容量を3倍にし、電圧を2倍にした。たまっている電気量を $Q$ で表せ。電気エネルギーを $U$ で表せ。

(3) 極板面積 $S$ 、極板間隔 $d$ 、内部が真空のコンデンサーに電圧 $V$ の電源を接続した。真空誘電率を $\epsilon_0$ として以下の問いに答えよ。

・ スイッチを入れた。

① このコンデンサーの電気容量を $\epsilon_0$ 、 $S$ 、 $d$ で表せ。

② このコンデンサーにたまっている電気量 $Q$ を $\epsilon_0$ 、 $S$ 、 $d$ 、 $V$ で表せ。

③ 電圧 $V$ を $\epsilon_0$ 、 $S$ 、 $d$ 、 $Q$ で表せ。

④ このコンデンサーにたまっている電気エネルギーを $\epsilon_0$ 、 $S$ 、 $d$ 、 $Q$ で表せ。

・ スイッチを切った状態で上側の極板を $x$ だけゆっくりと引き上げた。

⑤ このコンデンサーの電気容量を $\epsilon_0$ 、 $S$ 、 $d$ 、 $x$ で表せ。

⑥ このコンデンサーの電気エネルギーを $\epsilon_0$ 、 $S$ 、 $d$ 、 $x$ 、 $Q$ で表せ。

⑦ コンデンサーの電気エネルギーはどれだけ変化したか。 $\epsilon_0$ 、 $S$ 、 $x$ 、 $Q$ で表せ。

⑧ コンデンサーに加えた外力がした仕事はいくらか。 $\epsilon_0$ 、 $S$ 、 $x$ 、 $Q$ で表せ。

⑨ コンデンサーに加えた力の大きさ及び方向を求めよ。 $\epsilon_0$ 、 $S$ 、 $Q$ で表せ。

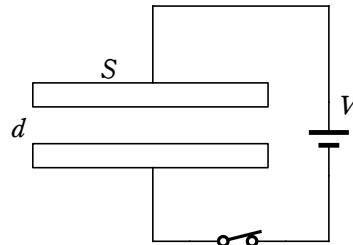
⑩ 極板に作用しているクーロン力の大きさを求めよ。 $\epsilon_0$ 、 $S$ 、 $Q$ で表せ。

・ 再びスイッチを入れた。

⑪ コンデンサーの電荷はどれだけ変化するか。 $d$ 、 $x$ 、 $Q$ で表せ。

⑫ コンデンサーにたまっている電気エネルギーはいくらか。 $\epsilon_0$ 、 $S$ 、 $d$ 、 $x$ 、 $Q$ で表せ。

⑬ このとき電池がした仕事はいくらか。 $\epsilon_0$ 、 $S$ 、 $d$ 、 $x$ 、 $Q$ で表せ。



よって、 $2Q$ 、電気エネルギーは $U = \frac{1}{2}QV$ より、 $V$ が一定で $Q$ が2倍なので、 $2U$

②  $C$ が一定なので、 $Q = CV$ より、 $Q$ と $V$ は比例。 $V$ が2倍なので、 $Q$ も2倍。

$$U = \frac{1}{2}CV^2 \text{より、} 4U$$

③  $Q$ が一定なので、 $C$ と $V$ は反比例する。 $C$ が2倍になったので、 $V$ は $\frac{1}{2}$ 。よって、 $\frac{1}{2}V$ 。

$$\text{電気エネルギーは} \frac{1}{2}QV \text{より、} \frac{1}{2}U$$

④  $Q = CV$ の公式に $3C$ 、 $2V$ をいれると、 $Q' = 6CV = 6Q$ 、電気エネルギーは $\frac{1}{2}QV$ より、

$$U' = \frac{1}{2} \times 6Q \times 2V = 12 \times \frac{1}{2}QV = 12U$$

$$(3) \quad ① \quad C = \epsilon_0 \frac{S}{d} \quad ② \quad Q = CV = \epsilon_0 \frac{S}{d} V \quad ③ \quad V = \frac{Qd}{\epsilon_0 S}$$

$$④ \quad U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{Q^2 d}{\epsilon_0 S}$$

$$⑤ \quad C' = \epsilon_0 \frac{S}{d+x} \quad ⑥ \quad U' = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C'} = \frac{1}{2} \frac{(d+x)Q^2}{\epsilon_0 S}$$

$$⑦ \quad U' - U = \frac{1}{2} \frac{(d+x)Q^2}{\epsilon_0 S} - \frac{1}{2} \frac{Q^2 d}{\epsilon_0 S} = \frac{1}{2} \frac{Q^2 x}{\epsilon_0 S}$$

⑧ コンデンサーの電気エネルギーが増加しているの、外力がした仕事は正である。電気エネルギーの増加分だけ仕事しているの

$$W = \frac{1}{2} \frac{Q^2 x}{\epsilon_0 S}$$

⑨ 力の大きさを $F$ とすると、仕事は $Fx$ となる。

$$\text{よって、} Fx = \frac{1}{2} \frac{Q^2 x}{\epsilon_0 S} \quad F = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{\epsilon_0 S}$$

⑩ クーロン力と等しい力で極板を動かしているの、クーロン力は⑧と等しい。

$$\text{よって、} \frac{1}{2} \frac{Q^2}{\epsilon_0 S}$$

⑪ 電気容量は $C' = \epsilon_0 \frac{S}{d+x}$ で電圧が $V = \frac{Qd}{\epsilon_0 S}$ なので、

$$\text{電気量は} Q' = \epsilon_0 \frac{S}{d+x} \frac{Qd}{\epsilon_0 S} = \frac{d}{d+x} Q$$

⑫ コンデンサーにたまっている電気エネルギー $U''$ は

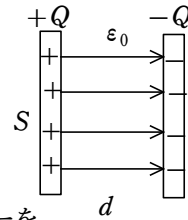
$$U'' = \frac{1}{2} \frac{Q'^2}{C'} = \frac{1}{2} \frac{\left(\frac{d}{d+x} Q\right)^2}{\frac{\epsilon_0 S}{d+x}} = \frac{1}{2} \frac{d}{d+x} \frac{Q^2 d}{\epsilon_0 S}$$

⑬ コンデンサーの電気エネルギーが減少しているの電池がした仕事は負である。

# コンデンサー

## 46. 静電エネルギーと極板間体積

(1) 断面積 $S$ の金属板2枚を間隔 $d$ 離して設置しコンデンサーを作った。このコンデンサーに $Q$ の電荷を帯電させた。真空誘電率を $\epsilon_0$ として以下の問いに答えよ。



- ① このコンデンサーの電気容量 $C$ と $\epsilon_0$ 、 $d$ 、 $S$ で表せ。
- ② このコンデンサーにたまっている電気エネルギーを $Q, C$ で答えよ。
- ③ コンデンサー内の電場の強さを $E$ とすると、 $E$ を $Q, \epsilon_0, S$ で表せ。
- ④ ①②③より、電気エネルギーを $\epsilon_0$ 、 $d$ 、 $S$ 、 $E$ で表せ。
- ⑤ コンデンサーの極板間の体積を $S, d$ で表せ。
- ⑥ コンデンサーの極板間空間の単位体積辺りの電気エネルギーを $\epsilon_0$ 、 $E$ で表せ。

(2) (1)のコンデンサー内に厚さ $\frac{d}{3}$ 、断面積 $S$ の金属 $A$ を中央に挿入した。

- ① 金属 $A$ 内の体積はいくらか。 $S, d$ で表せ。
- ② 金属 $A$ 内の電場の強さはいくらか。 $Q, \epsilon_0, S$ で表せ。
- ③ 金属板間で金属 $A$ 外の領域の電場の強さはいくらか。
- ④ ③の領域の体積はいくらか。 $S, d$ で表せ。
- ⑤ ③の領域単位体積あたりの電気エネルギーはいくらか。 $Q, \epsilon_0, S, d$ で表せ。
- ⑥ このコンデンサーの電気エネルギーはいくらか。 $Q, \epsilon_0, S, d$ で表せ。

## 47. コンデンサーの並列接続

(1) 右図 I の様に電気容量 $C_1$ のコンデンサーと電気容量 $C_2$ のコンデンサーを並列につなぎ、電圧 $V$ の電池につないだところ、 $C_1$ に $Q_1$ 、 $C_2$ に $Q_2$ の電荷がたまるとする。

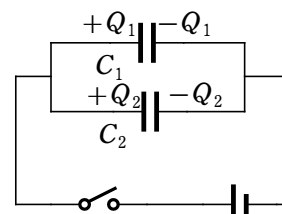


図 I

また、図 II のように電気容量 $C$ のコンデンサー図 I と同じ電源につないだところ $Q$ の電荷がたまるとする。この図 I、図 II に関して

$$\text{電池に戻った電荷は } Q - Q' = Q - \frac{d}{d+x}Q = \frac{x}{d+x}Q$$

$$\text{よって、 } W = -qV = -\frac{x}{d+x}QV = -\frac{x}{d+x} \frac{Q^2 d}{\epsilon_0 S}$$

(コンデンサーのエネルギー差で求めることはできない。電荷が移動する途中でエネルギーが失われるためである。電池がした仕事は $W = qV$ から計算する)

解説

$$(1) \text{ ① } C = \epsilon_0 \frac{S}{d} \quad \text{② } \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \quad \text{③ } E = \frac{Q}{\epsilon_0 S}$$

④ ③より $Q = \epsilon_0 ES$ 、これと①を②に代入して

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0^2 E^2 S^2}{\epsilon_0 \frac{S}{d}} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 S d$$

⑤  $Sd$

⑥ ④⑤より、 $\frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$

$$(2) \text{ ① } \frac{1}{3} S d \quad \text{② } 0 \quad \text{③ } \frac{Q}{\epsilon_0 S} \quad \text{④ } \frac{2}{3} S d$$

$$\text{⑤ } \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 \left( \frac{Q}{\epsilon_0 S} \right)^2 = \frac{Q^2}{2 \epsilon_0 S^2}$$

$$\text{⑥ } \frac{Q^2}{2 \epsilon_0 S^2} \times \frac{2}{3} S d = \frac{1}{3} \frac{Q^2 d}{\epsilon_0 S}$$

解説

$$(1) \text{ ① } \text{ともに } V \quad \text{② } Q_1 = C_1 V \quad Q_2 = C_2 V \quad \text{③ } Q = CV \quad \text{④ } Q = Q_1 + Q_2$$

