

仕事とエネルギー基礎問題

49. エネルギーとは

- (1) エネルギーとは物体を動かす能力のことをいう。物体が動き出す能力を持っていれば、エネルギーがあると考えてよい。次の物体はエネルギーがあるといえるかいえぬか
- ① 机の上に置かれたノート
 - ② 空中にあるボール
 - ③ 引き伸ばされたばねの一端を固定し、他端に取り付けられたおもり
 - ④ 電気
 - ⑤ 光
 - ⑥ 熱
 - ⑦ 風
 - ⑧ 動いている物体
- (2) 物体自身を動かすエネルギーを力学的エネルギー、物体内部に含まれるエネルギーを内部エネルギーと呼んでいるが、すべてのエネルギーを考える時、次の場合はエネルギーがあるかないか、判断せよ。ただし、「すべての物質は反物質と呼ばれている物質と反応させればすべて光になる」、「まったく何も存在しない真空にもエネルギーの存在が知られている」この事実を必要なら使うこと。
- ① 空中にあるノート
 - ② 地上に落下後のノート
 - ③ 火をつけて燃やした後の灰
- (3) すべての種類のエネルギーが明らかに存在しないというものがあれば挙げよ。

50. エネルギーの増減

エネルギー量が0の状態がはっきりしないので、物体が持つエネルギーの差を考えることにする。

- (1) 次の場合はどちらのエネルギーが大きいといえるか
- ① 机の上にあるノートと、机上1mにあるノート
 - ② 机上1mにあるノートと机上2mにあるノート
 - ③ 静止している物体と10m/sで動いている同じ物体
 - ④ 10m/sで動いている物体と20m/sで動いている物体
- (2) ノート1冊が1mの高さにあるときのエネルギー量を1とした時、次の場合エネルギー量はいくらか。内部エネルギーはないもの（机上に物体がある場合がエネルギー0）と

解説

- (1)
- ① ノートはいつまでたっても動き出さない。よって エネルギーはない
<注> ノートは火をつけると燃え出し、そのとき発生する熱で空気の対流を起すことができる。ノート自身はエネルギーを持っているのであるが、火をつけるという操作をしなければこのエネルギーは出てこない。このエネルギーを内部エネルギーと呼んでいるがここでは、このエネルギーについては考えないことにする。ここで考えている物体自身を動かすエネルギーを力学的エネルギーという。
 - ② 空中のボールはたちまち落下する。動き出す能力があるのでエネルギーがある。
 - ③ ばねが縮む時におもりが動き始めるのでエネルギーがある。
 - ④ 電気でモーターなどを回せるのでエネルギーがある。
 - ⑤ 光が当たることにより太陽電池で電気が起せる。電気はモーターを回せるので、光はエネルギーを持つ
 - ⑥ 物体に熱が加わると膨張する時に物体が動く。よって熱はエネルギーを持つ
 - ⑦ 風は風車を回すことができる。よって、風はエネルギーを持つ
 - ⑧ 動いている物体は他の物体に衝突することにより他の物体を動かすことができる。よって、エネルギーを持つ。
- (2)
- ① 空中にあるノートは落下によって動き出すことが可能であるので、エネルギーがある。
 - ② 地上のノートは火をつければ熱を出す。熱は空気を膨張させることにより、他の物体を動かすことができるのでエネルギーがある。
 - ③ 灰と反応する化学物質を混ぜれば、さらに熱が出る。反物質と呼ばれている物質と反応させるとすべて光になることが知られている。よって、エネルギーはある。光になって消滅した後も、その位置には電磁波などが存在して、まだエネルギーが存在している。真空にも真空エネルギーがあるといわれている。
 - ③ すべての物体にはエネルギーが存在し、真空すらエネルギーがあるといわれている。明らかにエネルギーが0であるとはっきり言えるものはない。

解説

- (1) ① 机上1mにあるノート
② 机上2mにあるノート
③ 10m/sで動いている物体
④ 20m/sで動いている物体
- (2) ① 高さが2倍なので、エネルギー量も2倍 よって、2
② ノートが2倍になっているのでエネルギー量も2倍 よって 2
③ ノートが3倍、高さが2倍になっているのでエネルギー量は6倍 よって 6
- (3) (2)と同じ答えである。
① 2 ② 2 ③ 6

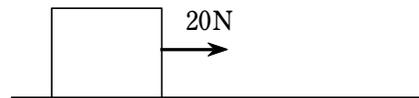
仕事とエネルギー基礎問題

考えて答えよ。

- ① ノート1冊が2mの高さにある。
 ② ノート2冊が1mの高さにある。
 ③ ノート3冊が2mの高さにある。
- (3) ノート1冊が1mの高さにあるときのエネルギー量は机上有る時よりもエネルギー量が1だけ多いとした時、次の場合のエネルギー量は机上有る時よりもいくらか多いか。
 ① ノート1冊が2mの高さにある。
 ② ノート2冊が1mの高さにある。
 ③ ノート3冊が2mの高さにある。
- (4) エネルギー量の差は重さ(力)と高さ(距離)の積に比例しているため、力(N)と距離(m)の積でエネルギー量の差を表わすことができる。単位は[J]である。次のエネルギーの差はいくらか。この力と距離の積を仕事という。
 ① 重さ1Nの物体が1mの高さにあるとき、地上にあるときよりもエネルギーがいくらか多いか。
 ② 重さ2Nの物体が1mの高さにあるとき、地上にあるときよりもエネルギーがいくらか多いか。
 ③ 重さ1Nの物体が3mの高さにあるとき、地上にあるときよりもエネルギーがいくらか多いか。
 ④ 重さ4Nの物体が5mの高さにあるとき、地上にあるときよりもエネルギーがいくらか多いか。
 ⑤ 重さ F の物体が距離 s の高さにあるとき、地上にあるときよりもエネルギーがいくらか多いか。

51. 仕事の意味

- (1) 右図のように滑らかな水平面上で質量10kgの物体に20Nの一定の力を加えて、静止していたこの物体を2秒間水平に動かした。動かす前にこの物体が持っていたエネルギーを0とする。



