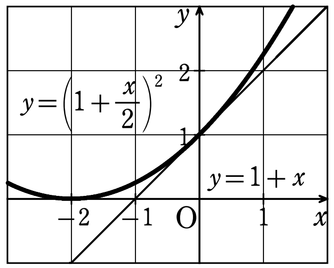
1． 近似計算

1) 右のグラフは二次関数$y=\left(1+\frac{1}{2}x\right)^2$と
一次関数$y=1+x$を描いたものである。
この場合一次関数は二次関数の$x=0$における接線となっている。接線の場合$x≒0$において二次関数と一次関数の値はほぼ等しくなる。$1+x≒\left(1+\frac{1}{2}x\right)^2$といえる。
これについて以下の問いに答えよ。



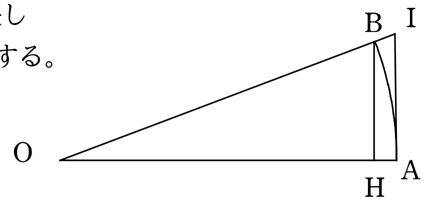
① $x≒0$において、$\sqrt{1+x}$とほぼ等しい一次関数はどのような関数か。

② $\sqrt{1.001}$の近似値を求めよ。

③ $a>>x$のとき、$\sqrt{a^2+x^2}=\sqrt{a^2\left(1+\left(\frac{x}{a}\right)^2\right)}=a\sqrt{1+\left(\frac{x}{a}\right)^2}$とおけることを利用して近似的に根号をはずせ。

④ $a>>x$のとき、$\sqrt{a^2-x^2}$の根号を近似的にはずせ

(2) 右図は半径1、中心角θの扇形上の点Bから垂線を下ろし、その足をHとする。OBを延長しAからOAと垂直に引いた垂線との交点をIとする。
これに関して以下の問いに答えよ。



① OH、BHの長さはいくらか。

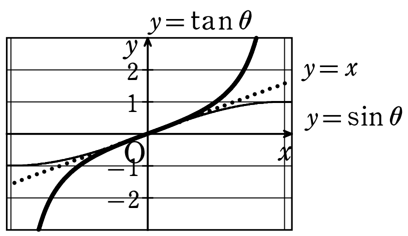
② 弧AB、AIの長さはいくらか

③ BH、弧AB、AIの大小関係に注目してθを用いた不等式を完成せよ。

④ $\theta≒0$のとき、$\cos\theta≒1$、$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$に注目すると、$\sin\theta$と$\tan\theta$はどういう関係になるか

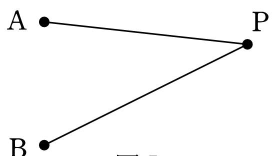
⑤ ③④から判断して、$\theta≒0$のとき、θと$\sin\theta$はどういう関係になるか

⑥ 右図太線は$y=\tan x$、実線は$y=\sin x$である。破線が$y=x$であるが。この破線は$y=\tan x$、$y=\sin x$とどういう関係にあるか



2． 干渉条件

(1) 2つの波源A,Bが同位相で振動している。A,Bから離れた点PでA,Bからの波を観測したときの様子を表したのが図Ⅰである。図Ⅱ及び図ⅢはAP間、BP間の波を二つの場合について表したもので、ABともに、波源が山になった瞬間を表している。ともに波長はλである。



図Ⅰ

解説

(1)

① $1+x≒\left(1+\frac{1}{2}x\right)^2$の両辺を平方根して　$\sqrt{1+x}≒1+\frac{1}{2}x$

② $\sqrt{1.001}=\sqrt{1+0.001}≒1+\frac{1}{2}\times0.001=1.0005$

③ $\sqrt{a^2+x^2}=\sqrt{a^2\left(1+\left(\frac{x}{a}\right)^2\right)}=a\sqrt{1+\left(\frac{x}{a}\right)^2}$で$a>>x$なので、$\frac{x}{a}≒0$となる。

よって、　$a\sqrt{1+\left(\frac{x}{a}\right)^2}=a\left(1+\frac{1}{2}\left(\frac{x}{a}\right)^2\right)=a+\frac{x^2}{2a}$

④ $\sqrt{a^2-x^2}=\sqrt{a^2\left(1-\left(\frac{x}{a}\right)^2\right)}=a\sqrt{1-\left(\frac{x}{a}\right)^2}=a\left(1-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{a}\right)^2\right)=a-\frac{x^2}{2a}$

(2) ① OH$=\cos\theta$　　BH$=\sin\theta$

② 弧AB$=\theta$　　AI$=\tan\theta$

③ BH<弧AB<AIより、$\sin\theta<\theta<\tan\theta$

④ $\sin\theta≒\tan\theta$

⑤ $\sin\theta$と$\tan\theta$がほぼ等しくなるということはその間にあるθもほぼ等しくなる
$\sin\theta≒\theta$

⑥ ともに原点を接点とした接線になっている。

解説

(1) ① 2λ　② 山と山で一致しているので強め合っている。

③ $\frac{5}{2}\lambda$　④ 山と谷が一致しているので弱めあっている。

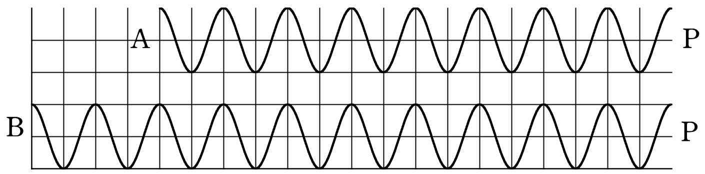
⑤ Pで山と山が一致すればよいので　APとBPの距離差が波長の整数倍なら良い。
よって、$|AP-BP|=m\lambda$

これを見て、以下の問いに答えよ。

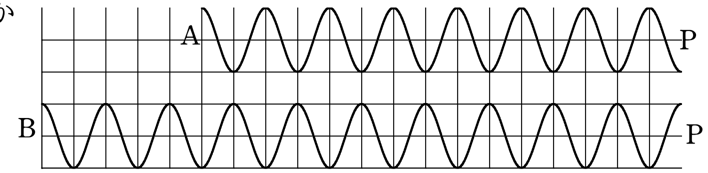
① 図Ⅱにおいて APとBPの距離差はいくらか

② 図ⅡにおけるP点は波が強め合っているか弱めあっているか

③ 図Ⅲにおいて APとBPの距離差はいくらか



図Ⅱ



図Ⅲ

④ 図ⅢにおけるP点は波が強め合っているか弱めあっているか

⑤ 図Ⅱを参考にしてP点で波が強めあうためにはAPとBPの距離差がどうなっていれば良いか。整数mを用いて、強めあう条件式を立てよ。

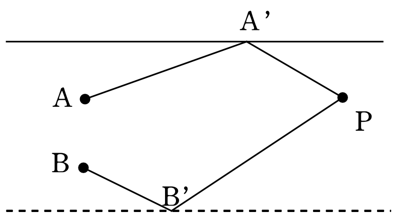
⑥ 図Ⅲを参考にしてP点で波が弱めあうためにはAPとBPの距離差がどうなっていれば良いか。整数mを用いて、弱めあう条件式を立てよ。

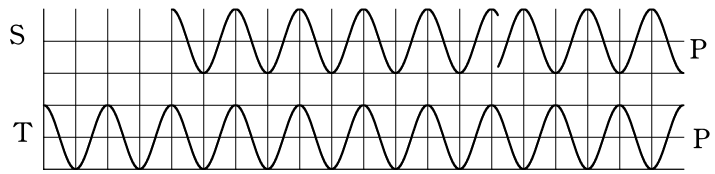
(2) 波が強めあう場合と弱めあう場合は波が反射するときに条件が変わる。その状態を確認するために右のような観測をした。