⑤ ④に②③を代入して $CV = C_1 V + C_2 V$  よって、 $C = C_1 + C_2$

⑥ ⑤より、 $C = C_1 + C_2$

⑦ ②より $Q_1 : Q_2 = C_1 V : C_2 V = C_1 : C_2$

⑧ 電気エネルギーは $\frac{1}{2} CV^2$ なので、

$$U_1 : U_2 = \frac{1}{2} C_1 V^2 : \frac{1}{2} C_2 V^2 = C_1 : C_2$$

$$(2) \text{ ① } C' = C_1 + C_2 \quad \text{② } C = C' + C_3 \quad \text{③ } C = C_1 + C_2 + C_3$$

$$\text{④ } Q_1 = C_1 V, \quad Q_2 = C_2 V, \quad Q_3 = C_3 V$$



## コンデンサー

以下の問いに答えよ。

① コンデンサー $C_1$ 、 $C_2$ の両端にかかっている電圧はいくらか。 $V$ で表せ。

② 電気量 $Q_1$ 、 $Q_2$ をそれぞれ $C_1$ 、 $C_2$ 、 $V$ を用いて表せ。

③ 電気量 $Q$ を $C, V$ で表せ。

④  $C_1$ 、 $C_2$ のコンデンサーと $C$ のコンデンサーが同じ能力を持つ（同じ電圧で同じ電気量がたまる。）とき、 $Q_1$ 、 $Q_2$ と $Q$ の間にどのような関係が成立しているか。

⑤ ④に②③を代入することにより、 $C$ 、 $C_1$ 、 $C_2$ の関係を求めよ。

⑥  $C_1$ 、 $C_2$ のコンデンサーの合成容量（ひとつのコンデンサーと考えたときの容量）を、 $C_1$ 、 $C_2$ で表せ。

⑦ コンデンサーの並列配線するとき、②を用いて各コンデンサーにたまっている電気量の比

（ $Q_1 : Q_2$ ）を $C_1$ 、 $C_2$ を用いて表せ。

⑧ 各コンデンサーにたまっている電気エネルギーの比を $C_1$ 、 $C_2$ を用いて表せ。

(2) 右図 I のように $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_3$ の3つのコンデンサーを

並列につないだ。このコンデンサーの合成容量

を求めるために図 II のような回路に書き換えた。

これに関して以下の問いに答えよ。

① 図 II においてコンデンサー $C_1$ 、 $C_2$ の合成容量 $C'$ はいくらか。

② 図 II は $C'$ と $C_3$ の合成容量とも考えられる。全体の合成容量 $C$ を $C'$ 、 $C_3$ で表せ。

③ 全体の合成容量 $C$ を $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_3$ で表せ。

④ たまっている電気量 $Q_1$ 、 $Q_2$ 、 $Q_3$ を $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_3$ 、 $V$ で表せ。

⑤ たまっている電気量の比 $Q_1 : Q_2 : Q_3$ を $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_3$ で表せ。

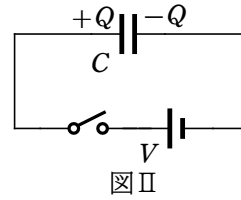


図 II

$$\textcircled{5} \quad Q_1 : Q_2 : Q_3 = C_1 V : C_2 V : C_3 V = C_1 : C_2 : C_3$$

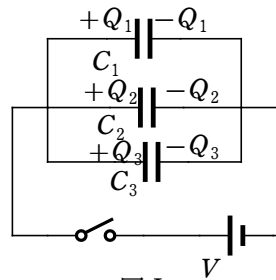


図 I

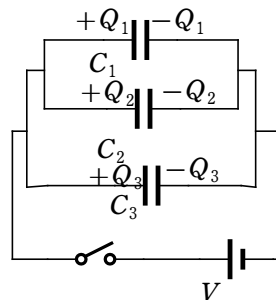
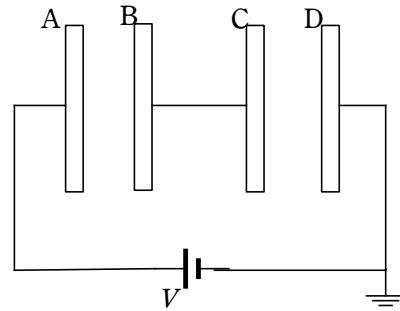


図 II

## コンデンサー

### 48. コンデンサーの直列接続

(1) 断面積 $S$ の薄い金属板A,B,C,Dを右図の様に平行に配置した。金属板ABは電気容量 $C_1$ のコンデンサー金属板CDは電気容量 $C_2$ のコンデンサーである。極板A、Dを電圧 $V$ の電池につなぎ、極板D側をアースした。コンデンサーABの電圧を $V_1$ 、コンデンサーCDの電圧を $V_2$ とする。各金属板に電荷はたまっていなかったとして以下の問いに答えよ。

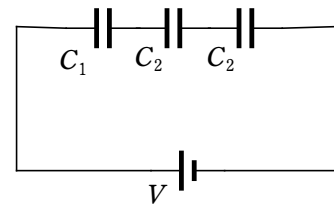


- ①  $V$ を $V_1$ 、 $V_2$ で表せ。
- ・ 電源をつなぐと極板Aに $+Q$ の電荷がたまった。
- ② 極板B、C、Dにそれぞれいくらの電荷がたまるか。
- ③ このコンデンサーをひとつのコンデンサーと考えるとき、このコンデンサーにたまっている電荷はいくらと考えることができるか。極板B,Cの電荷は電源と繋がっていないことを考慮して考えよ。
- ④  $V_1$ 、 $V_2$ をそれぞれ $Q$ 、 $C_1$ 、 $C_2$ を用いて表せ。
- ⑤ 全体の電気容量を $C$ とすると、 $V$ を $Q$ 、 $C$ を用いて表せ。
- ⑥ ①④⑤を用いることにより $C$ 、 $C_1$ 、 $C_2$ の関係式を導け。
- ⑦ 合成容量 $C$ を $C_1$ 、 $C_2$ で表せ。
- ⑧ ④を用いて $V_1 : V_2$ を $C_1$ 、 $C_2$ を用いて表せ。
- ⑨ 各コンデンサーにたまっている電気エネルギーの比を $C_1$ 、 $C_2$ を用いて表せ。

(2) (1)の問題において極板Cに最初、 $+q$ の電荷がたまっていた場合、以下の問いに答えよ。(他の条件は(1)と同じとする)

- ① 極板B、C、Dにそれぞれいくらの電荷がたまるか。 $Q, q$ で答えよ。
- ② このコンデンサーをひとつのコンデンサーと考えることができない。A、Dの極板の電荷に注目してその理由を答えよ。
- (3) 右図は電気容量 $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_3$ のコンデンサーを直列につないだものである。これに関して以下の問いに答えよ。

① 電気容量 $C_1$ 、 $C_2$ のコンデンサーの電気容量を $C'$ とすると、 $\frac{1}{C'}$ を $C_1$ 、 $C_2$ で表せ。



② 電気容量 $C_1$ 、 $C_2$ のコンデンサーを合成容量 $C'$ のひとつのコンデンサーと

置き換えることにより、全体のコンデンサーの電気容量 $C$ を求めることができる。 $\frac{1}{C}$ を $C'$ 、 $C_3$ で表せ。

解説

- (1) ①  $V = V_1 + V_2$
- ② コンデンサーの両極の電荷は正負が逆になるだけでその絶対値は等しい。その絶対値をコンデンサーにたまっている電荷という。よって、極板Bは $-Q$ となる。  
極板Bと極板Cは直接繋がっており、最初電荷が存在していなかった。そのために、極板Bが $-Q$ になれば、極板Bから $+Q$ が極板Cに移動したと考えられる。よって、極板Cは $+Q$ である。  
極板Cと極板Dは同じ絶対値で逆符号になるので、極板Dは $-Q$ となる。  
 $B : -Q \quad C : +Q \quad D : -Q$
- ③ 極板B,Cは電源と繋がっていないので、外部から取り出すことができない。極板B、C間を電荷が移動しているだけである。よって、たまっている電荷はA,Dの電荷で考えることになる。よって、その絶対値の $Q$ がこのコンデンサーにたまっている電荷となる。
- ④  $V_1 = \frac{Q}{C_1} \quad V_2 = \frac{Q}{C_2} \quad \text{⑤} \quad V = \frac{Q}{C}$
- ⑥ ① ( $V = V_1 + V_2$ ) に④⑤を代入することにより  
 $\frac{Q}{C} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}$  これは、 $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$  となる。
- ⑦ ⑥より、 $\frac{1}{C} = \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2}$  よって、 $C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$
- ⑧  $V_1 = \frac{Q}{C_1} \quad V_2 = \frac{Q}{C_2}$  より、 $V_1 : V_2 = \frac{Q}{C_1} : \frac{Q}{C_2} = \frac{1}{C_1} : \frac{1}{C_2} = C_2 : C_1$   
電圧の比と電気容量の比は逆比(反比例)となる。
- ⑨ 電気エネルギーは $U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$ である。よって、  
 $U_1 : U_2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C_1} : \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C_2} = \frac{1}{C_1} : \frac{1}{C_2} = C_2 : C_1$
- (2) ① 極板Bは $-Q$ 、極板Cはもともと $+q$ たまっていたところに $+Q$ 極板Bからやってくるので、 $+q + Q$ となる。極板Dは極板Cと逆符号になるので、 $-q - Q$ となる。  
 $B : -Q \quad C : +q + Q \quad D : -q - Q$
- ② コンデンサーは正極と負極の電荷が同じでなければならないが、このコンデンサーをひとつのコンデンサーと考えた場合極板AとDが正極と負極になるが、AとDが同じ絶対値の電荷になっていない。よって、一つのコンデンサーに置き換えることができない。
- (3) ①  $\frac{1}{C'} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad \text{②} \quad \frac{1}{C} = \frac{1}{C'} + \frac{1}{C_3}$
- ③ ②に①を代入して $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$
- ④ 各コンデンサーにたまっている電気量はすべて等しい。この電荷を $Q$ とすると、

# コンデンサー

③  $\frac{1}{C}$  を  $C_1, C_2, C_3$  で表せ。

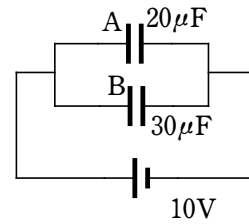
④ 各コンデンサーの電圧の比  $V_1 : V_2 : V_3$  を  $C_1, C_2, C_3$  で表せ。