このことに関して以下の問いに答えよ。

- ① この物体の加速度はいくらか
 ② この物体の2秒後の速さはいくらか
 ③ 動き始めてからの2秒間の平均の速さはいくらか
 ④ この物体が2秒間に動いた距離は何mか
 ⑤ この20Nの力のした仕事はいくらか
 ⑥ この物体の持つエネルギーはいくらになったといえるか

- (4) ① $1\text{N} \times 1\text{m} = 1\text{J}$ ② $2\text{N} \times 1\text{m} = 2\text{J}$ ③ $1\text{N} \times 3\text{m} = 3\text{J}$ ④ $4\text{N} \times 5\text{m} = 20\text{J}$
 ⑤ Fs

解説

- (1) ① 20N で 10kg なので、 $F=ma$ より 2m/s^2
 ② 2m/s^2 で2秒間加速したのであるから $2 \times 2 = 4\text{m/s}$
 ③ 最初が0で2秒後が 4m/s であるから、平均の速さは $\frac{0+4}{2} = 2\text{m/s}$
 ④ 平均の速さ 2m/s で2秒間移動したので、 $2 \times 2 = 4\text{m}$
 ⑤ $W=Fs$ より、 20N で 4m 移動しているので $20 \times 4 = 80\text{J}$
 ⑥ この物体は 4m/s で動いているので、エネルギーを持っている。そのエネルギーは 80J
 「動いている物体の持つエネルギーを運動エネルギーという」
 ⑦ ①と同じ 2m/s^2 である。方向は左向き
 ⑧ 4m/s なので2秒後に静止する。(加速度は1秒間の速度変化)
 ⑨ 平均の速さは $\frac{4+0}{2} = 2\text{m/s}$ なので、 $2\text{m/s} \times 2\text{s} = 4\text{m}$
 ⑩ 20N で 4m 動いたので 80J の仕事である。
 ⑪ 動いていた物体が静止したのでエネルギーが0になった。 80J あったエネルギーが0になったために、 80J 減少したことになる。(仕事分だけ減少している)

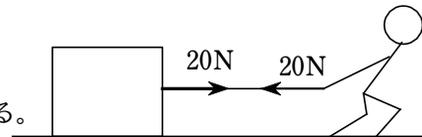
仕事とエネルギー基礎問題

20Nの力を2秒間加えた物体に次に左向きの力を加えて減速させた。

- ⑦ この物体の加速度の大きさ及び方向はいくらか
 ⑧ この物体は何秒間で静止するか
 ⑨ この物体が静止するまでに動いた距離はいくらか
 ⑩ 20Nの力がした仕事の大きさ(絶対値)はいくらか
 ⑪ この物体が静止したときのエネルギーを0とした時、この物体の持つエネルギーはいくら減少したことになるか。
 ⑫ 物体の動く方向に力を加えた場合とその逆方向に力を加えた場合物体の持つエネルギーはそれぞれ増加するか減少するか。

(2) 物体の動く方向と同じ方向に力を加えると物体のエネルギーは仕事の分だけ増加し、逆方向に力を加えると仕事の分だけエネルギーは減少する。右図はある人がある物体に20Nの力を加えて4m右方向に動かした時のものである。この図を見ながら以下の問いに答えよ。

- ① この物体には動く方向と同じ方向に力が加わっている。この物体のエネルギーはいくら増加したか
 ② 人には動く方向と逆方向に力が加わっている。この人の持つエネルギーはいくら減少したか
 ③ 人の持つエネルギーが減少した分、物体のエネルギーが増加している。このことから、この仕事によりエネルギーはどうなったと考えられるか。

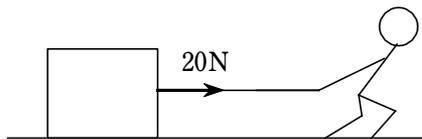


- (3) 仕事とはエネルギーの移動を意味している。次の仕事の場合、エネルギーはどこからどこへいくら移動したことになるか
 ① 人が物体を20Nの力で10m引張った。
 ② 物体が10Nの重力で2m落下した。(地球が10Nの力で物体を2m引張った。)
 ③ A君は20Nの力を加えて2m物体Bを持ち上げた。

52. 「仕事した」と「仕事された」の違い

(1) 人が物体を20Nの力で4m動かした場合、人は「仕事した」といい、物体は「仕事された」という。これについて以下の問いに答えよ。

- ① この人のした仕事はいくらか
 ② この人が放出したエネルギーはいくらか
 ③ この物体がされた仕事はいくらか
 ④ この物体がもらったエネルギーはいくらか



(2) 「右方向に2m動いた」ことを「左方向に-2m動いた」と言い換えることもできる。方向を逆にすれば符号を逆にすることで対応できるのである。これを利用して(1)の問題に対して以下の問いに答えよ。

- ① この人がもらったエネルギーはいくらか
 ② この人が「された仕事」はいくらか

⑫ 動く方向と同じ方向に力を加えた場合は仕事の分だけエネルギーが増加し、逆方向に力を加えた場合は仕事の分だけエネルギーが減少する。

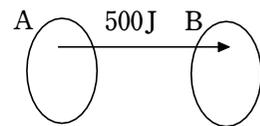
- (2) ① $20\text{N} \times 4\text{m} = 80\text{J}$ だけエネルギーが増加している。
 ② $20\text{N} \times 4\text{m} = 80\text{J}$ だけエネルギーが減少している。
 ③ 人のエネルギーが減少してその分物体のエネルギーが増えているので、エネルギーが人から物体に80J移動したといえる。
 (3) ① $20\text{N} \times 10\text{m} = 200\text{J}$ 。人から物体に200Jのエネルギーが移動した。
 ② $10\text{N} \times 2\text{m} = 20\text{J}$ 。地球から物体に20Jのエネルギーが移動した。
 ③ $20\text{N} \times 2\text{m} = 40\text{J}$ 。A君から物体Bに40Jのエネルギーが移動した。

