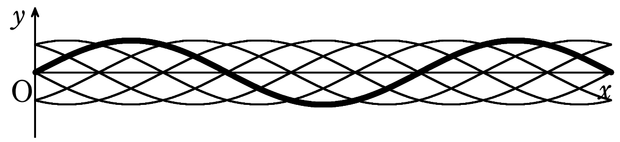
100．自由端反射と自由端反射

(1)　右図は太線のひとつの正弦波を位相$\frac{\pi}{3}$ずつずらして描いたものである。



これについて以下の問いに答えよ。

①　これらの波をすべて合成したとき、媒質の変位はいくらになるか。

②　位相が$\frac{\pi}{2}$ずつずれた場合に同じようにすべて合成すると、変位はいくらになるか。

③　位相がπずつずれた場合に同じようにすべて合成すると、変位はいくらになるか。

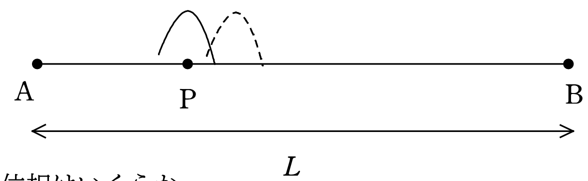
④　位相が2πずつずれた場合に同じようにすべて合成すると、0になるかならないか。

⑤　位相が同じだけずれたすべての波を合成したとき、変位が0にならない位相はいくらか。2πよりも大きい範囲を含めてすべて答えよ。（nを整数とする）

⑥　この波の波長をλとするとき、位相が2πずれるためには距離に直していくら波がずれる必要があるか

⑦　この波の波長をλとするとき、変位が0にならないためには距離に直して波がいくらずれている必要があるか。すべての場合を整数nを用いて答えよ。

(2)　下図ABはA端B端で自由端反射する媒質で占められている。いま波長λの波が減衰せずにAB間を往復している。ある瞬間この波の山（位相90°）がAB上のある点Pに達していた。この山は右方向に移動している。AB間の距離はLであるとして以下の問いに答えよ。



①　この波がB、Aで反射して再びPに戻ってくるまでの距離はいくらか

②　この波の右側λ離れた位置の位相はいくらか

③　この瞬間の波の一往復先が山でなかった場合、何回も往復した波すべて合成した変位はいくらになるか

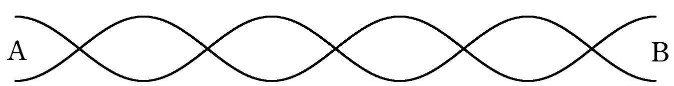
④　すべての反射波の合成波が変位0にならないためには、整数をnとして、Lとλとの間にどんな関係式が成り立たねばならないか。

(3)　(2)と同じ問題で波はA端B端で自由端反射しているのでAB間に定常波が発生している。この定常波について以下の問いに答えよ。

①　A端及びB端は定常波の腹か節かどちらか答えよ。

②　定常波を作る波の波長をλとするとき、隣り合う腹どおしの距離はいくらか。λで表せ。

・　AB間で下のような定常波ができていたとする。

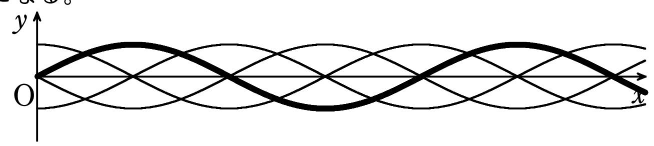


解説

(1)　①　グラフより、0になる。

②　やはり0

③　これも0



④　2π位相がずれると山と山が重なるので位相は0にならない。

⑤　4π、6π…ずれた場合も同じく0にならない。よって、整数nを用いて　$2n\pi$　のときに変位は0にならない。

⑥　位相2πずれているのはちょうど波長λずれた場合である。よって、λ

⑦　$n\lambda$

(2)　①　$2L$　②　90°（山）

③　山でない場合は位相がずれているのですべて合成すると0になる。

④　Pから1往復した波も山であれば合成したときに0にならない。よって、1往復の位相が$2n\pi$ずれていればよいことになる。よって、$2L=n\lambda$

(3)　①　両端とも自由端反射なので、腹

②　腹と腹の間隔は$\frac{\lambda}{2}$

③　5つ　④　5倍　⑤　$AB=L=\frac{\lambda}{2}\times5$　これより、　$2L=5\lambda$

⑥　n倍　⑦　$AB=L=\frac{\lambda}{2}\times n$　これより、　$2L=n\lambda$

(4)　①　基本振動

②　ABは定常波の腹と腹の間隔になる。腹と腹の間隔は$\frac{\lambda_0}{2}$なので、$\frac{\lambda_0}{2}=L$

よって、$\lambda_0=2L$

③　$v=f\lambda$より、$f=\frac{v}{\lambda}$　よって、$f_0=\frac{v}{2L}$

④　2倍振動　⑤　$\frac{\lambda}{2}\times2=L$　よって、$\lambda=L$　⑥　$f=\frac{v}{L}$

⑦　③と比較して2倍（2倍振動とは振動数が2倍という意味である）

⑧　3倍振動　⑨　$\frac{\lambda}{2}\times3=L$　よって、$\lambda=\frac{2}{3}L$　⑩　$f=\frac{3v}{2L}$