同位相の波源ABがあり、Aから出た波は固定端A’で反射してPに届き、Bから出た波は自由端B’で反射してPに届いた。

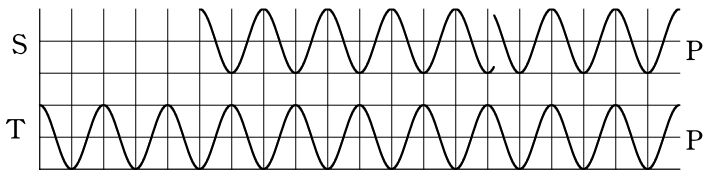
右の図Ⅱ、図Ⅲは経路AA’Pと経路BB’Pにおける波源からPまでの波の様子を表したものである。

波の波長をλとし以下の問いに答えよ。

図Ⅰ




図Ⅱ



図Ⅲ

- 図Ⅱについて

① 固定端反射している経路AA’PのグラフはS,Tどちらか

② この二つの波は点Pで強め合っているか弱めあっているか

③ AA’PとBB’Pの経路差はいくらか

- 図Ⅲについて

④ 固定端反射している経路AA’PのグラフはS,Tどちらか

⑥ Pで山と山が一致すればよいので APとBPの距離差が波長の（整数$+\frac{1}{2}$）倍なら良い。

よって、$|AP-BP|=\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$

(2) ① 固定端反射は反射の瞬間位相が逆になるので、SがAA’Pである。

② Pで山と谷が重なっているので、弱めあっている。

③ 2λ

④ 固定端反射は反射の瞬間位相が逆になるので、SがAA’Pである。

⑤ Pで山と山が重なっているので、強め合っている。

⑥ $\frac{5}{2}\lambda$

⑦ 距離差が波長の（整数$+\frac{1}{2}$）倍のとき強め合っている $|AP-BP|=\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$

⑧ 距離差が波長の整数倍のとき弱めあっている。$|AP-BP|=m\lambda$

⑤　この二つの波は点Pで強め合っているか弱めあっているか

⑥　AA’PとBB’Pの経路差はいくらか

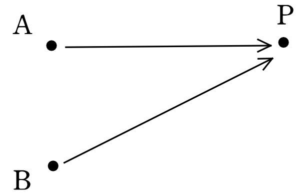
・　干渉条件式

⑦　波の進む経路のうち一方の経路が固定端反射しているとき、APとBPの経路差について波が強め会うための条件式を整数mを用いてあらわせ。

⑧　波の進む経路のうち一方の経路が固定端反射しているとき、APとBPの経路差について波が弱め会うための条件式を整数mを用いてあらわせ。

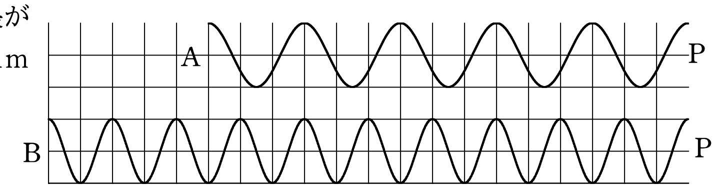
３．光学距離

(1)　右図Ⅰは波源ABから出た波がP点に届いたときの波源A、Bと観測点Pの位置関係を表したものであり、図ⅡはAP間とBP間のある瞬間の波の様子を示したものである。



図Ⅰ

AP間、BP間は波の波長が異なっている。1目盛り1mとする。この場合に関して以下の問いに答えよ。



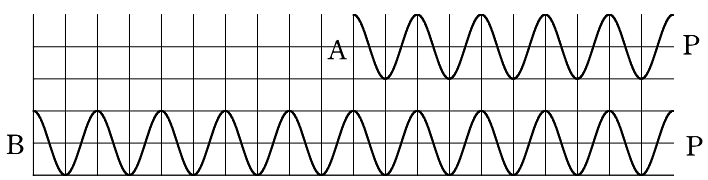
図Ⅱ

①　P点でこの二つの波は強め合っているか弱めあっているか

②　AP間の距離及びAの波の波長はいくらか

③　BP間の距離及び波長はいくらか

・　波長が異なれば距離差で強めあうか弱めあうかを判断するのはかなり難しい。そこで、波長をそろえた距離を決めることにする。AP間を$\frac{2}{3}$倍した図が下の図である。



④　AP間の距離はいくらになったか

⑤　AP間の波長はいくらになったか

⑥　この場合のBPとAPの

解説

(1)　①　P点で山と山が重なっているので強め合っている。

②　AP＝15m　波長3m

③　BP＝20m　波長2m

④　AP＝10m　　⑤　波長2m

⑥　波長の5倍

(2)　①　AP＝13m　BP＝20m　②　3m　③　ガラス外　4m　ガラス内　2m

④　AP＝16m　⑤　1倍　⑥　光学距離差＝$m\lambda$　⑦　光学距離差＝$\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$

(3)　①　6m　②　S＝$\frac{1}{3}$　T＝$\frac{1}{2}$　③　S＝2倍　T＝3倍　④　S＝18m　T＝12m

⑤　AP間＝最初の3mはそのまま3m、媒質Sが18m、最後の6mはそのままなので、計27m

BP間＝最初の6mはそのまま、媒質Tが12m、最後の6mはそのままなので、計24m

⑥　27−24＝3m

⑦　波長の$\frac{1}{2}$倍ずれている。

⑧　波長の（整数＋$\frac{1}{2}$）倍ずれているので弱めあっている。

(4)　①　$\frac{1}{n}$　②　光学距離は実距離に屈折率をかけたもの　nd

③　屈折率nの媒質以外の距離は$a-d$。媒質内はnd　よって、

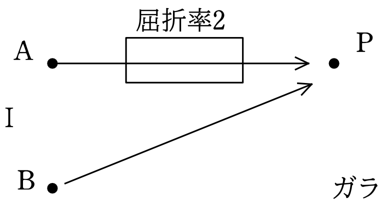
$a-d+nd=a+(n-1)d$

④　AP−BP＝$a+(n-1)d-b$

⑤　光学距離差が波長の整数倍で強めあう。　$a+(n-1)d-b=m\lambda$

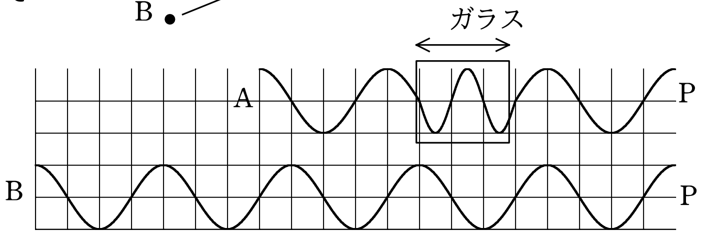
距離差は波長の何倍か

⑵　媒質A,Bが同位相で振動しており、共に点Pに波が伝わっている。AP間には屈折率2のガラスが設置してあり、波はその中を通過している。この状態を表しているのが図Ⅰである。