解説

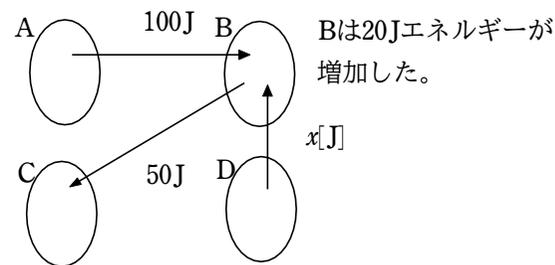
- (1) この場合はエネルギーが人から物体に80J移動している。人が仕事をして、物体は仕事されたという。
 ① 80J ② 80J ③ 80J ④ 80J
 (2) ① この人はエネルギーを80J放出しているので-80Jもらったことになる。
 ② 「された仕事」はもらったエネルギーである。-80J
 ③ 物体は80Jエネルギーをもらったので、-80J放出したことになる。
 ④ 「した仕事」とは放出したエネルギーなので-80J
 (3) ① 80J
 ② この人は80Jエネルギーを消費したのでその分減少した。80J
 ③ エネルギーが80J増加した。
 ④ この人のエネルギーが80J減少したので、この物体は80J増加したことになる。

仕事とエネルギー基礎問題

- ③ この物体が放出したエネルギーはいくらか
 ④ この物体が「した仕事」はいくらか
- (3) 「仕事をする」ということは「エネルギーを使う」こと。「仕事をされる」ということは「エネルギーをもらう」ことに言い換えることができる。(1)の場合について以下の問いに答えよ。
- ① この人はこの作業でいくらのエネルギーを消費したか。
 ② この人の持つエネルギーはいくら減少したか
 ③ この物体はいくらエネルギーが増加したか
 ④ この物体はいくらエネルギーを消費したか
- (4) A君は物体Bに20Nを物体Cに30Nの力をそれぞれ加え同時に10m運んだ。これについて以下の問いに答えよ。
- ① A君が物体Bにした仕事はいくらか
 ② A君が物体Cにした仕事はいくらか
 ③ A君がした仕事はいくらか
 ④ A君が出した20Nの力がした仕事はいくらか
 ⑤ A君が出した30Nの力がした仕事はいくらか
- (5) 仕事はエネルギーの流れとして捉えることができる。AがBに対して500Jの仕事をしたということは、AからBに500Jのエネルギーが流れたということである。図に描くと下の図のようになる。この図を見て、以下の問いに答えよ。



- ① Aがした仕事はいくらか
 ② Bがされた仕事はいくらか
 ③ Aがされた仕事はいくらか
 ④ Bがした仕事はいくらか
 ⑤ Aはいくらエネルギーが減少したか
 ⑥ Bのエネルギー増加量はいくらか
- (6) A、B、C、Dに関するエネルギーの流れ図を見て以下の問いに答えよ。

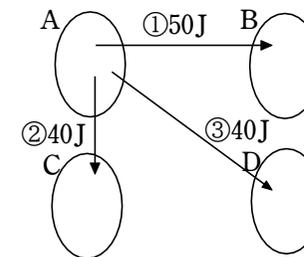


- ① AがBにした仕事はいくらか

-80J消費した。

- (4) ① $20\text{N} \times 10\text{m} = 200\text{J}$ ② $30\text{N} \times 10\text{m} = 300\text{J}$
 ③ A君はB,Cに対して同時に仕事をしている。 $200 + 300 = 500\text{J}$
 ④ ①と同じ200J ⑤ ②と同じ300J
 「人がした仕事」はその人が出した力すべてがした仕事を表わし、「力がした仕事」はその力のみがした仕事を表わしている。
- (5) ① 500J ② 500J ③ -500J ④ -500J ⑤ 500J ⑥ 500J
- (6) ① 100J ② -50J
 ③ BはAより100J受け取りCに50J出した。更にDからx[J]受け取ったら20J全体として増えたのであるから、
 $100 - 50 + x = 20$ となり、 $x = -30\text{J}$ となる。
 (BからDに30J流れたことになる。)
- ④ -30J

(7)



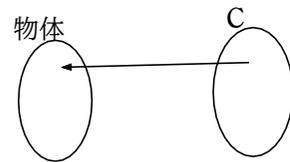
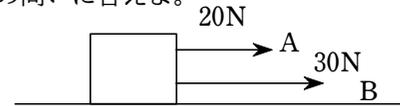
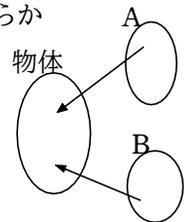
仕事とエネルギー基礎問題

- ② CがBにした仕事はいくらか
 - ③ Bのエネルギー量が20J増加した。DからBにいくらエネルギーが流れたか
 - ④ Dのした仕事はいくらか
- (7) A,B,C,Dに関してエネルギーの流れ図を描け
- ① AはBに対して50J仕事した。
 - ② CはAから40J仕事された。
 - ③ DはAに対して-40J仕事した。

53. 物体に複数の力が加わった場合

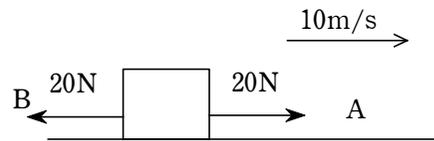
(1) 右の物体にA君は20N、B君は30Nの力を加え10m動かした。また、C君は50Nの力で同じ物体を10m動かした。これについて以下の問いに答えよ。

- ① A君のした仕事はいくらか
- ② B君のした仕事はいくらか
- ③ この物体の得たエネルギーはいくらか
- ④ C君のした仕事はいくらか
- ⑤ この物体がC君からもらったエネルギーはいくらか



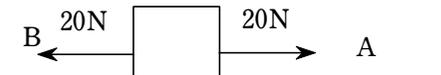
(2) 右向きに10m/sで移動している物体にA君が右向きに20Nの力を加え、B君が左向きに20Nの力を1秒間加えて右に移動した。これについて以下の問いに答えよ。