⑪　3倍

⑫　隣り合う腹の間隔が$\frac{1}{2}$なので、波長は$\frac{1}{2}$倍

⑬　$v=f\lambda$において、v=一定なので、fとλは反比例。λが$\frac{1}{2}$なので、fは2倍

⑭　$v=f\lambda$において、f=一定なので、vとλは比例。λが$\frac{1}{2}$なので、vは$\frac{1}{2}$倍

③　この定常波はいくつの節を持つか

④　AB間は$\frac{\lambda}{2}$の何倍になるか

⑤　Lとλの関係式を求めよ。

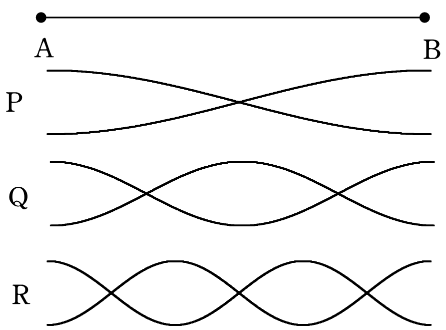
・　AB間に節がn個ある定常波ができていたとする。

⑥　ABの距離は$\frac{\lambda}{2}$の何倍になるか

⑦　Lとλの関係式を求めよ。

(4)　右図のようにAB端で自由端反射する媒質上で振動数を0から徐々に大きくしていきながら定常波が発生する振動数を調べた。AB間の距離はLで、波の速さは振動数に関係なくvである。

振動数を徐々に高くしていくとf_0のとき、Pのような定常波が見られた。以後、Q,Rのような振動数が観察された。これについて以下の問いに答えよ。



・　Pについて

①　この定常波は何振動というか

②　この定常波の波長λ_0をLで表せ。

③　振動数f_0をv、Lで表せ。

・　Qについて

④　この定常波は何振動というか

⑤　この定常波の波長をLで表せ。

⑥　振動数をv、Lで表せ。

⑦　この振動数はf_0の何倍か

・　Rについて

⑧　この定常波は何振動というか

⑨　この定常波の波長をLで表せ。

⑩　振動数をv、Lで表せ。

⑪　この振動数はf_0の何倍か

・　PとQについて

⑫　Qの波長はPの何倍か

⑬　波の速さが一定のときQの振動数はPの何倍か

⑭　振動数が同じときQの波の速さはPの何倍か

・　QとRについて

⑮　Rの波長はQの何倍か

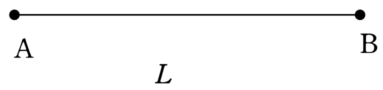
⑯　波の速さが一定のときRの振動数はQの何倍か

⑰　振動数が同じときRの波の速さはQの何倍か

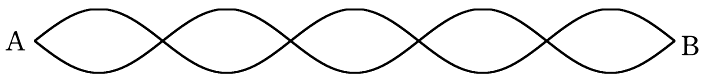
⑮　$\frac{2}{3}$倍　⑯　$\frac{3}{2}$倍　⑰　$\frac{2}{3}$倍

101. 固定端反射と固定端反射

(1) 右図の長さLの線分ABはA端B端ともに固定端反射している媒質である。この媒質を波長λの波が往復振動しており、AB間には定常波が発生している。
これについて以下の問いに答えよ。

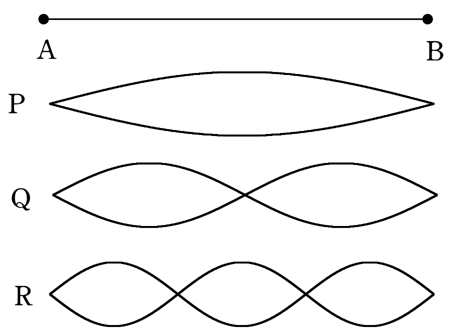


① A端、B端は定常波の腹か節か答えよ。
② 隣り合う節と節の間隔は波長の何倍か
・ AB間に下のような定常波ができていたとする。



③ この定常波には腹がいくつあるか
④ AB間の距離は$\dfrac{\lambda}{2}$の何倍か
⑤ Lとλの関係式を導け
・ AB間に腹がn個ある定常波が発生していた。
⑥ AB間の距離は$\dfrac{\lambda}{2}$の何倍か
⑦ Lとλの関係式を導け