図Ⅰ

図ⅡはAP間、BP間の波の様子を表している。1目盛りを1mとして以下の問いに答えよ。



図Ⅱ

①　AP間、BP間の距離はいくらか

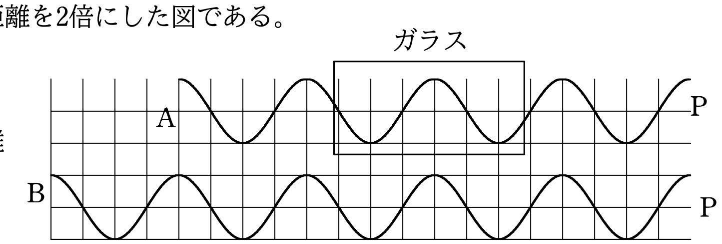
②　AP間のうちガラス内を通過したのは何mか

③　ガラス内、ガラス外のこの波の波長をそれぞれ答えよ。

・　図ⅡにおいてAP間とBP間の距離だけで波が強めあうか弱めあうか判断するのは難である。そこで、ガラスの部分だけ距離を2倍に引き伸ばして考えることにする。下図はガラスの部分だけ距離を2倍にした図である。

④　AP間の距離はいくらになったか（この距離を光学距離という）

⑤　BPとAPの距離差は波長の何倍か

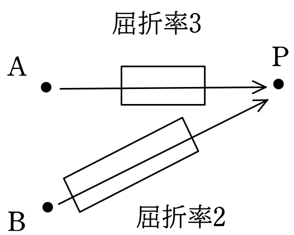


図Ⅲ

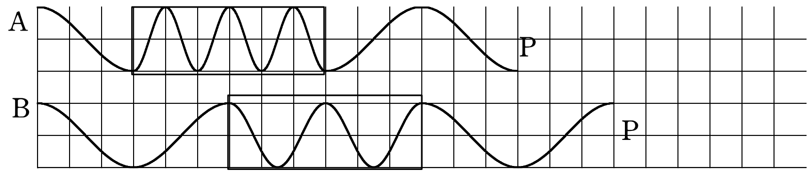
⑥　APとBPの光学距離差がどうなったときに強めあうといえるか。整数mと波長λを用いて表せ。

⑦　APとBPの光学距離差がどうなったときに弱めあうといえるか。整数mと波長λを用いて表せ。

⑶　AP間15mでAから3mのところから6mにわたり屈折率3の媒質Sがある。BP間は18mでBから6mのところに屈折率2の媒質Tが6mにわたり存在している。A,Bが同位相で振動しているとき、P点が強め合っているかいないかを判断するために次のような方法を考えた。以下の問いに答えよ。

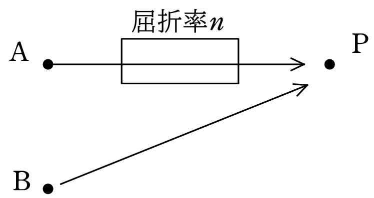


AP間、BP間の波の様子を表したのが下のグラフである。



① 媒質S,T以外の領域での波長はいくらか
② 媒質S,Tの波長はそれぞれ外部の何分の1になっているか
③ 媒質S,Tの波長を同じにしようとすればそれぞれ長さを何倍にしなければならないか
④ 媒質S、媒質Tそれぞれの光学距離はいくらか
⑤ AP間BP間それぞれの光学距離はいくらか
⑥ AP間とBP間の光学距離差は何mか
⑦ 光学距離差は波長の何倍か
⑧ P点でこの波は強め合っているか弱めあっているか

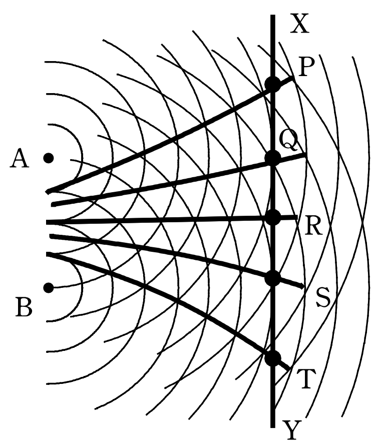
(4) 右図は同位相で振動しているA、B点から波長λの波が出ている。それぞれの波はP点で干渉しているが、Aの波は途中で幅dの屈折率nの媒質中を通過した。AP＝a、BP＝bとして、以下の問いに答えよ。



① 屈折率nの媒質内の波の波長はいくらか。
② 屈折率nの媒質の光学距離はいくらか
③ AP間の光学距離はいくらか
④ BPとAPの光学距離差はいくらか。AP＞BPとする。
⑤ 点Pで波が強めあうためにはa,b,n,d,λの間にどのような条件が必要か。整数mを用いて表わせ。

４． 水面波の干渉

(1) 右図は水面上A,Bの2点で同位相で波を起こしている。この波源から離れたところに壁XYがある。図の円弧は波の波面を表しており、太線は腹線を示している。図の黒点P～Tは腹線と壁XYの交点である。波の波長をλとする。
これについて以下の問いに答えよ。



① 壁XY上のP～T点の媒質はどのようになっているか。腹線上であることを考慮して答えよ。
② AR－BRはいくらか
③ BP－APをλを用いて表せ。
④ BQ－AQをλを用いて表せ。
⑤ ASとBSの差はいくらか。λを用いて表せ。

解説

(1) ① 良く揺れている。 ② 0 ③ 2λ ④ λ ⑤ λ ⑥ 2λ
⑦ P＝2 Q＝1 R＝0 S＝1 T＝2
⑧ 節線上なので、ほとんど揺れない

(2) ① $|AP-BP|=m\lambda$ ② $|AP-BP|=\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$
③ $x-\frac{d}{2}$ ④ 三平方の定理より $L^2+\left(x-\frac{d}{2}\right)^2$
⑤ $L^2+\left(x+\frac{d}{2}\right)^2$
⑥ ⑤－④で、$L^2+\left(x+\frac{d}{2}\right)^2-\left\{L^2+\left(x-\frac{d}{2}\right)^2\right\}=2xd$
⑦ $BP^2-AP^2=(BP+AP)(BP-AP)=2L(BP-AP)=2xd$

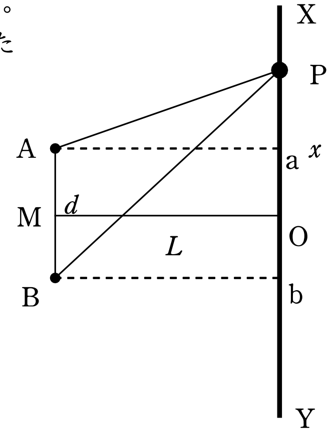
⑥　ATとBTの差はいくらか。λを用いて表せ。

⑦　P～Tの各点とA、Bとの距離の差はそれぞれ波長の何倍か

P　　Q　　R　　S　　T

⑧　PQ、QR、RS、ST各黒点の中点付近の媒質の振動はどうなっているか

(2)　右図は(1)の図から波面を取り除いたものである。波源ABの中点をMとし、Mから壁XYに下ろした垂線の足をOとする。また、波源A,BからXYに下ろした垂線の足をa,bとする。ABの長さをd、MO＝L、XY上に任意の点Pをとり、PO＝xとする。点A、Bの波は波長がλで同位相である。以下の問いに答えよ。