- ① A君のした仕事はいくらか
- ② 物体はA君からエネルギーをいくら受け取ったか
- ③ この物体の持っているエネルギーはこの間にどれだけ変化したか
(速度が変化していないことに注目せよ)
- ④ この物体はBによっていくらエネルギーを失ったか
- ⑤ Bはこの物体からいくらエネルギーを得たか
- ⑥ Bのした仕事はいくらか



(3) 右は静止している物体にAが右側からBが左側から同じ20Nの力を1秒間加えた。これについて以下の問いに答えよ。

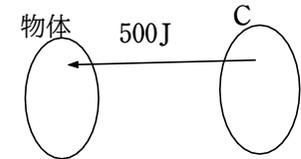
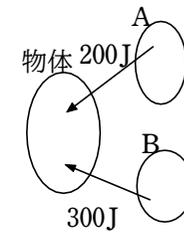
- ① Aがこの物体にした仕事はいくらか



解説

- (1) ① $20\text{N} \times 10\text{m} = 200\text{J}$ ② $30\text{N} \times 10\text{m} = 300\text{J}$
 ③ A,Bから仕事されてエネルギーをもらったので、 $200 + 300 = 500\text{J}$
 ④ $50 \times 10 = 500\text{J}$
 ⑤ 500J

仕事は下の図のようにエネルギーの流れとして考えると理解しやすい。

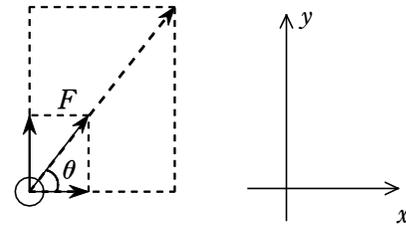


複数の力が物体にかかった場合、その力を合成して、仕事を計算しても同じ結果になる。

- (2) ① $20\text{N} \times 10\text{m} = 200\text{J}$ ② 200J ③ 変化しない
 ④ 物体はAから200Jのエネルギーをもらいながら、この物体のエネルギー量は増えていない。これはもらった分だけBに奪われたためと考えられる。200J
 ⑤ 物体が200Jエネルギーを失ったのであるからBは200Jエネルギーをもらったことになる。
 ⑥ 「した仕事」は失ったエネルギーであるから、この場合この物体は-200J失ったことになる。ので、Bは200J増加したことになる。よって、仕事は-200J
- (3) ① 0 ② 0
 力が加わっていても物体が動かなければ仕事は0である。
- (4) ① x 成分 = $F \cos \theta$ y 成分 = $F \sin \theta$
 ② $F = ma$ より $a = F$
 ③ 加速度が F なので、1秒後の速さは F である。平均の速さが $\frac{F}{2}$ なので、移動距離は $\frac{F}{2}$ となる。
 ④ 力 F で $\frac{F}{2}$ 動いたので、仕事は $\frac{F^2}{2}$

仕事とエネルギー基礎問題

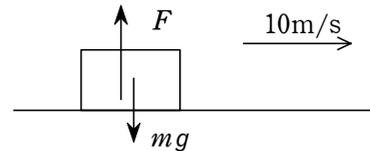
- ② Bがこの物体にした仕事はいくらか
 (4) ある静止している1kg物体にx軸から θ の方向に大きさ F の力1秒間加えて物体を動かした。これについて以下の問いに答えよ。



- ① この力のx成分とy成分をそれぞれ求めよ。
 ② この物体の加速度の大きさはいくらか
 ③ この物体は1秒間にいくら移動したか
 ④ この力がこの物体にした仕事はいくらか
 ⑤ この物体はx方向、y方向にどれだけ動いたか
 ⑥ x方向の力、y方向の力がそれぞれこの物体にした仕事はいくらか
 ⑦ ⑥の二つの仕事の和を求めよ
 ⑧ ④と⑦の仕事にはどのような関係があるか

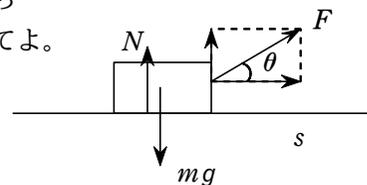
54. 力の方向と仕事

- (1) 水平方向に10m/sで動いている物体に、鉛直上向きに力 F を加えた。この物体には重力 mg が作用している。これに関して以下の問いに答えよ。



- ① 物体は水平方向に一定の速度で動いている。この物体にかかる F の大きさはいくらか
 ② この物体のエネルギー量は変化しているか
 ③ 力 F のした仕事はいくらか

- (2) 右図のようにある物体に水平方向より角度 θ 上方に大きさ F の力を加えて水平方向に s 動かした。この物体の重力は mg で垂直抗力を N とする。



- ① 力 F の水平成分と鉛直成分を求めよ
 ② この物体が水平方向に加速したことから判断して、鉛直方向のつりあいの式を立てよ。
 ③ 垂直抗力、重力、力 F の鉛直成分がした仕事をそれぞれ求めよ。
 ④ 力 F の水平成分がした仕事を求めよ。
 ⑤ 力 F がした仕事を求めよ。

数学公式 $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta$ を念頭において答えよ。

- ⑥ 力ベクトルを \vec{F} (大きさ $|\vec{F}| = F$)、変位ベクトルを \vec{s} (大きさ $|\vec{s}| = s$) とするとき、仕事をベクトルで表わせ。
 ⑦ 力と変位が同じ方向のとき ($\theta = 0^\circ$) のとき仕事はいくらか。 F, s で表わせ。
 ⑧ 力と変位が直角 ($\theta = 90^\circ$) のとき仕事はいくらか
 ⑨ 力と変位が逆方向 ($\theta = 180^\circ$) の時、仕事はいくらか。 F, s で表わせ。

- ⑤ 移動距離 $\frac{F}{2}$ はxより角度 θ の方向なので、x方向の移動距離は $\frac{F}{2} \cos \theta$ 、y方向の移動距離は $\frac{F}{2} \sin \theta$