(2) 右図のようにAB端で固定端反射する媒質上で振動数を0から徐々に大きくしていきながら定常波が発生する振動数を調べた。AB間の距離はLで、波の速さは振動数に関係なくvである。
振動数を徐々に高くしていくとf_0のとき、Pのような定常波が見られた。
以後、Q,Rのような振動数が観察された。
これについて以下の問いに答えよ。



・ Pについて
① この定常波は何振動というか
② この定常波の波長λ_0をLで表せ。
③ 振動数f_0をv、Lで表せ。
・ Qについて
④ この定常波は何振動というか
⑤ この定常波の波長をLで表せ。
⑥ 振動数をv、Lで表せ。
⑦ この振動数はf_0の何倍か
・ Rについて

解説

(1) ① 共に節 ② $\dfrac{1}{2}$倍 ③ 5つ ④ 5倍

⑤ $L=\dfrac{\lambda}{2}\times 5$ これより、 $2L=5\lambda$

⑥ n倍 ⑦ $L=\dfrac{\lambda}{2}\times n$ これより、 $2L=n\lambda$

(2) ① 基本振動

② ABは定常波の節と節の間隔になる。節と節の間隔は$\dfrac{\lambda_0}{2}$なので、$\dfrac{\lambda_0}{2}=L$

よって、$\lambda_0=2L$

③ $v=f\lambda$より、$f=\dfrac{v}{\lambda}$ よって、$f_0=\dfrac{v}{2L}$

④ 2倍振動 ⑤ $\dfrac{\lambda}{2}\times 2=L$ よって、$\lambda=L$ ⑥ $f=\dfrac{v}{L}$

⑦ ③と比較して2倍（2倍振動とは振動数が2倍という意味である）

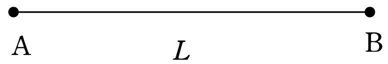
⑧ 3倍振動 ⑨ $\dfrac{\lambda}{2}\times 3=L$ よって、$\lambda=\dfrac{2}{3}L$ ⑩ $f=\dfrac{3v}{2L}$

⑪ 3倍

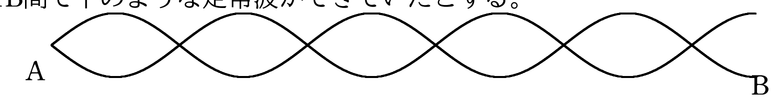
⑧　この定常波は何振動というか
⑨　この定常波の波長をLで表せ。
⑩　振動数をv、Lで表せ。
⑪　この振動数はf_0の何倍か

102.　固定端反射と自由端反射

(1)　右図の長さLの線分ABはA端で固定端反射、B端で自由端反射するような媒質でできている。
このAB間を波長λの波が往復振動している。AB間には定常波が発生していた。
これについて以下の問いに答えよ。

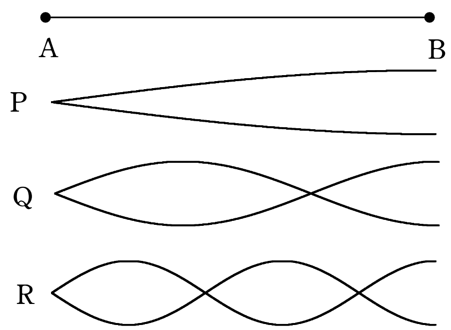


①　A端B端はそれぞれ定常波の腹か節か答えよ。
②　定常波の腹と隣の節の間隔は波長の何倍か
・　AB間で下のような定常波ができていたとする。



③　AB間に節、腹はそれぞれいくつあるか。
④　AB間の距離は$\frac{\lambda}{4}$の何倍か
⑤　AB間の距離Lをλを用いて表せ。
・　AB間に節がn個ある定常波ができていたとする。
⑥　腹は何個あるか
⑦　AB間は$\frac{\lambda}{4}$の何倍か
⑧　Lをn、λで表せ。

(2)　右図のようにA端で固定端反射しB端で自由端反射する媒質上で振動数を0から徐々に大きくしていきながら定常波が発生する振動数を調べた。AB間の距離はLで、波の速さは振動数に関係なくvである。
　振動数を徐々に高くしていくとf_0のとき、Pのような定常波が見られた。
以後、Q,Rのような振動数が観察された。
これについて以下の問いに答えよ。



・　Pについて
①　この定常波は何振動というか
②　この定常波の波長λ_0をLで表せ。
③　振動数f_0をv、Lで表せ。
・　Qについて
④　この定常波は何振動というか