## 49. コンデンサーの並列・直列配線

(1) 右図のような回路がある。A, B各コンデンサー

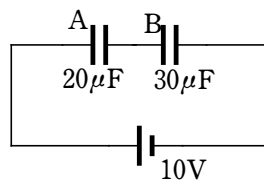
の電圧、電気量をまとめた下の表を完成せよ。

$Q$  はたまっている電気量、 $V$  は電圧、 $C$  は電気容量を示している。また、全体とあるのはすべてのコンデンサーを合成した場合の電圧、電気量、電気容量である。



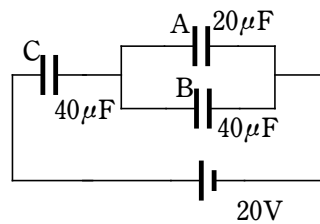
	$Q$	$C$	$V$
A		$20\mu$	
B		$30\mu$	
全体			10

(2) (1)と同じ要領で下の表を完成せよ。



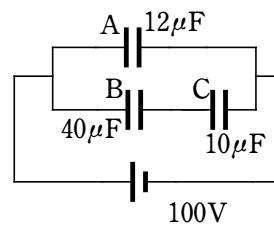
	$Q$	$C$	$V$
A		$20\mu$	
B		$30\mu$	
全体			10

(3) (1)と同じ要領で下の表を完成せよ。



	$Q$	$C$	$V$
A		$20\mu$	
B		$40\mu$	
C		$40\mu$	
全体			20

(4) (1)と同じ要領で下の表を完成せよ。

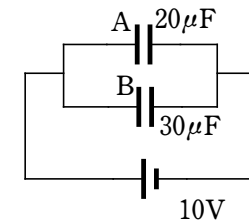


	$Q$	$C$	$V$
A		$12\mu$	
B		$40\mu$	
C		$10\mu$	
全体			100

$$V_1 : V_2 : V_3 = \frac{Q}{C_1} : \frac{Q}{C_2} : \frac{Q}{C_3} = \frac{1}{C_1} : \frac{1}{C_2} : \frac{1}{C_3}$$

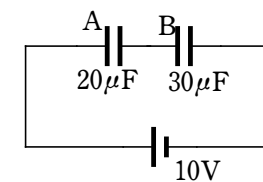
解説

(1) 表を埋められるところから埋めると良い。



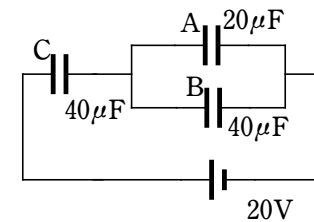
	$Q$	$C$	$V$
A	$200\mu$	$20\mu$	10
B	$300\mu$	$30\mu$	10
全体	$500\mu$	$50\mu$	10

(2)



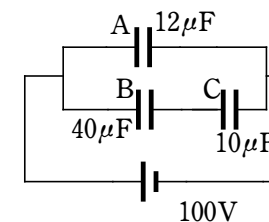
	$Q$	$C$	$V$
A	$120\mu$	$20\mu$	6
B	$120\mu$	$30\mu$	4
全体	$120\mu$	$12\mu$	10

(3)



	$Q$	$C$	$V$
A	$160\mu$	$20\mu$	8
B	$320\mu$	$40\mu$	8
C	$480\mu$	$40\mu$	12
全体	$480\mu$	$24\mu$	20

(4)

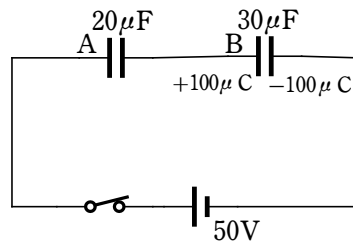


	$Q$	$C$	$V$
A	$1200\mu$	$12\mu$	100
B	$800\mu$	$40\mu$	20
C	$800\mu$	$10\mu$	80
全体	$2000\mu$	$20\mu$	100

# コンデンサー

## 50. コンデンサー回路必殺技

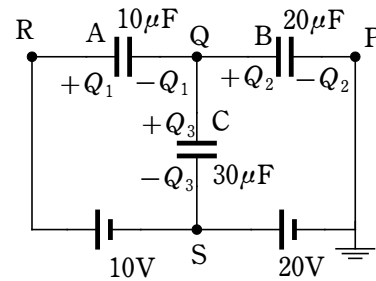
(1) 帯電していない $20\mu\text{F}$ のコンデンサーと $100\mu\text{C}$ に帯電している $30\mu\text{F}$ のコンデンサーを右図のように直列に接続し、 $50\text{V}$ の電源につないだ。これに関して以下の問いに答えよ。



・ スイッチを入れた後のコンデンサーにたまっている電荷を $Q_1$ 、 $Q_2$ とする。

- ① スイッチを入れた後のコンデンサーAの電圧と、コンデンサーBの電圧をそれぞれ、 $Q_1$ 、 $Q_2$ で表せ。
- ② A,Bの電圧の和は何Vか。
- ③ ①②を用いて方程式を作れ
- ④ コンデンサーAの負極板とコンデンサーBの正極板はそれぞれいくらに帯電しているか。 $Q_1$ 、 $Q_2$ を用いて表せ。
- ⑤ コンデンサーAの負極板とコンデンサーBの正極板の電荷の和はいくらになるか。スイッチを入れる前のコンデンサーBの電荷を参考にして答えよ。
- ⑥ ④⑤を用いて方程式を作れ
- ⑦ ③⑥を解くことにより $Q_1$ 、 $Q_2$ を求めよ。

(2) コンデンサーA ( $10\mu\text{F}$ ) ,B ( $20\mu\text{F}$ ) , C ( $30\mu\text{F}$ ) のコンデンサーと $10\text{V}$ と $20\text{V}$ の電池を右図のように接続した。接続前は電荷は0であり、接続後は右図のように電荷がたまっただけとして、以下の問いに答えよ。



- ① コンデンサーA,B,Cの電圧を $Q_1$ 、 $Q_2$ 、 $Q_3$ を用いてそれぞれ表せ。
- ② Pの電位はいくらか
- ③ Qの電位をP→Qと電圧の和を計算することにより、 $Q_2$ を用いて表せ。
- ④ Sの電位を③の結果にコンデンサーCの電圧を加えることにより、 $Q_2$ 、 $Q_3$ を用いて表せ。
- ⑤ ④とSの電位を用いて方程式を作れ
- ⑥ Rの電位を③にコンデンサーAの電位を加えることにより、 $Q_1$ 、 $Q_2$ で表せ。
- ⑦ Rの電位はいくらか。
- ⑧ ⑥⑦で方程式を立てよ。
- ⑨ 点Qは電源に繋がっていない。コンデンサーAの負極板、コンデンサーBの正極板、コンデンサーCの正極板の和は一定である。この和はいくらか
- ⑩ ⑨を用いて方程式を作れ
- ⑪ ⑤⑧⑩を連立させて各コンデンサーにたまっている電荷を求めよ。

## 解説

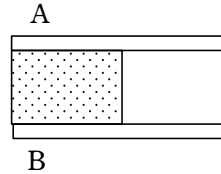
- (1) ① A :  $\frac{Q_1}{20\mu}$  B :  $\frac{Q_2}{30\mu}$  ②  $50\text{V}$  ③  $\frac{Q_1}{20\mu} + \frac{Q_2}{30\mu} = 50$
- ④ Aの負極板 =  $-Q_1$  Bの正極板 =  $+Q_2$
- ⑤ コンデンサーBは $100\mu\text{C}$ に最初帯電していた。正極板は $+100\mu\text{C}$ に帯電している。コンデンサーAは帯電していないので、最初コンデンサーAの負極板は0である。コンデンサーAの負極板とコンデンサーBの正極板にある電荷はこの間を移動するだけなので、その和は一定となる。よって、 $+100\mu\text{C}$
- ⑥  $-Q_1 + Q_2 = +100\mu$
- ⑦ ③は  $3Q_1 + 2Q_2 = 3000\mu$   
⑥は  $-Q_1 + Q_2 = +100\mu$   
これを連立すると、 $Q_1 = 560\mu\text{C}$   $Q_2 = 660\mu\text{C}$
- (2) ① A =  $\frac{Q_1}{10\mu}$  B =  $\frac{Q_2}{20\mu}$  C =  $\frac{Q_3}{30\mu}$  ② アースされているので0V
- ③ 0VにPQ間の電圧を加えればよい。よって、 $\frac{Q_2}{20\mu}$
- ④ Q→Sはコンデンサーの正極から負極に移動するので電位は下がっている。よって、 $\frac{Q_2}{20\mu} - \frac{Q_3}{30\mu}$
- ⑤ Sの電位は20Vなので、 $\frac{Q_2}{20\mu} - \frac{Q_3}{30\mu} = 20$
- ⑥ QからRに移動すると、コンデンサーAの $\frac{Q_1}{10\mu}$ だけ電位があがる。よって、Qの電位 $\frac{Q_2}{20\mu}$ に $\frac{Q_1}{10\mu}$ を加えて、 $\frac{Q_2}{20\mu} + \frac{Q_1}{10\mu}$
- ⑦ Sより10V高いので、30V
- ⑧ ⑥⑦より、 $\frac{Q_2}{20\mu} + \frac{Q_1}{10\mu} = 30$
- ⑨ すべてのコンデンサーが最初空だったので、0
- ⑩  $-Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$
- ⑪ ⑤は  $3Q_2 - 2Q_3 = 1200\mu$   
⑧は  $Q_2 + 2Q_1 = 600\mu$   
⑩  $-Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$   
これを連立して解くと、 $Q_1 = 150\mu\text{C}$   $Q_2 = 300\mu\text{C}$   $Q_3 = -150\mu\text{C}$   
コンデンサーCの $Q_3$ は負の値になっているが、これは、最初に仮定したコンデンサーCの電極の正負が逆だったことを意味している。上側が負極で、下側が正極である。よって、  
コンデンサーAは $150\mu\text{C}$  Bは $300\mu\text{C}$  Cは $150\mu\text{C}$