⑥ x方向の仕事は $F \cos \theta \times \frac{F}{2} \cos \theta = \frac{F^2}{2} \cos^2 \theta$

y方向の仕事は $F \sin \theta \times \frac{F}{2} \sin \theta = \frac{F^2}{2} \sin^2 \theta$

⑦ $\frac{F^2}{2} \cos^2 \theta + \frac{F^2}{2} \sin^2 \theta = \frac{F^2}{2} (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) = \frac{F^2}{2}$

- ⑧ 一致している。

このことは力の方向に関係なく物体に作用している力のした仕事を全部加えればその物体がされた仕事を求めることができることを示している。

解説

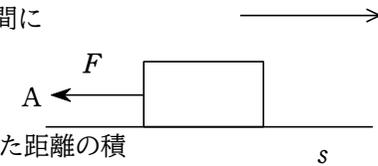
- (1) ① 速度一定であるので力は打ち消されている。 $F = mg$
 ② 速度一定であるからエネルギー量も一定である。
 ③ エネルギー量が増えていないので、仕事はしていない。 0J
 「移動方向と直角方向の力は仕事しない。」
 (2) ① 水平成分 $= F \cos \theta$ 鉛直成分 $= F \sin \theta$
 ② 鉛直方向の速度は変わらないので鉛直方向はつりあっている
 $N + F \sin \theta = mg$
 ③ 鉛直方向には動いていないので鉛直方向の力はすべて仕事していない。 0
 ④ $F \cos \theta \times s = F s \cos \theta$
 ⑤ 鉛直方向の仕事と水平方向の仕事を加えると良いが、鉛直方向が0なので、水平方向の仕事が力 F の仕事となる。 $F s \cos \theta$
 ⑥ $F s \cos \theta = |\vec{F}| |\vec{s}| \cos \theta = \vec{F} \cdot \vec{s}$
 仕事は力ベクトルと変位ベクトルの内積である。
 ⑦ $F s \cos \theta$ で $\theta = 0$ を代入して $W = F s$
 ⑧ $F s \cos \theta$ で $\theta = 90^\circ$ を代入して $W = 0$
 ⑨ $F s \cos \theta$ で $\theta = 180^\circ$ を代入して $W = -F s$
 (3) ① $F s$ ② 後ろから力がかかると遅くなるのでエネルギーは減少する
 ③ 物体の持つエネルギーが減少した分Aは増加している。
 ④ $F s$ ⑤ $F s$ 増加しているのだから消費量は $-F s$
 ⑥ 仕事とはエネルギーとは消費したエネルギーを表わしているので $-F s$
 「力と逆向きに動いた場合、その力がした仕事は負である。」

仕事とエネルギー基礎問題

(3) A君は右方向に動いている物体に動く方向と逆方向に力 F を加えた。力を加えている間に

この物体は s だけ右方向に移動した。

このことについて以下の問いに答えよ。

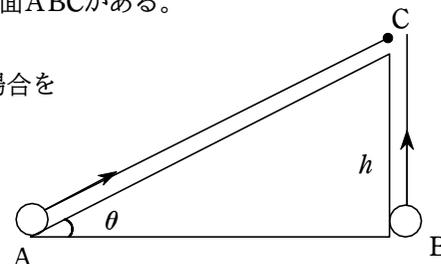


- ① この物体にかかる力の大きさと動いた距離の積はいくらか
- ② この物体のエネルギーは増加したか減少したか
- ③ Aの持つエネルギーは増加したか減少したか
- ④ Aが受け取ったエネルギーはいくらか
- ⑤ Aが消費したエネルギーはいくらか
- ⑥ Aがした仕事はいくらか

55. 仕事の原理

(1) 右図のように傾角 θ 、高さ $BC=h$ の斜面ABCがある。

この斜面の頂点AとBから同じ質量 m の物体をそれぞれひもで結び引き上げる場合を考える。重力加速度の大きさを g 、この斜面には摩擦はないものとして以下の問いに答えよ。



- ① 斜面ACの距離はいくらか h 、 θ で表わせ。
 - ② この物体に作用する重力の大きさはいくらか。 m, g で表わせ。
 - ・ Bから物体を持ち上げる場合
 - ③ 一定の速さで持ち上げる場合、張力の大きさはいくらか
 - ④ 張力のした仕事はいくらか
 - ⑤ 重力のした仕事はいくらか
 - ・ Aから物体を持ち上げる場合
 - ⑥ 重力を斜面方向成分と斜面に垂直方向成分に分解せよ。
 - ⑦ 一定の力でゆっくりと引き上げる場合、張力はいくらか
 - ⑧ 張力のした仕事はいくらか
 - ⑨ 重力のした仕事はいくらか
 - ⑩ Aから引き上げる場合とBから引き上げる場合の張力のした仕事にはどのような関係があるか
 - ⑪ Aから引き上げる場合とBから引き上げる場合の重力のした仕事にはどのような関係があるか
 - ⑫ 重力のした仕事と張力のした仕事にはどのような関係があるか
- (2) (1)の斜面において斜面ACに動摩擦係数 μ の摩擦がある場合Aから物体を引き上げる時以下の問いに答えよ。
- ① 物体が斜面から受ける垂直抗力の大きさはいくらか

解説

(1)

① $AC \sin \theta = h$ これより、 $AC = \frac{h}{\sin \theta}$ ② mg

③ 重力とつりあっているので mg

④ mgh ⑤ 動く方向と力の方向が逆なので、 $-mgh$

⑥ 図より 斜面に垂直成分 $mg \cos \theta$
水平成分 $mg \sin \theta$

⑦ 斜面方向成分 $mg \sin \theta$ とつりあう力なので、
 $mg \sin \theta$

⑧ $W = Fs = mg \sin \theta \times \frac{h}{\sin \theta} = mgh$

⑨ 斜面に垂直成分 $mg \cos \theta$ は仕事しないので、水平成分 $mg \sin \theta$ がした仕事と重力がした仕事となる。よって、 $-mg \sin \theta \times \frac{h}{\sin \theta} = -mgh$