解説

(1)　①　A端は固定端反射なので節　B端は自由端反射なので腹

②　$\frac{1}{4}$倍

③　腹、節それぞれ6個

④　11倍

⑤　$L=\frac{\lambda}{4}\times 11$　　これより、　$L=\frac{11}{4}\lambda$

⑥　腹の数と節の数は同じである。n個

⑦　この定常波を（<><><><）という風に表すと、（<）は節の数と同数あるのでn個。（>）は節の数より1個少ないので、$(n-1)$個である。あわせて$(2n-1)$個あることになる。よって、$(2n-1)$倍

⑧　$L=\frac{\lambda}{4}\times(2n-1)$　これより、$L=\frac{2n-1}{4}\lambda$

(2)　①　基本振動

②　ABは定常波の節と腹の間隔になる。節と腹の間隔は$\frac{\lambda_0}{4}$なので、$\frac{\lambda_0}{4}=L$
よって、$\lambda_0=4L$

③　$v=f\lambda$より、$f=\frac{v}{\lambda}$　よって、$f_0=\frac{v}{4L}$

④　3倍振動　⑤　$\frac{\lambda}{4}\times 3=L$　よって、$\lambda=\frac{4}{3}L$　⑥　$f=\frac{3v}{4L}$

⑦　③と比較して3倍（3倍振動とは振動数が3倍という意味である）

⑧　5倍振動　⑨　$\frac{\lambda}{4}\times 5=L$　よって、$\lambda=\frac{4}{5}L$　⑩　$f=\frac{5v}{4L}$

⑪　5倍

⑤　この定常波の波長をLで表せ。

⑥　振動数をv、Lで表せ。

⑦　この振動数はf_0の何倍か

・　Rについて

⑧　この定常波は何振動というか

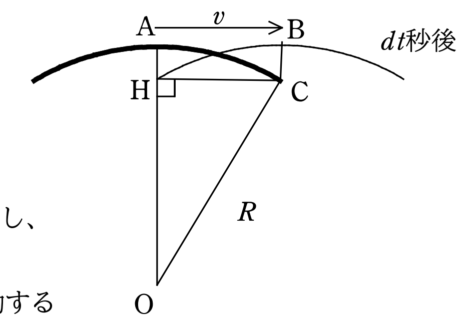
⑨　この定常波の波長をLで表せ。

⑩　振動数をv、Lで表せ。

⑪　この振動数はf_0の何倍か

103．弦の振動

(1)　右図は弦を伝わる横波を表している。ある時刻の弦は円弧ACであり、そこからdt（微小時間）後の位置を円弧BHとする。この弦は半径Rの円弧を描いているとし、この瞬間の中心をOとする。