①　点PでAとBの波が強め合っているとき、APとBPの差$|AP-BP|$と整数m、波長λの間にはどのような関係が成り立っているか。

②　点PでAとBの波が弱めあっているとき
APとBPの差$|AP-BP|$と整数m、波長λの間にはどのような関係が成り立っているか。

③　aPの長さはいくらか。x,dで表せ。

④　AP^2はいくらか。三平方の定理を考慮してL,x,dで表せ。

⑤　BP^2はいくらか。

⑥　BP^2-AP^2をx,dで表せ。

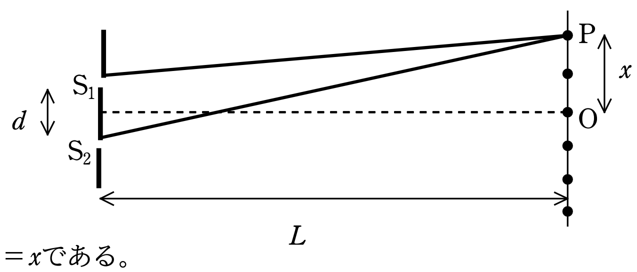
・　$L>>x$、$L>>d$のときはAPもBPもほとんどLとなる。よって、BP＋AP＝$2L$と考えることができる。

⑦　BP^2-AP^2を因数分解することにより、BP－APをL,x,dで表せ。

⑧　①を考慮しPで波が強めあう条件をL,x,d,n,λで表せ。

５．ヤングの実験

(1)　右図のようにスリット間隔dのWスリットに波長λの光を当てたところスリットS_1、S_2で回折しL離れたスクリーン上の点Pに明線が生じた。



スリット正面をOとすると、PO＝xである。
O点を0番目の明線としたとき、P点は2番目の明線となる。$S_1P=l_1$、$S_2P=l_2$として以下の問いに答えよ。$L>>x$、dとする。

①　S_1PとS_2Pの経路差をl_1、l_2を用いて現せ。

②　S_1PとS_2Pの経路差をλを用いて現せ。

③　三平方の定理を利用することによりl_1をL,x,dを用いて現せ。

④　$L>>x$、dの条件を用いた近似計算により③式の根号をはずせ

これより、$BP-AP=\dfrac{xd}{L}$

⑧　$|AP-BP|=m\lambda$より、$\dfrac{xd}{L}=m\lambda$

解説

(1)　①　経路差であるので、長さの差である。S_2Pの方が長いので、l_2-l_1

②　波が強めあう条件は経路差が波長の整数倍になったときである。Pは2番目の明線であるので、2λ

③　三平方の定理より$l_1{}^2=L^2+\left(x-\dfrac{d}{2}\right)^2$　$l_1=\sqrt{L^2+\left(x-\dfrac{d}{2}\right)^2}$

④　$l_1=\sqrt{L^2+\left(x-\dfrac{d}{2}\right)^2}=L\sqrt{1+\left(\dfrac{x-\dfrac{d}{2}}{L}\right)^2}=L+\dfrac{1}{2L}\left(x-\dfrac{d}{2}\right)^2$

⑤　同じく$l_2{}^2=L^2+\left(x+\dfrac{d}{2}\right)^2$　$l_2=\sqrt{L^2+\left(x+\dfrac{d}{2}\right)^2}$

⑥　$l_2=\sqrt{L^2+\left(x+\dfrac{d}{2}\right)^2}=L\sqrt{1+\left(\dfrac{x+\dfrac{d}{2}}{L}\right)^2}=L+\dfrac{1}{2L}\left(x+\dfrac{d}{2}\right)^2$

⑤ l_2をL,x,dを用いて現せ。

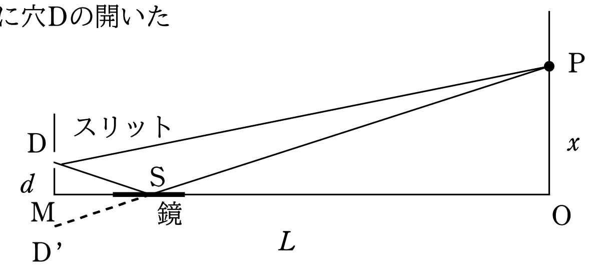
⑥ $L>>x$、dの条件を用いた近似計算により⑤式の根号をはずせ

⑦ l_2-l_1（経路差）をL,x,dを用いて現せ。

⑧ PO（x）をL,x,dを用いて現せ。

⑨ 明線の間隔はいくらか

(2) 地上Mからdだけ離れたところに穴Dの開いたスリットを設置し、スリットからL離れた位置Oにスクリーンを設置した。地上に鏡Sを置きスリットに波長λの光を入れたところスクリーン上に干渉縞ができた。Oに近い側からm（0,1,2...）番目の明線がOからx離れた点にできていた。これについて以下の問いに答えよ。



・ 穴DのMに対する対称点をD'とする。

① 一方の光が鏡で反射しているがこの反射は固定端か自由端か

② DD'をdで表わせ。

③ D'P−DPをL,d,xで表わせ。

④ 光の経路DSPとDPの経路差をL,d,xで表わせ。

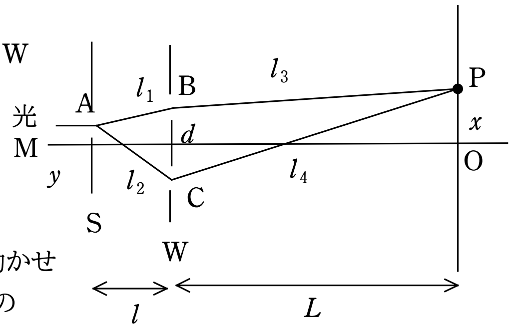
⑤ この二つの経路の光が強めあう条件をm、λで表わせ。（固定端反射に注意）

⑥ m番目の明線の干渉の条件式を導け

⑦ 0番目の明線はOからいくらの距離のところにできるか

⑧ 明線どおしの間隔はいくらか

(3) 穴Aがひとつのスリットと穴が二つB,C（間隔d）のスリットWを図のように設置した。
　線分MOは中央線であり、スリットWのBCの中点がこの線上に重なるように調整し、Sスリットの穴Aの位置は自由に動かせるようにした。穴の位置とMOとの距離をyとする。SスリットとWスリットの間隔をlとし、Wスリットとスクリーンとの間隔をLとする。この状態で、Sスリットに単色光（波長λ）を入射させた。AB間の距離はl_1、AC間をl_2とし、BP間の距離をl_3、CP間の距離をl_4とする。これに関して以下の問いに答えよ。



・ $y=0$のときスクリーン上の最も明るい明線（中央明線）は点Oにできた。

① 経路ABPと経路ACPの経路差はいくらか

② B,Cに来る光の位相は同じか違うか答えよ。

⑦ $l_2-l_1=\left\{L+\frac{1}{2L}\left(x+\frac{d}{2}\right)^2\right\}-\left\{L+\frac{1}{2L}\left(x-\frac{d}{2}\right)^2\right\}=\frac{xd}{L}$