⑩ 等しい。「摩擦がない場合仕事は経路によらず等しい」これを仕事の原理という。

⑪ 等しい。「重力のした仕事は高さのみによりその経路にはよらない」。一般化して「仕事は力の方向の距離にのみより経路にはよらない」と言える。

⑫ 逆符号で同じ大きさ

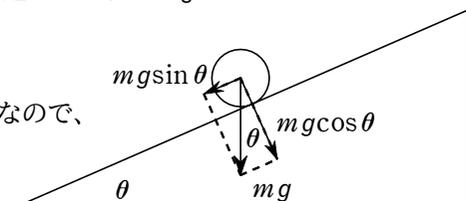
(2)

① (1)⑥ より、 $mg \cos \theta$ ② $F = \mu N = \mu mg \cos \theta$

③ 斜面下方向に動摩擦力 $\mu mg \cos \theta$ と水平成分 $mg \sin \theta$ が作用しているので、張力は $\mu mg \cos \theta + mg \sin \theta$

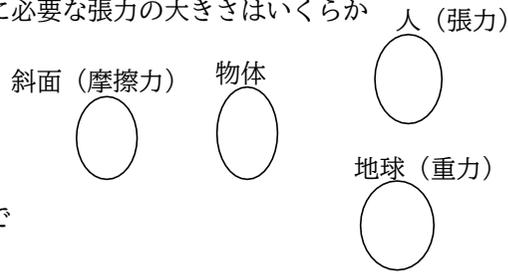
④ $W = Fs = (\mu mg \cos \theta + mg \sin \theta) \times \frac{h}{\sin \theta} = \frac{\mu mgh}{\tan \theta} + mgh$

⑤ (1)⑨ と同じ $-mgh$



仕事とエネルギー基礎問題

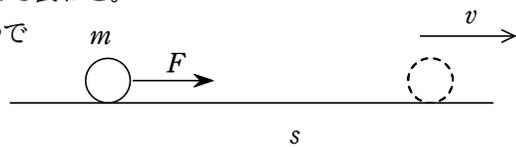
- ② 物体を引き上げる時作用している動摩擦力の大きさはいくらか
- ③ 一定の力でゆっくりと引き上げるのに必要な張力の大きさはいくらか
- ④ 張力のした仕事はいくらか
- ⑤ 重力のした仕事はいくらか
- ⑥ 動摩擦力のした仕事はいくらか
- ⑦ 右図にエネルギーの流れ図を書け
- ⑧ 斜面に摩擦がある場合とない場合で張力のした仕事はどのように異なるか。



56. 運動エネルギー

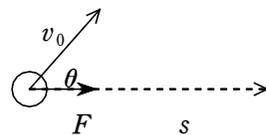
(1) A君が滑らかな水平面に静止している質量 m の物体に力 F を加えて加速し距離 s だけ動かしたところで物体の速度は v になっていた。これに関して以下の問いに答えよ。

- ① この物体の加速度の大きさを F, m で表わせ。
- ② 加速した時間はいくらか。 F, m, v で表わせ。
- ③ 平均の速さはいくらか v で表わせ。
- ④ 移動距離 s を F, m, v で表わせ。
- ⑤ A君がこの物体にした仕事はいくらか。 F, s で表せ。
- ⑥ 力 F による仕事でこの物体が得たエネルギーはいくらか。 m, v で表わせ。
- ⑦ 速度 v になった時この物体が持つ運動エネルギーはいくらか



(2) 右図のように初速 v_0 で水平より

θ の方向に動いている物体に水平方向に一定の力 F を加え力の方向に距離 s 動かした。物体の質量を m として以下の問いに答えよ。

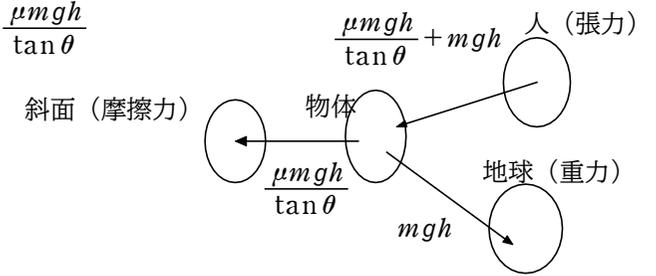


必要により $v^2 - v_0^2 = 2as$ の公式を使い

- ① 初速度の水平成分と鉛直成分はそれぞれいくらか
 - ② この物体の水平方向の加速度の大きさはいくらか
 - ③ この力によって s 動いた後の水平方向の速度はいくらか
 - ④ この力によって s 動いた後の物体の速さはいくらか
 - ⑤ この力によって s 動いた後の物体のもつ運動エネルギーはいくらか
 - ⑥ 運動エネルギーはこの力 F によっていくらか増加したか
 - ⑦ この力 F はこの物体にいくらか仕事したか
 - ⑧ 初速度の方向 θ は運動エネルギーの増加に関係しているか、いないか答えよ。
- (3) 高さ h のビルの屋上から初速度 v_0 で質量 m のボールを水平より角度 θ の方向に投げた。これについて以下の問いに答えよ。ただし重力加速度の大きさを g とする。
- ① このボールの初速度が持つ運動エネルギーはいくらか
 - ② このボールに作用する重力の大きさはいくらか

⑥ $-\mu mg \cos \theta \times \frac{h}{\sin \theta} = -\frac{\mu mgh}{\tan \theta}$

⑦



⑧ 摩擦力のした仕事の分だけ増える。

解説

(1)

- ① $F = ma$ より、 $a = \frac{F}{m}$
- ② 加速度 $\frac{F}{m}$ は1秒間の速度変化なので速度が v になるまでの時間は、 $\frac{v}{a} = \frac{v}{\frac{F}{m}} = \frac{mv}{F}$
- ③ 最初の速さが0で、最後が v なので、平均は $\frac{0+v}{2} = \frac{v}{2}$
- ④ 移動距離 $s = \text{平均の速さ} \times \text{時間} = \frac{v}{2} \times \frac{mv}{F} = \frac{mv^2}{2F}$
- ⑤ Fs
- ⑥ この物体が得たエネルギーは力 F がした仕事なので、 Fs

$$Fs = F \times \frac{mv^2}{2F} = \frac{1}{2}mv^2$$

⑦ ⑤が運動エネルギーである $\frac{1}{2}mv^2$

(2)