# コンデンサー

⑫ 点Qの電位はいくらか。

## 51. 誘電体挿入問題

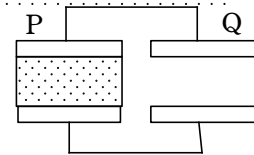
(1) 右図のように断面積 $S$ の金属板AB2枚を間隔 $d$ 離して平行に並べた。金属板Aを $+Q$ にBを $-Q$ に帯電させた後、金属板間左半分に比誘電率2の誘電体で隙間なく埋めた。真空誘電率を $\epsilon_0$ として、以下の問いに答えよ。



・ 比誘電率2の誘電体で生める前について

- ① 金属板AからBに出ている電気力線は何本か
- ② 金属板間の電場の強さはいくらか。
- ③ AB間の電圧はいくらか
- ④ このコンデンサーの電気容量 $C$ はいくらか
- ⑤ このコンデンサーの持つ電気エネルギーはいくらか。 $Q, C$ で表せ。

・ 比誘電率2の誘電体を左半分に挿入した。コンデンサーのこの状態は右図のようにコンデンサーを縦割りにして並列配線したと考えてよい。左のコンデンサーをP、右のコンデンサーをQとする。

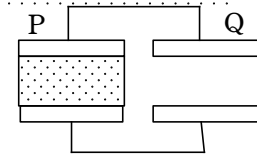


- ⑥ コンデンサーP、Qの電気容量を $\epsilon_0, S, d$ で表せ。
- ⑦ コンデンサーP、Qの電気容量を $C$ で表せ。
- ⑧ 誘電体挿入後のコンデンサーの電気容量を $C$ を用いて表せ。
- ⑨ 誘電体挿入後のコンデンサーの電気エネルギーを $Q, C$ を用いて表せ。
- ⑩ 誘電体を挿入することにより電気エネルギーが変化している。このことを考慮して、誘電体を挿入するとき外力がした仕事の符号を答えよ。
- ⑪ 左から挿入するとき誘電体にかかる力の方向を答えよ。
- ・ コンデンサーPの電気量を $x$ とする。
- ⑫ コンデンサーP内の電場の強さはいくらか。 $\epsilon_0, S, x$ で表せ。
- ⑬ コンデンサーの極板間電圧はいくらか。 $\epsilon_0, S, x, d$ で表せ。
- ⑭ コンデンサーQの電気量を $Q, x$ で表せ。
- ⑮ コンデンサーQ内の電場の強さを $\epsilon_0, S, x, Q$ で表せ。
- ⑯ コンデンサーQの極板間電圧はいくらか。 $\epsilon_0, S, x, Q, d$ で表せ。
- ⑰ ⑬⑯に注目して $x$ を $Q$ で表せ。
- ⑱ コンデンサー内部の誘電体が誘電分極を起こしている電気量はいくらか。

⑫ コンデンサーBの電圧は $\frac{Q_2}{C} = \frac{300\mu}{20\mu} = 15V$ で、点Pより15V高いことになる。点Pの電位が0なので、Qの電位は15Vとなる。

解説

- (1) ①  $\frac{Q}{\epsilon_0}$  ②  $\frac{Q}{\epsilon_0 S}$  ③  $\frac{Qd}{\epsilon_0 S}$  ④  $C = \epsilon_0 \frac{S}{d}$  ⑤  $\frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$
- ⑥  $P = 2\epsilon_0 \frac{S}{2} = \epsilon_0 \frac{S}{d}$   $Q = \epsilon_0 \frac{S}{d} = \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{S}{d}$
- ⑦  $C = \epsilon_0 \frac{S}{d}$ なので、  
 $P = \epsilon_0 \frac{S}{d} = C$   $Q = \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{S}{d} = \frac{1}{2} C$
- ⑧ コンデンサーの並列配線となるので、 $C' = C + \frac{1}{2} C = \frac{3}{2} C$
- ⑨  $U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C'} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{\frac{3}{2} C} = \frac{1}{3} \frac{Q^2}{C}$



- ⑩ コンデンサーの電気エネルギーは $\frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$ から $\frac{1}{3} \frac{Q^2}{C}$ に減少している。これは、コンデンサーが仕事していることを意味し、外力が仕事されたことになる。よって、外力がした仕事は負である。
- ⑪ コンデンサーはエネルギーが減少しているので、コンデンサーは仕事をしていることになり、コンデンサーが誘電体に加えた力は動かす方向と同じ方向である。誘電体は右向きに挿入されているので、コンデンサーが挿入されてくる誘電体に加える力は同じ右向きである。誘電体はコンデンサーに引き込まれるように入ることを意味している。

⑫  $E_P = \frac{x}{\epsilon_0 S}$  ⑬  $\frac{xd}{\epsilon_0 S}$  ⑭  $Q - x$  ⑮  $E_Q = \frac{Q - x}{\epsilon_0 S}$  ⑯  $\frac{(Q - x)d}{\epsilon_0 S}$

⑰ 並列配線であるからコンデンサーP, Qの極板間電圧は等しい。

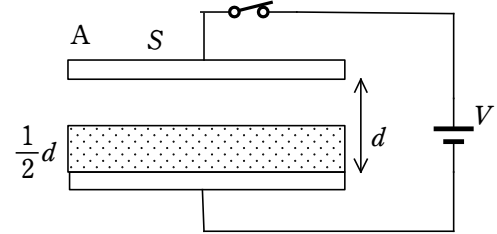
$\frac{xd}{\epsilon_0 S} = \frac{(Q - x)d}{\epsilon_0 S}$  これより、 $x = \frac{Q}{2}$

(これにより誘電体を挿入しても電荷の移動はないことが分かる。)

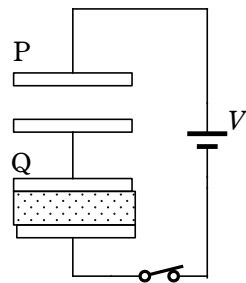
- ⑱ 比誘電率2であるから、誘電体内の電場の強さが $\frac{1}{2}$ になっている。これより、誘電分極はコンデンサーPの極板の電荷の $\frac{1}{2}$ だけ生じていることが分かる。よって、誘電分

# コンデンサー

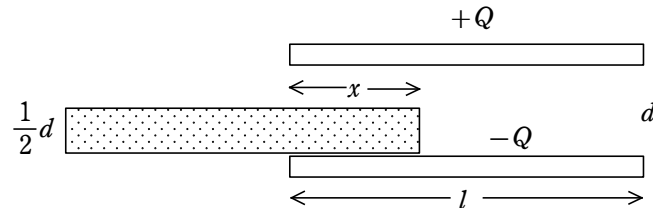
(2) 極板面積 $S$ の金属板 $A, B$ 2枚を間隔 $d$ 離して平行に設置し、電源のスイッチを入れコンデンサーを電荷 $Q$ に帯電させた。次に、スイッチを切り、コンデンサー内の下半分に厚さ $\frac{1}{2}d$ 、比誘電率 $2$ の誘電体を左から挿入し、再び電圧 $V$ の電池のスイッチを入れた。真空誘電率を $\epsilon_0$ として、以下の問いに答えよ。



- ・ 誘電体を挿入する前。
  - ① コンデンサー内の電場の強さはいくらか。 $Q, \epsilon_0, S$ で答えよ。
  - ② このコンデンサーの電気容量 $C$ はいくらか。 $\epsilon_0, d, S$ で答えよ。
  - ③ このコンデンサー間の電圧 $V$ を $Q, C$ で答えよ。
  - ④ コンデンサーの電気エネルギーを $Q, C$ で表せ。
- ・ 誘電体を挿入後のコンデンサーの様子を調べるにはコンデンサーを $P, Q$ 上下に分割しそれらのコンデンサーの直列配線と考えればよい。
  - ⑤ コンデンサー $P, Q$ の電気容量を $\epsilon_0, d, S$ で答えよ。
  - ⑥ コンデンサー $P, Q$ の電気容量を $C$ で表せ。
  - ⑦ このコンデンサーの合成電気容量を $C$ で表せ。
  - ⑧ コンデンサー $P, Q$ にかかっている電圧はそれぞれいくらか。 $V$ で答えよ。
  - ⑨ このコンデンサー全体にかかる電圧を $V$ で答えよ。
  - ⑩ このコンデンサーにたまっている電気エネルギーを $Q, C$ で答えよ。
  - ⑪ このコンデンサーの電気エネルギーの変化に注目して、コンデンサーを挿入するときの外力がした仕事の符号を答えよ。
  - ⑫ 誘電体を挿入するとき、誘電体はコンデンサーからどの方向に力を受けるか。
- ・ 電源のスイッチを入れた。
  - ⑬ コンデンサーにたまった電気量はいくらか。 $Q$ で答えよ。
  - ⑭ コンデンサーの持つ電気エネルギーはいくらか。 $Q, C$ で答えよ。
  - ⑮ 電池から供給された電気エネルギーはいくらか。 $Q, C$ で答えよ。
  - ⑯ このとき電池がした仕事はいくらか。 $Q, C$ で表せ。

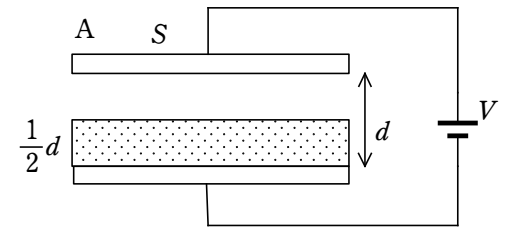


(3) 一辺 $l$ の正方形の金属板 $A, B$ を $A$ は $+Q$ に $B$ は $-Q$ に帯電させて間隔 $d$ で平行に設置した。この後、比誘電率 $2$ 厚さ $\frac{1}{2}d$ の誘電体を左からゆっくりと挿入していった。図は $x$ だけ挿入した瞬間を示している。誘電体挿入前の電気容量を $C$ 、



極を起こしている電荷は $\frac{Q}{2}$ の半分 $\frac{Q}{4}$ となる。

- (2) ①  $E = \frac{Q}{\epsilon_0 S}$     ②  $C = \epsilon_0 \frac{S}{d}$
- ③  $Q = CV$ より  $V = \frac{Q}{C}$
- ④  $\frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$
- ⑤  $P = \epsilon_0 \frac{S}{d} = 2\epsilon_0 \frac{S}{d}, Q = 2\epsilon_0 \frac{S}{d} = 4\epsilon_0 \frac{S}{d}$
- ⑥  $P = 2\epsilon_0 \frac{S}{d} = 2C, Q = 4\epsilon_0 \frac{S}{d} = 4C$
- ⑦ 直列配線の公式を使うと、  
 $\frac{1}{C'} = \frac{1}{2C} + \frac{1}{4C} = \frac{3}{4C}$  よって、 $C' = \frac{4}{3}C$