⑧ $\frac{xd}{L}=2\lambda$となるので、$x=\frac{2L\lambda}{d}$

⑨ POは明線間隔二つ分であるから、明線間隔はPO間の半分　よって、$\frac{L\lambda}{d}$

(2) ① 固定端　② $2d$

③ ヤングの経路差$\frac{xd}{L}$を公式として利用すると　D'P−DP$=\frac{2xd}{L}$

④ 光は反射しているので、経路長DSP＝経路長D'P　よって③と同じ、$\frac{2xd}{L}$

⑤ 固定端反射をしているので、強めあう条件と弱めあう条件が逆になる。

強めあう条件は、経路差$=\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$

⑥ ④⑤より　$\frac{2xd}{L}=\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$

⑦ $m=0$を代入して　$x=\frac{L\lambda}{4d}$

⑧ $m=1$を代入すると、$x=\frac{3L\lambda}{4d}$　⑦との差をとると　$\frac{L\lambda}{2d}$

(3) ① 中央明線は最も明るい。経路差がないために最も明るくなる。　0

② AB＝BCなので、位相は同じ

③ ヤングの実験の式より　$\frac{xd}{L}$

④ $m\lambda$　⑤ $\frac{xd}{L}=m\lambda$

⑥ ⑤より$x=m\frac{L\lambda}{d}$となる。　$m=0$のとき、

$x=0$で$m=1$のとき、$x=\frac{L\lambda}{d}$なので、明線間隔は　$\frac{L\lambda}{d}$となる。

⑦ 経路ACP$=l_2+l_4$　経路ABP$=l_3+l_1$

⑧ 経路ACP−経路ABP$=(l_2+l_4)-(l_3+l_1)$

⑨ $l_2-l_1=\frac{yd}{l}$　$l_4-l_3=\frac{xd}{L}$

⑩ 経路差ACP−ABP$=(l_2+l_4)-(l_3+l_1)=l_2-l_1+l_4-l_3=\frac{yd}{l}+\frac{xd}{L}$

⑪ $m\lambda$

⑫ $\frac{yd}{l}+\frac{xd}{L}=m\lambda$

⑬ ⑫に$m=0$を代入すると、$\frac{yd}{l}+\frac{xd}{L}=0$　$x=-\frac{L}{l}y$　負なので、下にずれる。

③　CP−BPをL,d,xで表せ。

④　中央明線を$m=0$とし、下から順に明線を$m=0,1,2...$とするとき、m番目の明線における経路差をm,λで表せ。

⑤　③④より、この場合の干渉の条件式を導け

⑥　明線の間隔はいくらか。L,d,λで表せ。

・ Sスリットを上に動かしAと中央線との距離をyとした。

⑦　経路ACP及び経路ABPの長さをl_1、l_2、l_3、l_4で表せ。

⑧　経路差（ACP>ABP）をl_1、l_2、l_3、l_4であらわせ。

⑨　△BCPに対するd,x,Lと△ABCに対するd,y,lが同じような位置関係にあることに注目し、l_2-l_1をd,y,lで、l_4-l_3をd,x,Lでそれぞれ表せ。

⑩　経路差（ACP>ABP）をd,y,l,x,Lで表せ。

⑪　④と同じようにmを数えるとき、m番目の明線における経路差をm,λで表せ。

⑫　⑩⑪より、この場合の干渉の条件式を導け

⑬　中央明線（$m=0$）は点O（$x=0$）からどちらへどれだけずれるか

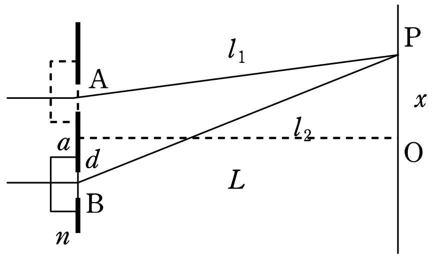
⑭　$m=1$のときのxをd,y,l,L,λで表せ。

⑮　明線間隔は⑥と比べてどうなったか

⑯　$m=1$の明線がO点に重なった。この場合のyをd,l,λで表せ。

(4)　スクリーンからL離れたところに間隔dの穴の開いたWスリットを設置し、波長λの光を入射したところ、中央明線は点Oにできていた。

この状態で穴Bの手前に厚さa、屈折率nのガラスを貼り付けた。点Oからx離れた位置を点Pとし、中央明線を$m=0$とし、その明線を基準として各明線を$m=0,1,2...$と数えるものとする。これについて以下の問いに答えよ。



・ ガラスを貼り付ける前の状態について

①　点Pがm番目の明線だったとき、BPとAPの経路差をm,λで表せ。

②　BP−APをL,x,dで表せ。

③　m番目の明線の干渉の条件式を導け

④　明線間隔をL,d,λで表せ。

・ ガラスを貼り付けた後について、経路差を計算しやすくするためにAの方にも厚さa屈折率1のガラスを張ったと考える。AP$=l_1$、BP$=l_2$とする。

⑤　Bのガラスの光学距離はいくらか。n,aで表せ。

⑥　BのガラスとBPをあわせた光学距離はいくらか。n,a,l_1で表せ。

⑦　Aのガラスの光学距離はいくらか。

⑧　AのガラスとAPをあわせた光学距離はいくらか

⑨　A、Bのガラスの左端を基点としてPまでの光学距離差をn,a,l_1,l_2で表せ。

下に$\dfrac{L}{l}y$ずれる。

⑭　$m=1$を代入すると、$\dfrac{yd}{l}+\dfrac{xd}{L}=\lambda$　$x=\dfrac{L\lambda}{d}-\dfrac{L}{l}y$

⑮　⑭式と⑬との差を取ると、$\dfrac{L\lambda}{d}$　　よって、　⑥と同じ

⑯　⑭において$x=0$なので、$\dfrac{L\lambda}{d}-\dfrac{L}{l}y=0$　$y=\dfrac{l\lambda}{d}$

(4)　①　$m\lambda$　②　$\dfrac{xd}{L}$　③　$\dfrac{xd}{L}=m\lambda$　④　$x=m\dfrac{L\lambda}{d}$なので、$m=1$を代入して　$\dfrac{L\lambda}{d}$

⑤　光学距離は屈折率×距離$=na$　⑥　$na+l_2$　⑦　a　⑧　$a+l_1$

⑨　$na+l_2-(a+l_1)=(n-1)a+l_2-l_1$　　⑩　$l_2-l_1=\dfrac{xd}{L}$

⑪　⑨⑩より$(n-1)a+\dfrac{xd}{L}$

⑫　$(n-1)a+\dfrac{xd}{L}=m\lambda$

⑬　中央明線は$m=0$なので、$(n-1)a+\dfrac{xd}{L}=0$　よって、$x=-\dfrac{(n-1)La}{d}$

よって、下に$\dfrac{(n-1)La}{d}$ずれる。

⑭　⑫に$m=1$を代入して　$(n-1)a+\dfrac{xd}{L}=\lambda$　これを解くと

$x=(\lambda-(n-1)a)\dfrac{L}{d}=\dfrac{L\lambda}{d}-\dfrac{(n-1)La}{d}$

⑮　⑭−⑬$=\dfrac{L\lambda}{d}$なので、明線間隔は同じ

⑯　⑭で$x=0$を代入すると、$a=\dfrac{\lambda}{n-1}$

⑩　l_2-l_1をL,d,xで表せ。

⑪　⑨の光学距離差をn,a,L,d,xで表せ。

⑫　m番目の明線の干渉の条件式を導け

⑬　中央明線は上下どちらにどれだけ移動しているか

⑭　$m=1$の明線のできる位置をn,a,L,d,λで表せ。

⑮　明線間隔は④と比べてどうなったか

⑯　$m=1$の明線がO点にできたとき、aをn,d,λで表せ。

６．回折格子

(1)　右図１は回折格子に入った光が回折しP点に明点を作るようすを示している。図２は図１の点線部分を拡大したものである。光の波長をλ、格子間隔をd、回折格子とスクリーンまでの距離をL、回折格子正面の点をOとしたときPO＝xとする。図中黒点が明点である。このとき以下の問いに答えよ。