弦の振動は波形が右に移動するA点の媒質は単振動しており、dt後にはA点はH点に移動しているものとする。これについて以下の問いに答えよ。

①　AB間の距離をv、dtで表せ。

②　HCの距離をv、dtで表せ。

③　AOはいくらかRで表せ。

・　A点の媒質は一定の加速度aで下向きに加速しているとする。

④　A点の媒質のこの瞬間の下向きの速さはいくらか

⑤　加速度aでdt秒間下がるとその距離（AH）はいくらになるか。a、dtで表せ。

⑥　OHはいくらになるかR、a、dtで表せ。

⑦　△OCHは直角三角形である。辺OC、CH、OHの間にどのような関係が成り立っているか

⑧　⑦の関係を用いてa,v,dt,Rの間に成り立つ関係式を求めよ。

⑨　⑧においてdtは微小量なので、dt^2の項は無視できるものとする。

解説

(1)　①　vdt　②　vdt　③　R　④　弦の接線方向に動いているので0

⑤　$s=v_0t+\frac{1}{2}at^2$より、$\frac{1}{2}adt^2$　　⑥　$R-\frac{1}{2}adt^2$

⑦　三平方の定理により　$OC^2=OH^2+HC^2$

⑧　⑦に②③⑥を代入すると

$$R^2=\left(R-\frac{1}{2}adt^2\right)^2+(vdt)^2$$

$$R^2=R^2-Radt^2+\frac{1}{4}a^2dt^4+v^2dt^2$$

$$Radt^2=\frac{1}{4}a^2dt^4+v^2dt^2$$

$$Ra=\frac{1}{4}a^2dt^2+v^2$$

⑨　$\frac{1}{4}a^2dt^2$の項は無視できるので、$Ra=v^2$

よって、　$a=\frac{v^2}{R}$

⑩　四角形ACBOの内角の和は360°である。内角に直角が二つあるので∠AOB＋∠ACB＝180°となり、　$\angle ACD=\theta$

⑪　力ベクトルは同じなので$\alpha=\theta$となる。

⑫　三角形の相似より　$T:F=R:ds$

よって、　$F=\frac{Tds}{R}$

⑬　長さがdsなので、質量は　ρds

⑭　$F=ma$より、　$\frac{Tds}{R}=\rho ds\times\frac{v^2}{R}$

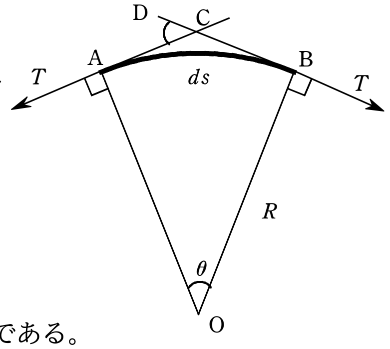
⑮　⑭式を解くと

$$v=\sqrt{\frac{T}{\rho}}$$

(2)　①　B端は固定されているので固定端である。A端は電磁音さに繋がっているので良く動くから自由端と考えがちであるが、電磁音さは左右に振動する。しかし、弦の

⑧式を簡略化し、加速度aをv,Rで表せ。

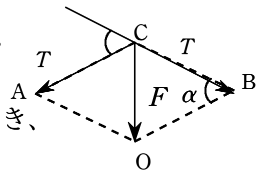
・ 右図は弦の微小な長さds部分に作用する張力Tを図示したものであり、下図はその力ベクトルの始点をあわせた図である。Fが張力の合力であり、微小な弦はこの力で加速される。Oを円の中心として∠AOB$=\theta$とする。



⑩　∠ACDはいくらか

⑪　下図の角αはいくらか

⑫　dsは微小であるため角θは限りなく0に近い値である。この場合dsの円弧は直線と考えても差し支えない。上図の扇形OABと下図の△OBCは相似と考えてよい。これを利用し、FをT、R、dsで表わせ。

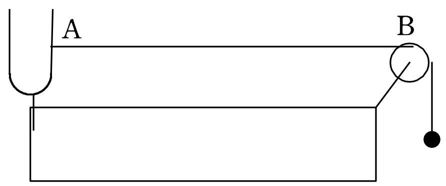


⑬　この弦の線密度（弦1mあたりの質量）をρとするとき、微小弦ABの質量はいくらになるか。

⑭　⑨⑫⑬より、この微小弦の運動方程式を立てよ。

⑮　横波が弦を伝わる速さvをT、ρで表わせ。

⑵　右図は台の上に周波数が変えられる電磁音さと滑車を用意しおもりをつけた弦を張った。弦の線密度はρで張力はTであった。弦を伝わる波の速さvは$v=\sqrt{\dfrac{T}{\rho}}$で表されるとして以下の問いに答えよ。



①　A端B端は固定端か自由端か

②　右端につるすおもりを4倍にした。弦を伝わる波の速さは何倍になるか。

③　おもりを元の質量に戻して、弦の線密度を4倍にした。弦を伝わる波の速さは何倍になるか。

④　おもりを元の質量にして、同じ材質で断面の直径が2倍の弦を使った。減を伝わる波の速さは何倍になるか。

⑶　⑵のような実験装置で弦の線密度をρ、つるすおもりの質量をm、AB間の長さをLとした。このとき、電磁音さの振動数を0から徐々に高くしていったところある振動数のところで基本振動の定常波が生じた。重力加速度の大きさをgとして以下の問いに答えよ。

①　おもりに作用する重力の大きさはいくらか。

②　弦がおもりを引く張力の大きさはいくらか

③　この弦を伝わる波の速さはいくらか

④　基本振動が生じているとき、弦を伝わる波の波長はいくらか

⑤　基本振動を生じさせる電磁音さの振動数を求めよ。

・ 電磁音さの振動数を上げていくと2倍振動の定常波が発生した。

横波は縦に振動するのである。縦方向には固定されているのとになるので、A端も固定端となる。

②　おもりを4倍にすると、張力が4倍になる。$v=\sqrt{\dfrac{T}{\rho}}$より、波の速さは張力の平方根に比例するので、張力が4倍になれば波の速さはその平方根の2倍となる。

③　$v=\sqrt{\dfrac{T}{\rho}}$より、波の速さは線密度の平方根に反比例する。線密度が4倍になれば波の速さは平方根に反比例するので、$\dfrac{1}{2}$となる。

④　太さが２倍ということは断面積が４倍であり、線密度も４倍となる。よって、波の速さは$\dfrac{1}{2}$になる。

⑶　①　mg　②　mg　③　$v=\sqrt{\dfrac{T}{\rho}}$より、$v=\sqrt{\dfrac{mg}{\rho}}$

④　弦の長さがLであり、定常波の節間隔が$\dfrac{\lambda}{2}$なので、$L=\dfrac{\lambda}{2}$。よって、$\lambda=2L$