⑧ Pの電圧： $V_P = \frac{Q}{2C} = \frac{1}{2}V$     Qの電圧： $V_Q = \frac{Q}{4C} = \frac{1}{4}V$

⑨  $V' = V_P + V_Q = \frac{1}{2}V + \frac{1}{4}V = \frac{3}{4}V$

<別解> 挿入前後で電荷が変わらないので、 $Q = CV$ で $V$ と $C$ は反比例関係となる。挿入後 $C$ が $\frac{4}{3}$ 倍になっているので、電圧は $\frac{3}{4}$ 倍になる。

⑩  $U' = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C'} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{\frac{4}{3}C} = \frac{3}{8} \frac{Q^2}{C}$

⑪ コンデンサーの電気エネルギーは $\frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$ から $\frac{3}{8} \frac{Q^2}{C}$ に減少している。このことからコンデンサーが仕事したことになり、外力は仕事されたことになる。よって、外力と動かす方向は逆である。外力は左向きとなる。

⑫ ゆっくりと挿入しているため、コンデンサーが誘電体に加える力は外力とつりあい関係にある。よって、誘電体に加わる力は右向きである。(引き込む方向)

⑬ 挿入前後で電気容量が変わらないので、 $Q = CV$ より $V$ と $Q$ は比例関係にある。電圧は $\frac{3}{4}V$ から $V$ に $\frac{4}{3}$ 倍になっているので、 $Q$ も $\frac{4}{3}$ 倍になる。

よって、 $\frac{4}{3}Q$

⑭  $U'' = \frac{1}{2} \frac{Q'^2}{C'} = \frac{1}{2} \frac{\left(\frac{4}{3}Q\right)^2}{\frac{4}{3}C} = \frac{2}{3} \frac{Q^2}{C}$

## コンデンサー

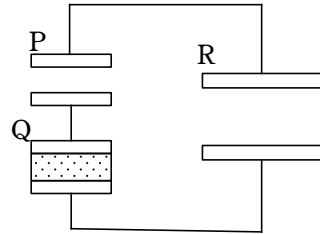
真空誘電率を $\epsilon_0$ として以下の問いに答えよ。

・ 誘電体挿入前について

- ①  $C$ を $l, d, \epsilon_0$ で表せ。
- ② 電圧 $V$ を $Q, C$ で表せ。
- ③ このコンデンサーの電気エネルギーはいくらか。

・ 挿入問題はコンデンサーを直列あるいは並列に分割して考えると良い。このコンデンサーを分割すると、右のコンデンサーP,Q,Rのようになる。 $x$ 挿入した瞬間について

- ④ コンデンサーP,Q,Rの極板面積をそれぞれ $l, x$ で表せ。
- ⑤ コンデンサーP,Q,Rの電気容量を $\epsilon_0, l, x, d$ で表せ。
- ⑥ コンデンサーP,Q,Rの電気容量を $C, x, l$ で表せ。
- ⑦ このコンデンサー全体の電気容量はいくらになるか。 $C, x, l$ で表せ。
- ⑧ このコンデンサーの極板電圧を $V, x, l$ で表せ。
- ⑨ このコンデンサーの電気エネルギーはいくらか。 $Q, C, x, l$ で表せ。



- ⑮ スイッチを入れる前は $\frac{3}{8} \frac{Q^2}{C}$ で入れた後、 $\frac{2}{3} \frac{Q^2}{C}$ になっているので、

$$\text{電源から供給された電気エネルギーは } \frac{2}{3} \frac{Q^2}{C} - \frac{3}{8} \frac{Q^2}{C} = \frac{7}{24} \frac{Q^2}{C}$$

- ⑯ 電池がした仕事そのまま電気エネルギーとしてコンデンサーにたまるわけではない。一部が抵抗による発熱で失われる。よって、電池の電圧と流れた電荷の積で求める。

電荷は最初 $Q$ だったものが、スイッチを入れると、 $\frac{4}{3}Q$ になっているので、 $\frac{1}{3}Q$ の

電荷が電池から供給されたことになる。よって、 $\frac{1}{3}QV$ が電池がした仕事となる。

$V = \frac{Q}{C}$ なので、電池がした仕事は $\frac{1}{3} \frac{Q^2}{C}$ となる。

$$(3) \quad ① \quad C = \epsilon_0 \frac{l^2}{d} \quad ② \quad V = \frac{Q}{C} \quad ③ \quad U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

$$④ \quad P = xl, Q = xl, R = (l-x)l$$

$$⑤ \quad P : \epsilon_0 \frac{xl}{\frac{1}{2}d} = 2\epsilon_0 \frac{xl}{d} \quad Q : 2\epsilon_0 \frac{xl}{\frac{1}{2}d} = 4\epsilon_0 \frac{xl}{d}$$

$$R : \epsilon_0 \frac{(l-x)l}{d}$$

$$⑥ \quad P : 2\epsilon_0 \frac{xl}{d} = \frac{2x}{l} \times \epsilon_0 \frac{l^2}{d} = \frac{2x}{l} C \quad Q : 4\epsilon_0 \frac{xl}{d} = \frac{4x}{l} \times \epsilon_0 \frac{l^2}{d} = \frac{4x}{l} C$$

$$R : \epsilon_0 \frac{(l-x)l}{d} = \frac{l-x}{l} \epsilon_0 \frac{l^2}{d} = \frac{l-x}{l} C$$

$$⑦ \quad P \text{と} Q \text{を合成すると、} \frac{1}{C'} = \frac{l}{2xC} + \frac{l}{4xC} = \frac{3l}{4xC} \quad \text{よって、} C' = \frac{4}{3} \frac{x}{l} C$$

これにRの電気容量を加えて、

$$C'' = \frac{4}{3} \frac{x}{l} C + \frac{l-x}{l} C = \frac{3l-x}{3l} C$$

- ⑧ 挿入時 $Q$ は一定なので、 $Q = CV$ において $C$ と $V$ は反比例する。 $C$ が $\frac{3l-x}{3l}$ 倍にな

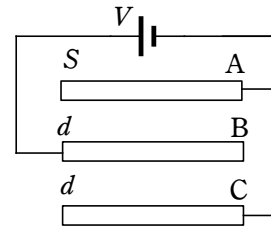
っているなので、電圧は $\frac{3l-x}{3l}$ 倍になっている。よって、電圧は $\frac{3l}{3l-x}V$

$$⑨ \quad U' = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C'} = \frac{1}{2} \times \frac{3l}{3l-x} \frac{Q^2}{C} = \frac{3}{2} \frac{l}{3l-x} \frac{Q^2}{C}$$

# コンデンサー

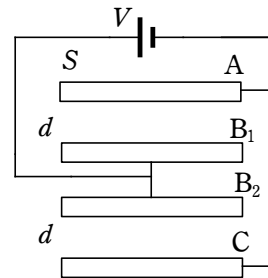
## 52. 金属板挿入問題

- (1) 面積 $S$ の金属板A,B,C3枚を右図のように設置し  
電圧 $V$ の電池にA,Cは負極に、Bは正極につないだ。  
極板間隔はAB,BCともに $d$ で極板間は真空であり、  
真空誘電率を $\epsilon_0$ とする。これに関して、以下の問い  
に答えよ。

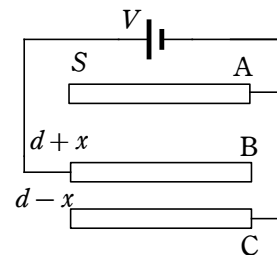


- ・ 極板Aに $-Q$ の電荷がたまっているとす。
- ① 極板AB間の電圧はいくらか。 $V$ で答えよ。
- ② 極板AB間の電気力線数は何本か。 $\epsilon_0$ 、 $Q$ で答えよ。
- ③ 極板AB間の電気力線密度はいくらか。 $\epsilon_0$ 、 $Q$ 、 $S$ で答えよ。
- ④ 極板AB間の電場の強さはいくらか。 $\epsilon_0$ 、 $Q$ 、 $S$ で答えよ。
- ⑤ 極板AB間の電場の強さを $V, d$ で表せ。
- ⑥ 電気量 $Q$ を $\epsilon_0$ 、 $Q$ 、 $S$ 、 $d$ 、 $V$ で表せ。
- ⑦ 極板BC間の電場の強さを $V, d$ で表せ。
- ⑧ 極板Cの電気量はいくらか。 $Q$ で答えよ。
- ⑨ 極板Bの電気量はいくらか。 $Q$ で答えよ。
- ⑩ 電池から供給された全電気量を $Q$ で表せ。また、 $\epsilon_0$ 、 $Q$ 、 $S$ 、 $d$ 、 $V$ で表せ。
- ⑪ このコンデンサー全体の電気容量を $\epsilon_0$ 、 $S$ 、 $d$ で表せ。

- ・ この回路は金属板Bを $B_1$ 、 $B_2$ の二つに割り、右図の  
ような回路と同じと考えられる。
- ⑫  $AB_1$ のコンデンサーの電気容量を $\epsilon_0$ 、 $S$ 、 $d$ で表せ。
- ⑬  $CB_2$ のコンデンサーの電気容量を $\epsilon_0$ 、 $S$ 、 $d$ で表せ。
- ⑭ この回路は $AB_1$ 、 $CB_2$ のコンデンサーをどのように  
配線した回路といえるか。
- ⑮ ⑫⑬を用いて合成容量を求めよ。



- (2) (1)と同じ装置において極板Bを $x$ だけ極板Cの  
方へずらした。このときのAからの距離と電位と  
の関係を示したのが下のグラフである。これを  
見ながら、以下の問いに答えよ。
- ① AB間のグラフの傾き（電場の強さ）を  
 $d, x, V$ で表せ。
  - ② BC間のグラフの傾きを $d, x, V$ で表せ。
  - ③ 極板Aの電気量を $-Q_A$ とするとき、