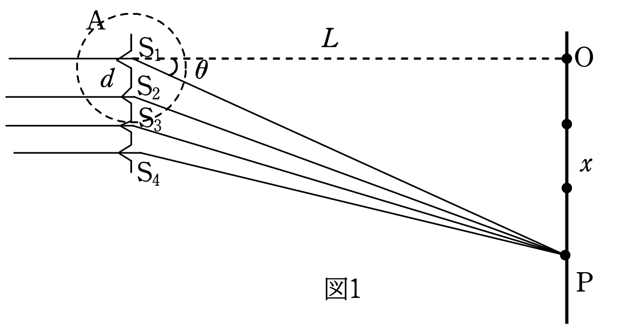


図1

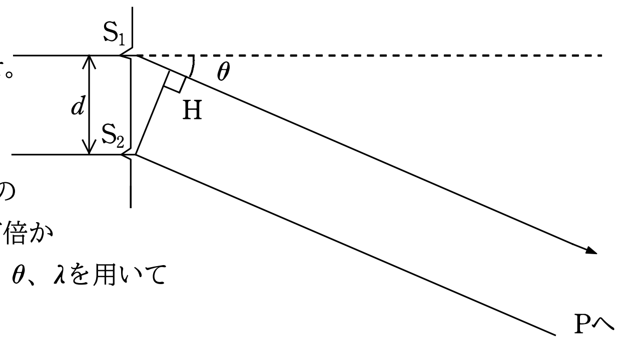
①　$\angle OS_1P=\theta$とするとき、$\angle HS_2S_1$はいくらか

②　S_1Hをd、θを用いてあらわせ。

③　経路差S_1P-S_2Pをd、θを用いてあらわせ。

④　点PはOを0番目として3番目の明点である。経路差は波長の何倍か

⑤　点Pが明点である条件式をd、θ、λを用いてあらわせ。

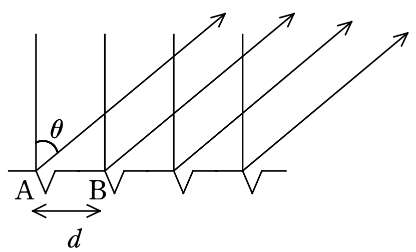


⑥　$\tan\theta$をL、xを用いてあらわせ。

⑦　$\theta \fallingdotseq 0$のとき、$\sin\theta \fallingdotseq \tan\theta$であることを用いて、明点の条件式を$d$、$\lambda$、$L$、$x$であらわせ。

⑧　隣り合う明点の間隔を求めよ。

(2)　CDを斜めから見るとCD面に色が付いて見える。これは光が干渉しているためである。CDの溝と溝の間隔をdとし、CD面の真上からきた光を鉛直方向からθの方向から観察する場合を考える。上の図のA,Bの溝の部分を拡大したのが下の図である。BからAで反射した光の射線に垂線を



解説

(1)　①　θ　　②　$d\sin\theta$

③　S_2からS_1Pに垂線を下ろすと、$\triangle PS_2H$は直角三角形であるが、$\angle P$がきわめて0に近いため、二等辺三角形とも考えられ$S_1P=PH$である。
よって、経路差は$S_1H=d\sin\theta$
となる。

④　3倍

⑤　③、④より、$d\sin\theta=3\lambda$

⑥　$\tan\theta=\dfrac{x}{L}$

⑦　$d\sin\theta=3\lambda$の$\sin\theta$に$\tan\theta=\dfrac{x}{L}$を代入すると、$\dfrac{xd}{L}=3\lambda$となる。

⑧　⑦は$x=\dfrac{3L\lambda}{d}$となるが、これは明点間隔の3倍である。よって、$\dfrac{L\lambda}{d}$

(2)　①　$\angle ABH=\theta$なので、$AH=d\sin\theta$

②　$m\lambda$　③　$d\sin\theta=m\lambda$

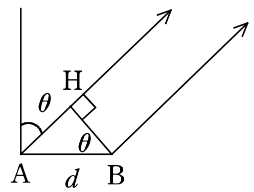
④　③に$\theta=0$を代入すると、$m=0$で干渉の条件式は成立する。よって、強め合う。

⑤　$\theta=30°$で最初に強めあうので$m=1$。よって、$d\sin 30°=\lambda$で　$d=2\lambda$

⑥　$d=2\lambda$を③に代入して$2\lambda\sin\theta=m\lambda$、$\sin\theta=\dfrac{m}{2}$となり、$\sin 90°=1$までに
$m=0,1,2$である。よって、$m=1$と$m=2$の2回

⑦　θが小さいときはλも小さい。よって、波長の小さい色から見える。よって、紫

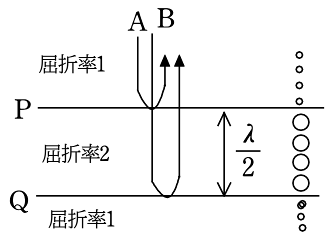
おろし、その足をHとする。光の波長をλとし、
以下の問いに答えよ。



① 経路差AHをd,θで表せ。
② 整数をmとし、光が強めあう場合の経路差をm、λで表せ。
③ この場合の干渉の条件式を立てよ。
④ このCDを真上から見たとき光は強めあうか弱めあうか
⑤ ④の状態から少しずつ見る方向を傾けていくと$\theta=30°$の時最初に光が強めあった。dをλで表せ。
⑥ ⑤のとき、$\theta=90°$までに何回強めあうことになるか。（$\theta=0$を除く）
⑦ 波長λの光の変わりに白色光を当て、少しずつ斜めから見るようにすると、最初に見える色は何色か

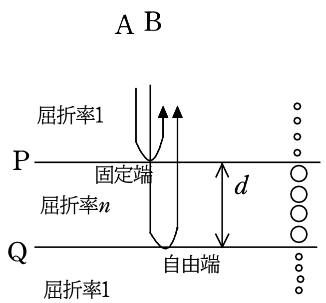
７． 薄膜の干渉

(1) 右図は屈折率2、厚さを$\frac{\lambda}{2}$の薄膜に波長λの光A,Bが垂直に入射し反射したときの光の干渉を示す図である。光Aは薄膜の上面Pで反射し、光Bは薄膜の底面Qで反射している。以下の問いに答えよ。



① 膜の上端、下端の反射は固定端反射か自由端反射か
② 光Aの山が膜の上端で反射した瞬間、光Aは山になるか谷になるか
③ 光Aの山が膜の上端に達した瞬間光Bは膜の上端で山か谷か
④ 光Bはこの瞬間膜の下端で山になっているか谷になっているか
⑤ 光Bが膜の下端で反射した瞬間光Bは山になっているか谷になっているか
⑥ 光Bが膜の下端で反射後再び波の上端に達するが、このとき、この光Bは山になっているか谷になっているか
⑦ 光Aと光Bの反射はどおしは強めあうか弱めあうか

(2) 空気中に屈折率をn、膜の厚さdの薄膜がある。この薄膜に上から波長λの光が入射した。以下の問いに答えよ。



① 膜の厚さの光学距離はいくらか、n、dであらわせ。
・ この膜を上から観察する時は膜の上面Pと下面Qで反射する。
② 光Aと光Bの光学距離差はいくらか。n、dであらわせ。
③ mを０以上の整数として光学距離差の

解説

(1) ① 上端は固定端反射、下端は自由端反射
② 上端は固定端反射であるので、山と谷が逆になる。よって、谷
③ 光Aが上端で反射するまではこの二つの光は同じ光である。よって、山
④ 膜の厚さは$\frac{\lambda}{2}$であるが、光学距離はその2倍のλとなる。よって、山
⑤ 自由端反射であるから位相は変わらず　山
⑥ 同じく光学距離がλであるから、山
⑦ 光Aが谷であり、光Bが山であるので弱めあう。