- ① 初速度の水平成分 $= v_0 \cos \theta$ 鉛直成分 $= v_0 \sin \theta$
- ② $F = ma$ より $a = \frac{F}{m}$

③ 公式 $v^2 - v_0^2 = 2as$ より $v^2 - v_0^2 \cos^2 \theta = \frac{2Fs}{m}$

$$v = \sqrt{v_0^2 \cos^2 \theta + \frac{2Fs}{m}}$$

④ 鉛直成分が $v_0 \sin \theta$ であるから水平方向成分との三平方の定理より

$$(v_0 \sin \theta)^2 + \left(\sqrt{v_0^2 \cos^2 \theta + \frac{2Fs}{m}} \right)^2 = v_0^2 + \frac{2Fs}{m}$$

よって、 $\sqrt{v_0^2 + \frac{2Fs}{m}}$

⑤ 運動エネルギーは $\frac{1}{2}mv^2$ なので、

仕事とエネルギー基礎問題

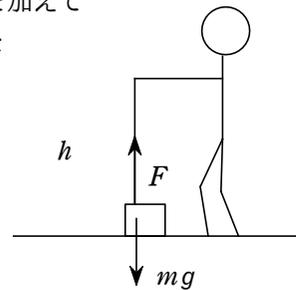
- ③ このボールが地上に落下するまでに重力がした仕事はいくらか
- ④ 地上に落下する直前にこのボールが持っている運動エネルギーはいくらか。
(2)の結果を用いて計算せよ。
- (4) 右図のように初速 v_0 で水平より θ の方向に質量 m のボールを投げた。このボールの運動について以下の問いに答えよ。重力加速度の大きさを g とする。
- ① 初速度の水平成分を v_x 、鉛直成分を v_y としたとき、 v_x 、 v_y を v_0 、 θ で表わせ。
- ② 初速度の運動エネルギーはいくらか
- ③ v_0 、 v_x 、 v_y の間にどのような関係式が成り立つか
- ④ 水平方向成分の運動エネルギー、鉛直方向成分の運動エネルギーを m 、 v_x 、 v_y で表わせ。
- ⑤ 水平方向成分の運動エネルギーと鉛直方向成分の運動エネルギーの和は何を意味しているか。
- ⑥ 最高点に達した時の水平方向の運動エネルギー、鉛直方向の運動エネルギーはそれぞれいくらか
- ⑦ 最高点の高さを h とするとき、ボールが最高点に達するまでに重力（地球）がした仕事はいくらか
- ⑧ 投げた点から最高点に達するまでにこのボールが失った運動エネルギーはいくらか。
 v_0 、 θ で表わせ。
- ⑨ ボールが失った運動エネルギーはどこに流れたか。
- ⑩ 最高点の高さ h を v_0 、 θ で表わせ。

$$\frac{1}{2}m \left(\sqrt{v_0^2 + \frac{2Fs}{m}} \right)^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 + Fs$$

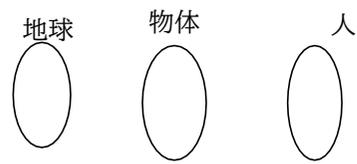
- ⑥ 最初の運動エネルギーは $\frac{1}{2}mv_0^2$ なので、 Fs 増加したことになる。
- ⑦ Fs
- ⑧ エネルギー増加量に θ が含まれていないので、力を加える方向に関係なく仕事だけエネルギーが増加する。
- (3) ① $\frac{1}{2}mv_0^2$ ② mg
- ③ (2)より仕事は物体の運動方向に関係なく力の作用した方向の距離にて決まる。
重力の作用する方向の移動距離は h である。よって、 mgh
- ④ 最初の運動エネルギーが $\frac{1}{2}mv_0^2$ で重力により mgh の仕事がされている（エネルギーをもらっている）ので、 $\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh$
- (4)
- ① $v_x = v_0 \cos \theta$ $v_y = v_0 \sin \theta$ ② $\frac{1}{2}mv_0^2$
- ③ 三平方の定理より $v_x^2 + v_y^2 = v_0^2$
- ④ 水平方向 $\frac{1}{2}mv_x^2$ 鉛直方向 $\frac{1}{2}mv_y^2$
- ⑤ $\frac{1}{2}mv_x^2 + \frac{1}{2}mv_y^2 = \frac{1}{2}m(v_x^2 + v_y^2) = \frac{1}{2}mv_0^2$
全体の運動エネルギーを表わしてる。
「運動エネルギーは水平方向の運動エネルギーと垂直方向の運動エネルギーの和と考えることができる」
- ⑥ 水平方向の速度成分は変化せず、鉛直方向は最高点で速度成分が0なので、
水平方向 = $\frac{1}{2}mv_x^2$ 鉛直方向 = 0
- ⑦ 高さ h で重力が逆方向に mg なので、 $-mgh$
- ⑧ 最初の運動エネルギーが $\frac{1}{2}mv_0^2$ で最高点が $\frac{1}{2}mv_x^2$ なので、
 $\frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}mv_x^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \cos^2 \theta = \frac{1}{2}mv_0^2 \sin^2 \theta$
- ⑨ 重力（地球）がした仕事が負なので、地球がエネルギーをもらったことになる。
よって、地球
- ⑩ ボールは $\frac{1}{2}mv_0^2 \sin^2 \theta$ の運動エネルギーを失っているので、これが重力のした仕事である。よって、 $\frac{1}{2}mv_0^2 \sin^2 \theta = mgh$