解説

- (1) ①  $V$  ②  $\frac{Q}{\epsilon_0}$  ③  $\frac{Q}{\epsilon_0 S}$
- ④ 電場の強さは電気力線密度である。 $\frac{Q}{\epsilon_0 S}$
- ⑤ 電場の強さは電位の傾きである。 $\frac{V}{d}$
- ⑥ ④⑤より、 $Q = \epsilon_0 \frac{S}{d} V$
- ⑦ AB間と同じく、 $\frac{V}{d}$
- ⑧ 電場の強さが同じであるから電気力線数も同じ。よって、Aと同じ電気量 $-Q$
- ⑨ コンデンサーは正極と負極の電気量は正負逆で同じ絶対値である。  
負極がA,Cともに $-Q$ の電荷なので、正極である極板Bは $+2Q$
- ⑩ 極板Bの電気量が供給された全電気量となる。

$$Q' = 2Q = 2\epsilon_0 \frac{S}{d} V$$

- ⑪ 電気容量は1Vあたりの電気量なので、

$$V=1 \text{を代入して} 2\epsilon_0 \frac{S}{d}$$

⑫  $\epsilon_0 \frac{S}{d}$  ⑬  $\epsilon_0 \frac{S}{d}$

- ⑭ 並列回路である。

- ⑮ 並列回路の合成容量は電気容量の和である。

$$\text{よって、} 2\epsilon_0 \frac{S}{d}$$

- (2) ①  $\frac{V}{d+x}$  ②  $\frac{V}{d-x}$

③  $\frac{Q_A}{\epsilon_0 S}$

- ④ ①と③は等しいので、

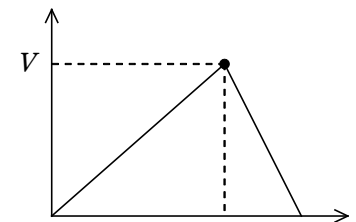
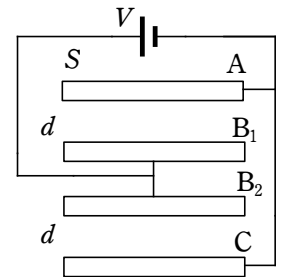
$$\frac{Q_A}{\epsilon_0 S} = \frac{V}{d+x} \text{より}$$

$$Q_A = \epsilon_0 \frac{S}{d+x} V$$

- ⑤ 同様にして  $Q_C = \epsilon_0 \frac{S}{d-x} V$

- ⑥ 極板Bは $Q_A + Q_C$

- ⑦  $Q_B = Q_A + Q_C = \epsilon_0 \frac{S}{d+x} V + \epsilon_0 \frac{S}{d-x} V = \frac{2d\epsilon_0 S V}{d^2 - x^2}$

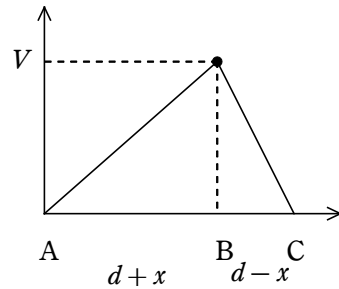




# コンデンサー

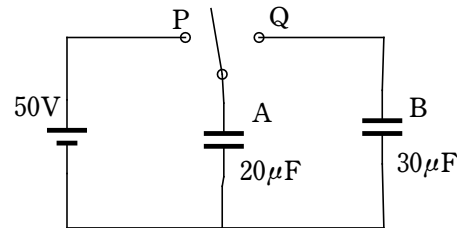
AB間の電場の強さを $Q_A$ 、 $\epsilon_0$ 、 $S$ で表せ。

- ④  $Q_A$ を $\epsilon_0$ 、 $S$ 、 $d, x, V$ で表せ。
- ⑤ 極板Cの電気を $-Q_C$ とすると、 $Q_C$ を $\epsilon_0$ 、 $S$ 、 $d, x, V$ で表せ。
- ⑥ 極板Bの電荷を $Q_A$ 、 $Q_C$ で表せ。
- ⑦ 極板Bの電荷を $\epsilon_0$ 、 $S$ 、 $d, x, V$ で表せ。
- ⑧ このコンデンサーの電気容量を $\epsilon_0$ 、 $S$ 、 $d, x$ で表せ。



## 53. スイッチ切り替え問題

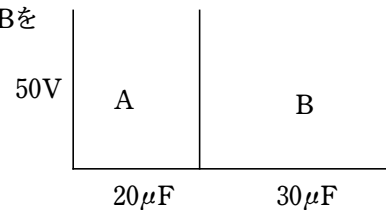
(1)  $20\mu\text{F}$ のコンデンサーAと $30\mu\text{F}$ のコンデンサーB及び $50\text{V}$ の電池と切り替えスイッチP,Qを右図のように取りつけた。最初、すべてのコンデンサーは電気がたまっていなかったとして、以下の問いに答えよ。



- ・ スイッチをPにした。
- ① コンデンサーAに蓄えられている電気量はいくらか。
- ・ スイッチをQにしたところ、コンデンサーAからBに電荷が $x$ 流れたとする。
- ② コンデンサーA、Bの電気量はそれぞれいくらになったか。 $x$ で表せ。
- ③ コンデンサーA,Bの電圧はいくらになったか、それぞれ、 $x$ で表せ。
- ④ Aの電圧とBの電圧に注目して $x$ に関する方程式を立てよ。
- ⑤  $x$ を求めよ。
- ⑥ A,Bの電荷はそれぞれいくらか。
- ⑦ A,Bのコンデンサーの極板電圧はいくらか。
- ・ 再びスイッチをPにした。
- ⑧ コンデンサーAに蓄えられている電荷はいくらか
- ・ スイッチをQにしたところAからBに電気量 $y$ が流れたとする。
- ⑨  $y$ を求めよ。

(2) (1)の問題を以下のようにバケツのイメージで解くこともできる。

底面積 $20\mu\text{F}$ のバケツAと底面積 $30\mu\text{F}$ のバケツBを用意してつなぎ合わせる。バケツの深さは $50\text{V}$ である。



- ・ バケツAだけを電気で満タンにした。
- ① バケツAの電気は何 $\mu\text{C}$ か
- ・ バケツAB間の仕切りを取り去った。
- ② バケツの深さは何Vか。
- ③ バケツA,Bの中の電気はそれぞれ何 $\mu\text{C}$ か
- (3) (1)のような操作を $n$ 回繰り返したときの、コンデンサーA,Bの電気量をそれぞれ、 $Q_n$ 、

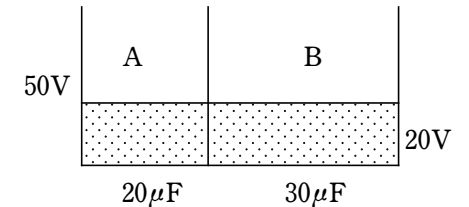
⑧  $Q_B$ はこのコンデンサーの電気量なので、⑦に $V=1$ を代入して、

$$\frac{2d\epsilon_0 S}{d^2 - x^2}$$

## 解説

- (1) ①  $Q = 20\mu\text{F} \times 50\text{V} = 1000\mu\text{C}$  ② A :  $1000\mu - x$  B :  $x$
- ③ A :  $\frac{1000\mu - x}{20\mu}$  B :  $\frac{x}{30\mu}$  ④  $\frac{1000\mu - x}{20\mu} = \frac{x}{30\mu}$
- ⑤ ④を解くと $x = 600\mu\text{C}$
- ⑥  $A = 1000\mu - 600\mu = 400\mu\text{C}$  B =  $600\mu\text{C}$
- ⑦ AもBも電圧は等しい。 Bで計算すると、 $\frac{x}{30\mu} = \frac{600\mu}{30\mu} = 20\text{V}$
- ⑧ 最初と同じく $1000\mu\text{C}$
- ⑨ ABそれぞれの電荷は A :  $1000\mu - y$  B :  $600\mu + y$   
電圧は等しく、 $\frac{1000\mu - y}{20\mu} = \frac{600\mu + y}{30\mu}$   
これを解くと  $360\mu\text{C}$

- (2) ①  $20\mu\text{F} \times 50\text{V} = 1000\mu\text{C}$
- ② 仕切りを取ると底面積が $50\mu\text{F}$ になるの、電気の深さは  
 $\frac{1000\mu}{50\mu} = 20\text{V}$
- ③ 各コンデンサーの電気量は  
A :  $20\mu\text{F} \times 20\text{V} = 400\mu\text{C}$   
B :  $30\mu\text{F} \times 20\text{V} = 600\mu\text{C}$



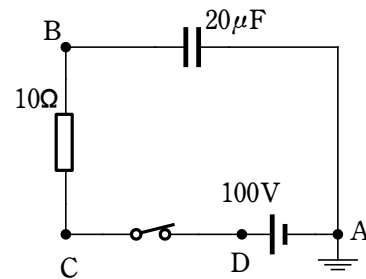
- (3) ①  $1000\mu\text{C}$  ② A :  $1000\mu - x$  B :  $q_n + x$  ③  $Q_{n+1} = 1000\mu - x$ 、 $q_{n+1} = q_n + x$
- ④  $\frac{1000\mu - x}{20\mu} = \frac{q_n + x}{30\mu}$
- ⑤ ④を解くと $x = 600\mu - \frac{2}{5}q_n$
- ③に代入して  $Q_{n+1} = 1000\mu - x = 400\mu + \frac{2}{5}q_n$   
 $q_{n+1} = q_n + x = 600\mu + \frac{3}{5}q_n$   
( $q_0 = 0$ として、この漸化式を解けば $n$ 回目の電気量を求めることができる)

## コンデンサー

- $q_n$ とする。現在 $n$ 回繰り返した後である。以下の問いに答えよ。
- ① スイッチをPにしたとき、コンデンサーAの電気量はいくらか。
  - ・ スイッチをQにしたとき、AからBへ $x$ の電気量が流れたとする。
  - ② コンデンサーA、Bの電気量を $Q_n$ 、 $q_n$ 、 $x$ で表せ。
  - ③  $Q_{n+1}$ 、 $q_{n+1}$ は $n+1$ 回目のA,B各コンデンサーの電気量である。それぞれを $Q_n$ 、 $q_n$ 、 $x$ で表せ。
  - ④ それぞれの電圧は等しいと置いて、 $Q_n$ 、 $q_n$ 、 $x$ の関係式を導け。
  - ⑤ ④を用いて③式から $x$ を消去せよ。
  - ⑥ このような操作を無限回繰り返したとき、 $Q_{n+1}$ 、 $q_{n+1}$ それぞれ $Q_n$ 、 $q_n$ と等しくなる。このことを用いて、無限回繰り返すとコンデンサーA,Bにたまっている電気量はいくらに近づくか求めよ。
  - ⑦ 無限回繰り返した場合の電気量は、P,Q間で十分に電荷の移動があった場合と考えられるのでPQ間をつなぎっぱなしにした場合の電気量と同じと考えられる。P,Qをつなぎっぱなしにした場合のA,Bの電気量を求めよ。