⑤　$v=f\lambda$より、$f=\dfrac{v}{\lambda}=\dfrac{1}{2L}\sqrt{\dfrac{mg}{\rho}}$

⑥　2倍振動は振動数が2倍であるから⑤を2倍すればよい。$\dfrac{1}{L}\sqrt{\dfrac{mg}{\rho}}$

⑦　⑥と同様にして$\dfrac{n}{2L}\sqrt{\dfrac{mg}{\rho}}$

⑧　2倍振動では節と節の間隔が基本振動の半分になっているので基本振動になったら波長は2倍になったことになる。

⑨　$v=f\lambda$において、fが一定であるからvとλは正比例することになる。波長が2倍になるので、波の速さも2倍になる。

⑩　$v=\sqrt{\dfrac{T}{\rho}}$より、vが2倍になるので、ρは一定だから張力が4倍にならなければならない。よっておもりの質量は4倍。　$4m$

⑪　定常波が2倍振動から3倍振動になったので、節と節の間隔は2倍振動の$\dfrac{2}{3}$になっている。よって波長は$\dfrac{2}{3}$倍

⑫　$v=f\lambda$より、fが一定であるからvとλは正比例することになる。波長が$\dfrac{2}{3}$倍になるので、波の速さも$\dfrac{2}{3}$倍

⑬　$v=\sqrt{\dfrac{T}{\rho}}$より、vが$\dfrac{2}{3}$倍になり、張力が一定なので、線密度が$\dfrac{9}{4}$倍になる。

⑥　このときの電磁音さの振動数はいくらか

- 電磁音さの振動数を上げていくとn倍振動の定常波が発生した。

⑦　このときの電磁音さの振動数はいくらか

- 電磁音さが2倍振動している状態に振動数を固定してから、おもりを取り替えると基本振動になった。

⑧　弦を伝わる波の波長は何倍になったか。

⑨　波の速さは何倍になったか。

⑩　取り替えたおもりの質量はいくらか

- 電磁音さの振動数はそのままで、おもりを元に戻し、太い弦に変えたところ3倍振動の定常波が生じた。

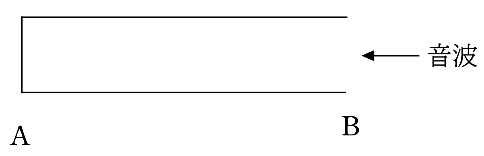
⑪　弦を伝わる波の波長は何倍になったか。

⑫　波の速さは何倍になったか。

⑬　取り替えた弦の線密度はいくらか。

104．気柱の共鳴

(1)　図のような奥が閉じられている管（閉管）に管口から音を入れた。この音の動きについて以下の問いに答えよ。



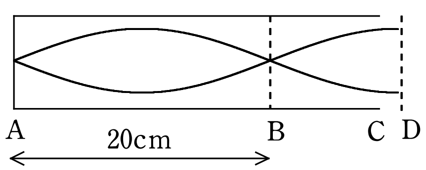
①　管の奥Aで音は跳ね返される。ここで音は固定端反射をしているのか、自由端反射をしているのか答えよ。

②　音波は四方へ広がる性質がある。図の音波も左右に伝わると同時に上下にも伝わろうとしているが、上下方向は狭くて伝わることができない。Aで跳ね返った波が上下に振動できるようになる場所はどこか。（Bより左　・　B端　・　Bより右）の中から選べ。

③　B端近くで音は反射するが、その反射は固定端か自由端か答えよ。また、その反射する場所はB端よりどちらにずれているか。

④　管の中にはどのような波が生じているか答えよ。

(2)　右図のように管の長さ（AC）が28cmの閉管がある。この中に音波を入れることにより図のような定常波を生じさせた。節の位置をB自由端反射している位置をDとする。AB間が20cmであった。これについて以下の問いに答えよ。



①　この音波の波長はいくらか

②　BD間は何cmか

（解説）

(1)　①　Aは固定端反射

②　B端はまだ縦方向に動けない。Bより右で初めて上下に振動できる。　Bより右

③　B周辺で自由端反射するが、縦方向の振動が自由になったところで反射する。B端はまだ縦方向に動けない。よって、Bより少し右で自由端反射

④　定常波

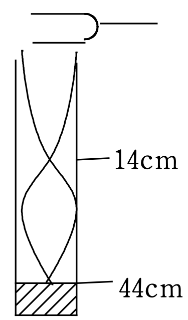
(2)　①　AB間は節と節の間隔なので$\frac{\lambda}{2}$。$\frac{\lambda}{2}=20\text{cm}$　よって、$\lambda=40\text{cm}$