(2) ① 光学距離＝距離×屈折率　なので、nd
② 実距離差が厚さdの往復なので、$2d$、屈折率をかけて、$2nd$
③ 強めあう条件は通常であれば$m\lambda$であるが、この場合固定端反射があるので、$\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$となる。
④ $2nd=\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$
⑤ 弱めあう条件式は逆になって、$2nd=m\lambda$
⑥ ともに自由端反射
⑦ $2nd$
⑧ 固定端反射がないので、光学経路差が$m\lambda$の場合強めあう条件となる
⑨ $2nd=m\lambda$
⑩ 弱めあう条件式は逆になる。$2nd=\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$
⑪ 強めあう場合は④と⑨、弱めあう場合は⑤と⑩とともに逆の条件式になっているため、上から観察した時としたから観察した時は強めあう場合と弱めあう場合が逆になる。

強めあう条件をm、λ　を用いてあらわせ。

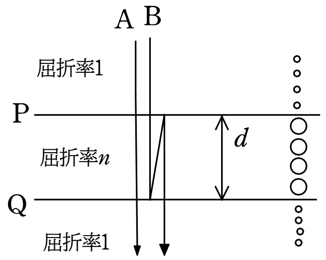
④　光Aと光Bが強めあう条件をn、d、m、λであらわせ。

⑤　光Aと光Bが弱めあう条件をn、d、m、λであらわせ。

・　光源と反対側（下）から薄膜を

を観察した場合。右図のように直進する光Aと

1往復した光Bとが干渉する。



⑥　光BがQ端、P端で2回反射しているが、これは

自由端反射か、固定端反射か

⑦　光Aと光Bの光学距離差はいくらか。

n、dであらわせ。

⑧　mを０以上の整数としてA,Bの光の強めあう条件をm、λを用いてあらわせ。

⑨　光Aと光Bが強めあう条件をn、d、m、λであらわせ。

⑩　光AとBが弱めあう条件式をn、d、m、λであらわせ。

・　上で観察した場合と下で観察した場合の比較

⑪　薄膜の厚さが上から観察した時光が強めあった場合、下から観察した時は弱めあっていることを示せ。

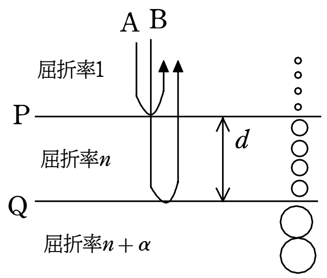
⑫　⑪の理由をエネルギー保存則の観点から説明せよ。

(3)　(2)と同じ薄膜をより屈折率の高い媒質に貼り付けた。

この薄膜に波長λの光が入射した時について、

以下の問いに答えよ。

・　この膜を上面から観察した場合



①　光Aと光Bの光学距離差は

いくらか。n、dであらわせ。

②　P、Qで反射する時、それぞれ自由端反射か

固定端反射か

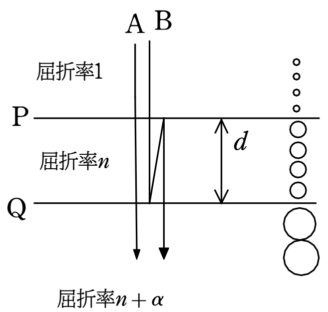
③　mを０以上の整数として光学距離差の

強めあう条件をm、λを用いてあらわせ。

④　光Aと光Bが強めあう条件をn、d、m、λであらわせ。

⑤　光Aと光Bが弱めあう条件をn、d、m、λであらわせ。

・　この膜を下面から観察した場合



⑥　光BがQ端、P端で2回反射しているが、これは

自由端反射か、固定端反射か

⑦　光Aと光Bの光学距離差はいくらか。

n、dであらわせ。

⑧　mを０以上の整数としてA,Bの光の強めあう条件を

m、λを用いてあらわせ。

⑨　光Aと光Bが強めあう条件をn、d、m、λであらわせ。

⑩　光AとBが弱めあう条件式をn、d、m、λであらわせ。

⑫　膜によって通過した光のエネルギーと反射した光のエネルギーの和は元のエネルギーと同じはずである。ともに強めあったり弱めあったりするとエネルギー保存則が敗れていることになる

(3)　①　実距離差が厚さdの往復なので、$2d$、屈折率をかけて、$2nd$

②　P,Qともにより屈折率の大きい媒質に反射するので、固定端反射

③　固定端反射が2つあるので、通常の強め合う条件がそのまま強めあう条件となる

$m\lambda$

④　$2nd=m\lambda$

⑤　弱めあう条件式は逆になって、$2nd=\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$

⑥　Qが固定端反射、Pが自由端反射

⑦　$2nd$

⑧　固定端反射がないので、光学経路差が$m\lambda$の場合強めあう条件となる

⑨　$2nd=\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$

⑩　弱めあう条件式は逆になる。$2nd=m\lambda$

(4)　①　同一波面上の点が常に同位相である。R

②　①と同じくH

③　OR、PQともに同一波面上にあるので、PRとOHは同じ波数である。よって、光学距離は等しい。0

④　射線Aと射線BはHとPまでは同位相であり、P以降も共通である。よって、経路差はH→Q→Pの部分である。

⑤　PとP'は対称点であるので、QP＝QP'

⑥　Oの法線とPP'は平行なので、∠PP'H＝r

⑦　PP'＝$2d$。

⑧　P'H＝$2d\cos r$。

⑨　⑤よりHQ＋QP＝P'Hなので、$2d\cos r$

⑩　光A,Bの光学距離差は、屈折率をかけると。$2dn\cos r$

⑪　P＝固定端反射、Q＝自由端反射

⑫　固定端反射があるので、$\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$で表わせ。

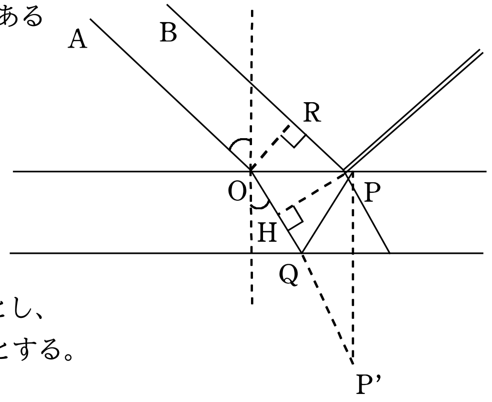
⑬　$2dn\cos r=\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$

⑭　$2dn\cos r=m\lambda$

⑮　$\frac{\sin\theta}{\sin r}=n$

⑯　⑮より$\sin r=\frac{\sin\theta}{n}$　と$\cos r=\sqrt{1-\sin^2 r}$ より、$\cos r=\sqrt{1-\frac{\sin^2\theta}{n^2}}$

(4)　波長λの光A、Bが平行に空気中にある屈折率n、厚さdの薄膜に入射角θで入射した。光Aが入射点Oに入射し、BがPに入射した。光AはOで屈折し薄膜の下面Qで反射しPで光Bと重なり、AとBの光の干渉が起こった。OからBに引いた垂線の足をR、PからAの射線に引いた垂線の足をHとし、薄膜の下面に対するPの対称点をP'とする。これに関して以下の問いに答えよ。