### 54. コンデンサーと抵抗のミックス回路基本

- (1) 右図のように $20\mu\text{F}$ のコンデンサーに $10\Omega$ の抵抗と $100\text{V}$ の電池をつなぎ、スイッチを取り付けた。コンデンサーは最初からであったとして以下の問いに答えよ。



- ・ スイッチを入れる前
- ① 流れている電流はいくらか。
  - ② A,B,C,Dの各点の電位はいくらか
- ・ スイッチを入れた瞬間
- ③ コンデンサーにたまっている電荷はいくらか
  - ④ A,B,C,Dの各点の電位はいくらか。
  - ⑤ この回路を流れる電流はいくらか。
  - ⑥ 抵抗の消費電力はいくらか。
  - ⑦ 電池の消費電力はいくらか。
- ・ 電流が最初の電流の $\frac{1}{2}$ になった瞬間
- ⑧ A,B,C,Dの各点の電位はいくらか。
  - ⑨ コンデンサーにたまっている電荷はいくらか
  - ⑩ 抵抗の消費電力はいくらか
  - ⑪ 電池の消費電力はいくらか
  - ⑫ コンデンサーにたまった電気エネルギー、及びこの瞬間の消費電力を求めよ。消費電力は符号に注意せよ。
  - ⑬ スイッチを入れてからこの瞬間までに電池がした仕事はいくらか。
  - ⑭ スイッチを入れてからこの瞬間までの抵抗の発熱量はいくらか。

<参考>  $Q_n = 1000\mu - 600\left(\frac{3}{5}\right)^n \mu$   $q_n = 1500\left\{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^n\right\} \mu$

- ⑥  $Q_{n+1} = Q_n = Q$ 、 $q_{n+1} = q_n = q$ とおくと、  
 $Q = 400\mu + \frac{2}{5}q$   $q = 600\mu + \frac{3}{5}q$  となる。  
 これを解くと  $Q = 1000\mu\text{C}$   $q = 1500\mu\text{C}$
- ⑦ PQをつなぎっぱなしにしたときは両方のコンデンサーが満タンとなる。  
 $A: 20\mu\text{F} \times 50\text{V} = 1000\mu\text{C}$   
 $B: 30\mu\text{F} \times 50\text{V} = 1500\mu\text{C}$   
 (⑥⑦は一致していることに注目)

### 解説

- (1) ① 0C ② A=0V,B=0V,C=0V,D=100V  
 ③ 0C ④ A=0V,B=0V,C=100V,D=100V
- ⑤ BC間の電圧が100Vになるので、 $V=RI$ より、 $I = \frac{100}{10} = 10\text{A}$
- ⑥  $P=IV$ より $P=10 \times 100 = 1000\text{W}$
- ⑦ 抵抗の消費電力が電池の消費電力なので、1000W
- ⑧ A=0V,C=100V,D=100V  
 Bは電流が5Aなので、BC間の電圧は $5 \times 10 = 50\text{V}$ 、よって、Bは50V
- ⑨ AB間が50Vなので、 $Q=CV$ より、 $20\mu\text{F} \times 50\text{V} = 1000\mu\text{C}$
- ⑩  $P=IV$ より $5 \times 50 = 250\text{W}$
- ⑪  $P=IV$ より $5 \times 100 = 500\text{W}$
- ⑫  $U = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2} \times 1000\mu\text{C} \times 50\text{V} = 25000\mu\text{J}$  (25mJ)  
 消費電力は $P=IV$ より $5 \times 50 = 250\text{W}$  コンデンサーの場合エネルギーが増加したので仕事は負である。よって、 $-250\text{W}$
- ⑬  $W=qV$ より、 $1000\mu\text{C} \times 100\text{V} = 100000\mu\text{J}$  (100mJ=0.1J)
- ⑭ 電池が100000 $\mu\text{J}$ エネルギーを放出し、コンデンサーに25000 $\mu\text{J}$ たまっているのでこれ以外のエネルギーが抵抗での発熱量になる。よって、 $100000\mu\text{J} - 25000\mu\text{J} = 75000\mu\text{J}$  (75mJ)
- ⑮ コンデンサーは満タンである。電圧が100Vなので、 $Q=CV=20\mu\text{F} \times 100 = 2000\mu\text{C}$
- ⑯ A=0V,B=100V,C=100V,D=100V
- ⑰ 電流が0であるから抵抗、電池ともに消費電力は0J

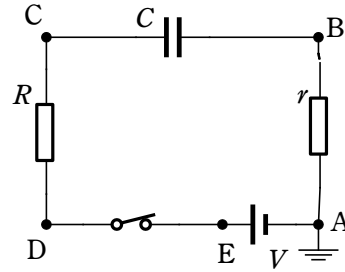
## コンデンサー

・ 電流が0になったとき、

- ⑮ コンデンサーにたまっている電荷はいくらか
- ⑯ A,B,C,Dの各点の電位はいくらか。
- ⑰ この瞬間の抵抗と電池の消費電力はそれぞれいくらか
- ⑱ コンデンサーにたまっている電気エネルギーはいくらか
- ⑲ スイッチを入れてからこの瞬間までの抵抗の発熱量はいくらか
- ⑳ スイッチを入れてからこの瞬間までの電池の仕事はいくらか

(2) 電気容量Cのコンデンサー、抵抗値R,rの

抵抗、電圧Vの電池、スイッチを右図のようにつないだ。コンデンサーは最初からであったとして、以下の問いに答えよ。



・ スイッチを入れる前

① A,B,C,D,E各点の電位を答えよ。

・ スイッチを入れた直後、流れている電流をIとする。

- ② A,B,C,D,E各点の電位をI,r,Rで答えよ。
- ③ この回路を流れている電流Iをr,R,Vで答えよ。
- ④ この瞬間の抵抗R,rの消費電力はいくらか。
- ⑤ この瞬間の電池の消費電力はいくらか。

・ 電流が③の $\frac{1}{2}$ になったとき

- ⑥ A,B,C,D,E各点の電位を答えよ。
- ⑦ コンデンサーにたまっている電荷はいくらか。
- ⑧ この瞬間の抵抗R,rの消費電力はいくらか。
- ⑨ この瞬間のコンデンサーにたまっている電気エネルギーはいくらか。
- ⑩ この瞬間の電池の消費電力はいくらか

・ 十分に時間がたったとき

- ⑪ 電流はいくらか
- ⑫ コンデンサーにたまっている電荷はいくらか。
- ⑬ A,B,C,D,E各点の電位はいくらか
- ⑭ コンデンサーにたまっている電気エネルギーはいくらか。
- ⑮ 電池の消費電力はいくらか

・ スイッチを入れてから十分に時間が立つまでの間

- ⑯ 電池のした仕事はいくらか
- ⑰ 抵抗R,rの発熱量の和及び発熱量の比を求めよ。
- ⑱ 抵抗R,rの発熱量はいくらか。
- ⑲ 抵抗値を変えたとき、発熱量の和はどうなるか
- ⑳ 抵抗値を大きくしたとき、流れる電流、流れる時間はどう変わるか。増える減るで答えよ。

$$\textcircled{18} \quad U = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} \times 2000 \mu\text{C} \times 100\text{V} = 100000 \mu\text{J} \quad (100\text{mJ})$$

$$\textcircled{19} \quad W = qV = 2000 \mu\text{C} \times 100\text{V} = 200000 \mu\text{J} \quad (200\text{mJ})$$

⑳ 電池による仕事が200mJでコンデンサーに100mJたまっているの、その差が抵抗による発熱量である。よって、 $200\text{mJ} - 100\text{mJ} = 100\text{mJ}$

(2) ① A=0,

Bは電流が流れていないので電圧はないよってB=0,  
コンデンサーは空なので、コンデンサーに電圧はない。よって、C=B=0  
電流が流れていないので、D=C=0  
電池によって電圧が上がっているの、E=V

② A=0,

Bは電流Iが流れているので、 $B=Ir$ ,  
コンデンサーには電荷がたまっていないので電圧が0。よって、BとCは同電位となる。 $C=Ir$ ,

Dは、Cとの間に抵抗Rがあるので、CよりもIR電位が高い。よって、  
 $D=Ir+IR$

EはDと同電位なので、 $E=Ir+IR$

③ Eの電位はAとの間に電池を挟んでいるので、E=V

$$\textcircled{2}\textcircled{3}\text{より、} Ir+IR=V \quad \text{これより、} I = \frac{V}{R+r}$$

$$\textcircled{4} \quad \text{抵抗} R \quad P_R = I^2 R = \frac{V^2 R}{(R+r)^2} \quad \text{抵抗} r \quad P_r = I^2 r = \frac{V^2 r}{(R+r)^2}$$

$$\textcircled{5} \quad \text{電池は電圧} V \text{で電流} I \text{を流しているの、} P = IV = \frac{V^2}{R+r}$$

コンデンサーの消費電力がない（コンデンサーに電圧がかかっていない）ので、  
これは  $\frac{V^2 R}{(R+r)^2} + \frac{V^2 r}{(R+r)^2} = \frac{V^2}{R+r}$  としても良い。

・ 電流が③の $\frac{1}{2}$ になったとき

$$\textcircled{6} \quad \text{電流は} \frac{I}{2} = \frac{V}{2(R+r)}$$

$$A=0$$

$$B=ir = \frac{rV}{2(R+r)}$$

$$C \text{は} D \text{より} \frac{RV}{2(R+r)} \text{低いので、} C = V - \frac{RV}{2(R+r)},$$

$$D=V$$

$$E=V$$

⑦ コンデンサーの電圧はCとBの電位の差である。

よって、 $V - \frac{RV}{2(R+r)} - \frac{rV}{2(R+r)} = \frac{1}{2}V$

電気容量が $C$ なので、たまっている電荷は  $\frac{1}{2}CV$

⑧ 抵抗 $R$   $P_R = i^2R = \frac{V^2R}{4(R+r)^2}$  抵抗 $r$   $P_r = i^2r = \frac{V^2r}{4(R+r)^2}$

消費電力は④の $\frac{1}{4}$ になっている。

⑨  $U = \frac{1}{2}QV$  より、 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}CV \times \frac{1}{2}V = \frac{1}{8}CV^2$