②　BD間は節と腹の間隔なので$\frac{\lambda}{4}=\frac{40}{4}=10\text{cm}$

③　AC間が28cmなので、BC間は8cmとなる。CD＝BD－BC＝10－8＝2cm

(3)

①　気柱管の中は右図のような定常波が発生している。定常波の節と節の間隔は波長の半分であるから、30cmが波長の半分となる。よって、波長は60cm



②　節と腹の間隔は波長の$\frac{1}{4}$である。最初の節と自由端反射する場所との距離は15cmとなる。ところが、管口から節までの距離が14cmとなっているので、管口と自由端反射する位置が1cmずれている。よって管口端補正は1cm

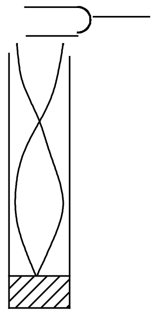
③　音速が330m/sであるので、

$$f=\frac{v}{\lambda}=\frac{330}{0.6}=550\text{Hz}$$

④　水面が定常波の節になる位置で共鳴が起こる。$\frac{\lambda}{2}=30\text{cm}$下ということになるので、44＋30＝74cm

③　CD間は何cmか。（CD間を管口端補正という。）

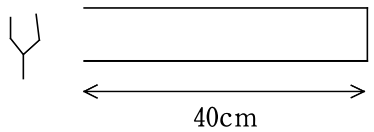
(3)　右図のような気柱管を利用して共鳴実験を行った。
最上端から水位を徐々に下げていくと、上端より14cmのところで最初の共鳴が起こり、44cmのところで2回目の共鳴が起こった。音速を330m/sとして、以下の問いに答えよ。



①　この音の波長はいくらか
②　開口端補正はいくらか
③　この音さの振動数はいくらか
④　次の共鳴が起こる位置は上端から何cmのところか

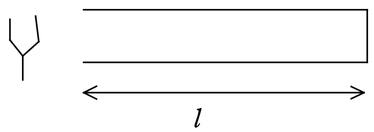
(4)　上の実験装置で第1回目の共鳴が上端よりl_1のところで起こり、第2回目の共鳴が上端よりl_2のところで起こった。
音速をvとして、以下の問いに答えよ。
①　この音の波長はいくらか
②　開口端補正はいくらか
③　この音さの振動数はいくらか
④　次の共鳴が起こる位置l_3は上端からいくらのところか
⑤　n回目の共鳴が起こる位置l_nは上端からいくらの位置か

(5)　右図のように長さ40cmの閉管に振動数を自由にかえることのできる音さを近づけていろいろな振動数で鳴らした。振動数を低いほうから徐々に高くしていくと200Hzのところで最初の共鳴が起こった。開口端補正は2cmであるとして以下の問いに答えよ。



①　200Hzの音の波長はいくらか
②　音速はいくらか
③　2回目の共鳴は何Hzのときに起こるか
④　2回目の共鳴が起こっているとき、音の節は管底より何cmのところにあるか。

(6)　右図のように長さlの閉管に振動数を自由にかえることのできる音さを近づけていろいろな振動数で鳴らした。開口端補正はs、音速をVとして以下の問いに答えよ。



①　固定端反射しているところと自由端反射しているところの距離をl,sで表せ。
②　基本振動が起こるときの波長をl,sで表せ。
③　基本振動が起こるときの音さの振動数をl,s,Vで表せ。
④　3倍振動が起こるときの波長をl,sで表せ。
⑤　3倍振動が起こっているときの音さの振動数をl,s,Vで表せ。
⑥　$(2n-1)$倍振動が起こっているときの音波の波長をn,l,sで表せ。
⑦　$(2n-1)$倍振動が起こっているときの音さの振動数をn,l,s,Vで表せ。

(4)

①　$\dfrac{\lambda}{2}=l_2-l_1$　これより、　$\lambda=2(l_2-l_1)$

②　$\dfrac{\lambda}{4}$とl_1の差が管口端補正なので、$\dfrac{\lambda}{4}-l_1=\dfrac{1}{2}(l_1-l_2)-l_1=\dfrac{l_2-3l_1}{2}$

③　$v=f\lambda$より、$f=\dfrac{v}{\lambda}=\dfrac{v}{2(l_2-l_1)}$

④　l_2より$\dfrac{\lambda}{2}$下なので、$l_2+\dfrac{\lambda}{2}=2l_2-l_1$

⑤　ひとつ下がるごとに$\dfrac{\lambda}{2}=l_2-l_1$加えればよい。よって、

$l_1+(n-1)(l_2-l_1)=(n-1)l_2-(n-2)l_1$

(5)