①　射線A上のO点と常に同じ位相の射線B上の点はどれか

②　射線B上の点Pと常に同じ位相の射線A上の点はどれか

③　PRとOHの光学距離差はいくらか

④　射線Aと射線Bの経路差を示しているのはどの部分か

⑤　QPとQP'の長さはどういう関係にあるか

・　射線Aの屈折角をrとする。

⑥　∠PP'Hはいくらか

⑦　PP'をdで表わせ。

⑧　P'Hをr,dで表わせ。

⑨　HQ＋QPの長さをr,dで表わせ。

⑩　光A,Bの光学距離差はいくらかn,r,dで表わせ。

⑪　Pでの反射、Qでの反射はそれぞれ自由端反射か、固定端反射か

⑫　光AとBが強め合っている時の光学経路差を整数mを用いて、m,λで表わせ。

⑬　光AとBが強めあう条件式をn,r,d,m,λで表わせ。

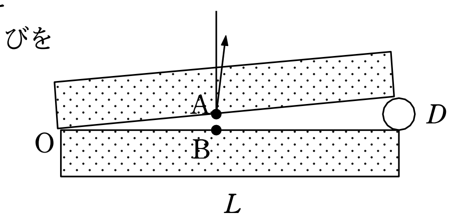
⑭　光AとBが弱めあう条件式をn,r,d,m,λで表わせ。

⑮　屈折の法則をn,r,θで表わせ。

⑯　光AとBが強めあう条件式をn,θ,d,m,λで表わせ。

８．くさび

(1)　長さLのガラス2枚の一端Oを接触させ他端に直径Dの髪の毛をはさんで、くさびを作った。このくさびに真上から波長λの光をあて、その反射光の干渉を調べた。



ある入射光がOからx離れたBに達するものとする。その真上のガラスの底面をAとするとき、距離ABをdとし、以下の問いに答えよ。

①　Aで反射する光とBで反射する光はそれぞれ自由端反射か固定端反射か

②　Aで反射する光とBで反射する光の経路差はいくらか。dで表わせ。

③　Aで反射する光とBで反射する光が強めあう条件場合、その経路差を整数mとλで

よって、　$2dn\sqrt{1-\dfrac{\sin^2\theta}{n^2}}=\left(m+\dfrac{1}{2}\right)\lambda$

簡単にすると、　$2d\sqrt{n^2-\sin^2\theta}=\left(m+\dfrac{1}{2}\right)\lambda$

解説

(1)　①　Aは自由端反射、Bは固定端反射

②　AB間を往復する距離が経路差である。$2d$

③　固定端反射があるので強めあう条件は$\left(m+\dfrac{1}{2}\right)\lambda$

④　この場合ガラス間は空気なので、屈折率1と考えてよい。よって、経路差はそのまま光学経路差となる。

よって、　$2d=\left(m+\dfrac{1}{2}\right)\lambda$

⑤　三角形の相似により　$x:d=L:D$

⑥　⑤より、$d=\dfrac{xD}{L}$

表わせ。

④　Aで反射する光とBで反射する光が強めあう条件式をd,m,λで表わせ。

⑤　$x:d$をL,Dで表わせ。

⑥　dをx,L,Dで表わせ。

⑦　光が強めあう条件式をx,L,D,m,λで表わせ。

⑧　光が弱めあう条件式をx,L,D,m,λで表わせ。

⑨　O点は光が強めあうか弱めあうか。

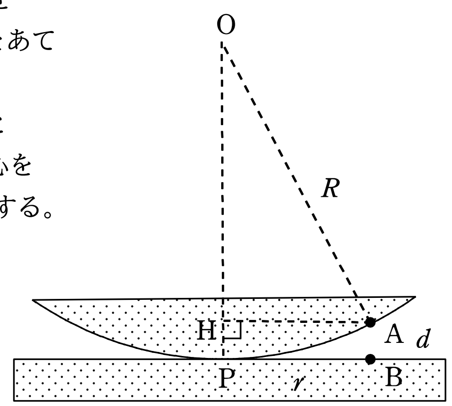
⑩　光が強めあうxの間隔はいくらか。

⑪　最初の明線の位置はOからいくらのところにできるか

⑫　⑩の間隔をΔxとするとき、髪の毛の直径DをΔx、λ、Lで表わせ。

９．ニュートンリング

(1)　ガラスの板の上に曲率半径Rの凸レンズを乗せた。このレンズに真上から波長λの光をあて光の干渉を調べた。真上から入射した光はA点とB点で反射し、干渉をする。レンズとガラスの接点をPとし、レンズの曲面の中心をOとする。PBの距離をrとし、AB間をdとする。このとき、以下の問いに答えよ。



①　この光はA端B端で固定端反射をしているか自由端反射をしているか

②　Aの光とBの光の経路差をdを用いて表わせ。

③　AとBの光が強めあう条件を整数mとλで表わせ。

④　AとBの光が強めあう条件式をd,m,λで表わせ。

⑤　OH、OA、AHをR,r,dで表わせ。

⑥　三平方の定理よりR,r,dの関係式を導け

⑦　⑥式においてd^2の項は他項に比べて微小なので無視できるものとして⑥式を簡略化し、dをR,rで表わせ。

⑧　AとBの光が強めあう条件式をR,r,m,λで表わせ。

⑨　AとBが弱めあう条件式をR,r,m,λで表わせ。

⑩　P点は強めあうか弱めあうか

⑦　⑥を④に代入して　$2\dfrac{xD}{L}=\left(m+\dfrac{1}{2}\right)\lambda$

⑧　弱めあう場合は経路差が$m\lambda$の場合である

$2\dfrac{xD}{L}=m\lambda$

⑨　O点は$x=0$である。$x=0$を代入すると⑦式は整数mに何を代入しても成立しないが⑧式は$m=0$の時に成立する。よって、$x=0$では弱めあう。

⑩　⑦より$x=\dfrac{L}{2D}\left(m+\dfrac{1}{2}\right)\lambda$

$m=1$の時は　$x=\dfrac{3}{4}\dfrac{L\lambda}{D}$　$m=0$のときは　$x=\dfrac{1}{4}\dfrac{L\lambda}{D}$

間隔はこの差であるから　$\dfrac{L\lambda}{2D}$

⑪　$m=0$のときは$x=\dfrac{1}{4}\dfrac{L\lambda}{D}$なので、O点（$x=0$）との差は　$\dfrac{1}{4}\dfrac{L\lambda}{D}$　である。

よって、$\dfrac{1}{4}\dfrac{L\lambda}{D}$

⑫　⑩がΔxなので、$\Delta x=\dfrac{L\lambda}{2D}$　よって、　$D=\dfrac{L\lambda}{2\Delta x}$

解説

(1)　①　Aは自由端反射　Bは固定端反射

②　AB間の往復分なので、$2d$

③　固定端反射があるので$\left(m+\dfrac{1}{2}\right)\lambda$

④　$2d=\left(m+\dfrac{1}{2}\right)\lambda$

⑤　$OH=R-d$　$AH=r$　$OA=R$

⑥　$OA^2=AH^2+OH^2$なので、

$R^2=r^2+(R-d)^2$　展開すると、　$R^2=r^2+R^2-2Rd+d^2$

これは　$r^2-2Rd+d^2=0$

⑦　d^2の項を無視すると、$r^2-2Rd=0$　よって、$d=\dfrac{r^2}{2R}$

⑧　$\dfrac{r^2}{2R}=\left(m+\dfrac{1}{2}\right)\lambda$

⑨　弱めあう場合は逆になって、

$\dfrac{r^2}{2R}=m\lambda$

⑩　P点は$r=0$である。$r=0$を⑧⑨式に代入すると⑨式の方が成立する。よって、弱めあう。