⑩  $P = iv$  より、 $\frac{V}{2(R+r)} \times V = \frac{V^2}{2(R+r)}$

・十分に時間がたったとき

⑪ コンデンサーが満タンで電流は0

⑫  $Q = CV$ より、 $CV$

⑬  $A=0$ 、 $B=0$ 、

コンデンサーに電圧 $V$ がかかっているので、

$C=V$ 、 $D=V$ 、 $E=V$

⑭  $\frac{1}{2}CV^2$       ⑮ 電流が0なので、この瞬間の消費電力は0

⑯ 電圧 $V$ で電荷 $CV$ を流しているので $W = qV$ より  $CV^2$

⑰ 電池が放出したエネルギーは $CV^2$ で、コンデンサーにたまっているのが $\frac{1}{2}CV^2$ なので、

抵抗による発熱量は $CV^2 - \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}CV^2$ である。よって、 $W_R + W_r = \frac{1}{2}CV^2$

また、電流が等しいので $P = I^2R$ より、消費電力の比は抵抗の比に等しい。

よって、 $W_R : W_r = R : r$

⑱  $W_R + W_r = \frac{1}{2}CV^2$ 、 $W_R : W_r = R : r$ より、

$W_R = \frac{1}{2}CV^2 \times \frac{R}{R+r} = \frac{CV^2R}{2(R+r)}$ 、 $W_r = \frac{1}{2}CV^2 \times \frac{r}{R+r} = \frac{CV^2r}{2(R+r)}$

⑲ 発熱量は $\frac{1}{2}CV^2$ で抵抗値には関係ない。よって、抵抗を変えても発熱量の和は変わらない。

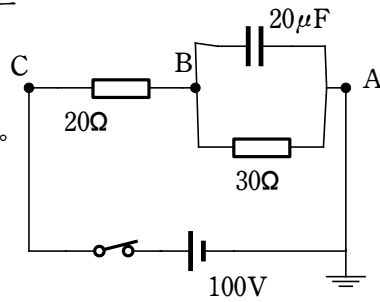
⑳ 抵抗値を大きくすると、電流は流れにくくなる。よって、流れる電流は減る。  
しかし、流れる電気量は一定なので、流れる時間は増える。

# コンデンサー

## 55. コンデンサーと抵抗のミックス回路

### (1) 20Ω、30Ωの抵抗と20μFのコンデンサー

及び100Vの電池を右図のように接続した。コンデンサーは最初空であったとして、以下の問いに答えよ。



・ スイッチを入れた直後

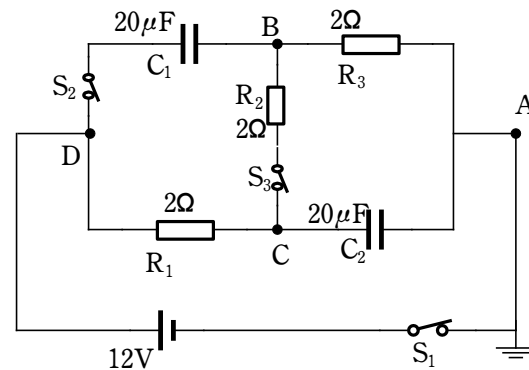
- ① A,B,C各点の電位はいくらか
- ② 二つの抵抗を流れている電流はそれぞれいくらか
- ③ コンデンサーを流れている電流はいくらか

・ スイッチを入れて十分に時間がたったとき。点Cは流れている電流を*i*とする。

- ④ コンデンサーを流れている電流はいくらか
- ⑤ AB間、BC間の電圧を*i*で表せ。
- ⑥ *i*はいくらか
- ⑦ A,B,Cの電位を求めよ。
- ⑧ コンデンサーにたまった電荷はいくらか

### (2)

右図のように2Ωの抵抗R<sub>1</sub>、R<sub>2</sub>、R<sub>3</sub>と20μFのコンデンサーC<sub>1</sub>、C<sub>2</sub>、スイッチS<sub>1</sub>、S<sub>2</sub>、S<sub>3</sub>及び12Vの電池を右図のようにつないだ。最初すべてのコンデンサーは空であり、スイッチはすべて開いていた。以下の問いに答えよ。



・ スイッチS<sub>1</sub>を閉じた瞬間

- ① 各点A,B,C,Dの電位はいくらか
  - ② R<sub>1</sub>、R<sub>2</sub>、R<sub>3</sub>を流れる電流はいくらか
- ・ スイッチS<sub>1</sub>を閉じて十分に時間が立ったとき
- ③ 各点A,B,C,Dの電位はいくらか
  - ④ コンデンサーC<sub>2</sub>にたまった電荷はいくらか

・ スイッチS<sub>3</sub>を閉じた瞬間

- ⑤ 各点A,B,C,Dの電位はいくらか
  - ⑥ R<sub>1</sub>、R<sub>2</sub>、R<sub>3</sub>を流れる電流はいくらか
- ・ スイッチS<sub>3</sub>を閉じて十分に時間が立った。
- ⑦ 各点A,B,C,Dの電位はいくらか
  - ⑧ R<sub>1</sub>、R<sub>2</sub>、R<sub>3</sub>を流れる電流はいくらか

## 解説

### (1) ① A=0V, B=0V, C=100V

Bはコンデンサーに電荷がたまっていないので、A、Bは同電位

② BC間の電圧は100Vなので、20オームの抵抗は  $\frac{100}{20} = 5A$

AB間の電圧は0Vなので、30Ωの抵抗は0A

③ BC間を5A流れているのでAB間も5A流れなければならないが抵抗が0Aなので、コンデンサーを5A流れている。

④ 十分に時間がたっているのでコンデンサーは満タンになっている。よって、0A

⑤ コンデンサーに電流が流れていないので、二つの抵抗にはともに電流*i*が流れている。よって、20Ωの抵抗=2*i*、30Ωの抵抗=3*i*

⑥ AC間の電圧は100Vなので、20*i* + 30*i* = 100 これより、*i* = 2A

⑦ A=0V B=60V C=100V

⑧ コンデンサーの両端の電圧は60Vなので、

$$Q = CV = 20\mu F \times 60V = 1200\mu C = 1.2mC$$

### (2) ① A=0V, B=V, C=0V, D=12V

②  $R_1 = \frac{12}{2} = 6A$ ,  $R_2 = 0A$ ,  $R_3 = 0A$

③ A=0V, B=0V, C=12V, D=12V

④ AC間12Vより  $20\mu F \times 12V = 240\mu C$

⑤ A=0V, C=12V, D=12V

BはACの抵抗のちょうど中間に位置する (R<sub>2</sub>、R<sub>3</sub>ともに2ΩでAB,BC間に同じ電流が流れる。) ので、電位は中間になる。よってB=6V

⑥ R<sub>1</sub>=0A, R<sub>2</sub>=3A, R<sub>3</sub>=3A

CD間の電位差は0なので、R<sub>1</sub>=0A、BC間AB間ともに6Vなので、R<sub>2</sub>=3A、R<sub>3</sub>=3Aとなる。

⑦ 電流はD→C→B→Aと流れるので、流れる電流を*i*とすれば、 $2i + 2i + 2i = 12$ より、*i* = 2Aとなる。

$$A = 0V, B = 2\Omega \times 2A = 4V, C = 4V + 2\Omega \times 2A = 8V, D = 12V$$

⑧ いずれも2A

⑨ AC間8Vなので、 $20\mu F \times 8V = 160\mu C$

⑩ コンデンサーC<sub>1</sub>が空なので、BとDが同電位となる。AC間はコンデンサーにより8Vである。

$$A = 0V, B = 12V, C = 8V, D = 12V$$

⑪ DC間4Vなので、R<sub>1</sub>=2A、BC間も4Vなので、R<sub>2</sub>=2A、AB間は12Vなので、R<sub>3</sub>=6A

⑫ BD間に電流が流れないので、⑦と同じである。

$$A = 0V, B = 4V, C = 8V, D = 12V$$

⑬ ⑧と同じくすべて2A

## コンデンサー

- ⑨ コンデンサー $C_2$ にたまった電荷はいくらか  
・ スイッチ $S_2$ を閉じた瞬間
- ⑩ 各点A,B,C,Dの電位はいくらか
- ⑪  $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$ を流れる電流はいくらか  
・ スイッチ $S_2$ を閉じて十分に時間がたったとき、
- ⑫ 各点A,B,C,Dの電位はいくらか
- ⑬  $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$ を流れる電流はいくらか  
・ スイッチ $S_3$ を開いた瞬間
- ⑭ 各点A,B,C,Dの電位はいくらか
- ⑮  $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$ を流れる電流はいくらか  
・ スイッチ $S_3$ を開いて十分に時間がたったとき
- ⑯ 各点A,B,C,Dの電位はいくらか
- ⑰  $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$ を流れる電流はいくらか  
・ スイッチ $S_1$ を開いた瞬間
- ⑱ 各点A,B,C,Dの電位はいくらか  
・ スイッチ $S_3$ を閉じた瞬間、 $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$ を $D \rightarrow C \rightarrow i_1$ 、 $C \rightarrow B \rightarrow i_2$ 、 $B \rightarrow A \rightarrow i_3$ の電流が流れるとする。
- ⑲ キルヒホッフの法則により方程式を立てよ。
- ⑳  $i_1$ 、 $i_2$ 、 $i_3$ を求めよ。
- ⑭ AC間BD間にコンデンサーがあるので、電位は保たれる。  
⑫と同じ $A=0V, B=4V, C=8V, D=12V$
- ⑮ CD間4Vなので、 $R_1=2A$ 、切れているので $R_2=0A$ 、AB間4Vなので、 $R_3=2A$
- ⑯ 回路が切れているので電流は流れていない。よって、  
 $A=0V, B=0V, C=12V, D=12V$
- ⑰ すべて0A
- ⑱ コンデンサーによって電位が維持されるので⑯と同じ  
 $A=0V, B=0V, C=12V, D=12V$
- ⑲ キルヒホッフ第一法則より  $i_1 + i_3 = i_2$   
キルヒホッフ第二法則より 回路  $D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow D$ で  $2i_1 + 2i_2 = 12$   
回路  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$ で  $2i_3 + 2i_2 = 12$
- ⑳ この方程式を解くと  $i_1=2A$ 、 $i_2=4A$ 、 $i_3=2A$