①　開口端補正が2cmであるので、音が自由端反射しているところまで、
40＋2＝42cm
となる。この長さが$\dfrac{\lambda}{4}$なので、波長は168cmとなる。

②　$v=f\lambda$より、$v=200\times1.68\text{m}=336\text{m/s}$

③　2回目の共鳴は３倍振動であるので200×3＝600Hzでおこる。

④　3倍振動の波長は基本振動の波長168cmの$\dfrac{1}{3}$なので、56cmである。

管底から節までの距離は$\dfrac{\lambda}{2}$なので、管底から28cmの位置となる。

(6)　①　管の底の固定端反射しているところと、管口近くの自由端反射しているところの距離は　$l+s$　である。

②　基本振動の場合①の距離が$\dfrac{\lambda}{4}$なので、$\dfrac{\lambda}{4}=l+s$　よって、　$\lambda=4(l+s)$

③　$v=f\lambda$　より、　$f=\dfrac{V}{4(l+s)}$

④　3倍振動のときは①の距離が$\dfrac{\lambda}{4}\times3$なので、$\dfrac{3\lambda}{4}=l+s$　よって、$\lambda=\dfrac{4}{3}(l+s)$

⑤　$v=f\lambda$　より、　$f=\dfrac{3V}{4(l+s)}$

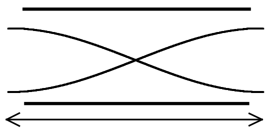
⑥　$(2n-1)$倍振動のときは①の距離が$\dfrac{\lambda}{4}\times(2n-1)$なので、$\dfrac{(2n-1)\lambda}{4}=l+s$

よって、$\lambda=\dfrac{4}{2n-1}(l+s)$

⑦　$v=f\lambda$　より、　$f=\dfrac{(2n-1)V}{4(l+s)}$

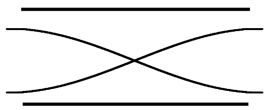
105．開管の共鳴

(1)　長さ28cmの開管内に音を通したとき、右図のような定常波が発生した。音波が自由端反射しているところの間隔は30cmであった。両端の自由端反射しているところの管口端補正は等しく、音速は330m/sとして以下の問いに答えよ。



①　管口端補正は何cmか
②　この定常波の腹と腹の間隔は何cmか
③　この音波の波長は何cmか
④　この音の振動数は何Hzか

(2)　右図のような長さlの開管があり、開管内に定常波ができたときの管口端補正は両端ともsであった。音速をVとして以下の問いに答えよ。



①　両端の自由端反射する位置は距離でどれだけ離れているか。l,sで答えよ。
②　基本振動が起こっているとき、腹と腹の間隔はいくらか。l,sで答えよ。
③　基本振動における定常波の波長はいくらか。l,sで答えよ。
④　基本振動の音波の振動数はいくらか。V,l,sで答えよ。
⑤　2倍振動しているときの音波の波長はいくらか。l,sで答えよ。
⑥　2倍振動しているときの音波の振動数はいくらか。V,l,sで答えよ。
⑦　n倍振動しているときの音波の波長はいくらか。n,l,sで答えよ。
⑧　n倍振動しているときの音波の振動数はいくらか。V,l,sで答えよ。

解説

(1)　①　自由端反射しているところと管の長さの差は30－28＝2cmである。管口端補正は左右に同じだけあるので、2cm÷2＝1cm
②　図より30cm
③　腹と腹の間隔は$\frac{\lambda}{2}$なので、$\frac{\lambda}{2}=30$　よって、$\lambda=60$cm
④　60cm＝0.6m　　$f=\frac{v}{\lambda}=\frac{330}{0.6}=550$Hz

(2)　①　管口端補正は両端にあるので、$l+2s$
②　$l+2s$
③　定常波の腹と腹の間隔は$\frac{\lambda}{2}$なので、$\frac{\lambda}{2}=l+2s$　よって、$\lambda=2(l+2s)$
④　$f=\frac{v}{\lambda}=\frac{V}{2(l+2s)}$
⑤　2倍振動においては自由端どおしの間隔は$\frac{\lambda}{2}\times 2$なので、$\frac{\lambda}{2}\times 2=l+2s$
よって、$\lambda=l+2s$
⑥　$f=\frac{v}{\lambda}=\frac{V}{l+2s}$
⑦　n倍振動においては自由端どおしの間隔は$\frac{\lambda}{2}\times n$なので、$\frac{\lambda}{2}\times n=l+2s$
よって、$\lambda=\frac{2(l+2s)}{n}$
⑧　$f=\frac{v}{\lambda}=\frac{nV}{2(l+2s)}$