57. 重力による位置エネルギー

(1) ある人が静止している質量 m の物体に力 F を加えて高さ h まで持ち上げた。重力加速度の大きさを g として以下の問いに答えよ。



- ① 力 F (人) のした仕事はいくらか
- ② 重力 (地球) のした仕事はいくらか
- ③ 下のエネルギーの流れ図を完成せよ。
- ④ h の高さに達した時、この物体がもつ運動エネルギーはいくらか
- ⑤ 地球の持つエネルギーはいくら増加したか
- ⑥ 地球にたまったエネルギーは地球のどこにたまったと言えるか
- ⑦ 高さ h に達した時の運動エネルギーが0だとした時、力 F の大きはいくらか
- ⑧ 地球にたまったエネルギーが本来の位置エネルギーであるが、外力 (人) がした仕事は位置エネルギーとして定義されている。本来の位置エネルギーと外力がした仕事と一致するためには力 F はいくらでなければならないか。
- ⑨ この物体が高さ h にあるときの重力による位置エネルギーはいくらか。



(2) 重力による位置エネルギーとは「重力と等しい大きさの外力が基準の位置から運ぶ仕事」と定義されている。質量 m の物体が次の位置にあるとき、重力による位置エネルギーはいくらになるか。重力加速度の大きさを g とする。

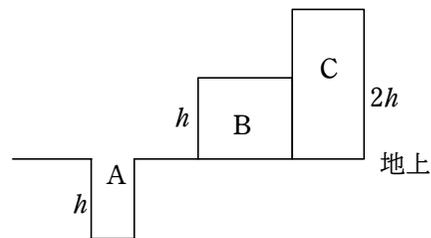
地上に深さ h の穴A、高さ h の机B、高さ $2h$ の机Cがある。

・ 地上基準とした時、

- ① 物体が穴Aの底にある場合
- ② 地上にある場合
- ③ 机Bの上にある場合
- ④ 机Cの上にある場合

・ 机Bの上を基準とするとき、

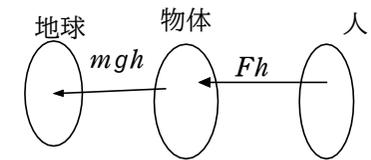
- ⑤ 穴Aの底にある場合
- ⑥ 地上にある場合
- ⑦ 机Bの上にある場合
- ⑧ 机Cの上にある場合



$$h = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g}$$

解説

- (1) ① Fh ② $-mgh$
 ③ 右図の通り
 ④ $Fh - mgh$
 ⑤ mgh
 ⑥ 物体の下の空間



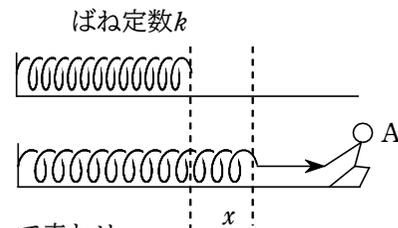
(位置エネルギーは空間にたまっているエネルギーである。)

- ⑦ $Fh - mgh = 0$ より、 $F = mg$
 ⑧ $F = mg$ (物体を等しい力で持ち上げなければならない)
 ⑨ $Fh = mgh$
- (2) この物体の重力は下向きに mg なので、重力の位置エネルギーを計算する時の外力は上向きに mg となる。よって、基準より上に動かす時は正、下に動かす時は負となる。
- ① $-mgh$ ② 0 ③ mgh ④ $2mgh$
 ⑤ $-2mgh$ ⑥ $-mgh$ ⑦ 0 ⑧ mgh

仕事とエネルギー基礎問題

58. ばねによる位置エネルギー

- (1) A君はばね定数 k のばねを引張ってばねを x 伸ばした。このときA君がした仕事に関して以下の問いに答えよ。
ばねによる位置エネルギーは「外力が自然長からゆっくりと引き伸ばすのに必要な仕事」と定義されている。

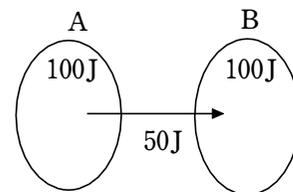


- ① このばねを x 引き伸ばすのに必要な力を k, x で表わせ。
 - ② このばねを引き始めた時A君がいくら力をばねに加えたか。
 - ③ A君がした仕事は力×距離で求められるので、 $kx \times x = kx^2$ と計算したところ間違いであった。何が違うのか説明せよ。
 - ④ A君がばねを引き始めてから x 引き伸ばすまでの平均の力の大きさはいくらか。
 - ⑤ A君がこのばねを x 引き伸ばすためにした仕事はいくらか
 - ⑥ このばねの位置エネルギーはいくらか
 - ⑦ このときばねがA君にした仕事はいくらか
 - ⑧ ばねにたまったエネルギーはいくらか
- (2) A君は次に同じばねに対してばねを x 押し縮めた。これについて以下の問いに答えよ。
- ① このばねを x 押し縮めるのに必要な力を k, x で表わせ。
 - ② このばねを押し始めた時A君がいくら力をばねに加えたか。
 - ③ A君がした仕事は力×距離で求められるので、 $kx \times x = kx^2$ と計算したところ間違いであった。何が違うのか説明せよ。
 - ④ A君がばねを押し始めてから x 縮めるまでの平均の力の大きさはいくらか。
 - ⑤ A君がこのばねを x 押し縮めるためにした仕事はいくらか
 - ⑥ このばねの位置エネルギーはいくらか
 - ⑦ このときばねがA君にした仕事はいくらか
 - ⑧ ばねにたまったエネルギーはいくらか
 - ⑨ ばねを同じだけ引き伸ばした場合と押し縮めた場合の位置エネルギーにはどのような関係があるか。

59. エネルギー保存則

右図のように物体AとBが存在している。

最初物体A、Bともに100Jのエネルギーを持っていた。今、AがBに対して50Jの仕事をした。このとき以下の問いに答えよ。



- ① A、Bの持つエネルギーの総和は最初いくらだったか
- ② 仕事によってAからBにどれだけエネルギーが移動したか
- ③ 仕事によってA、Bそれぞれ持っているエネルギーがいくらになったか
- ④ 仕事をした後のA、Bのエネルギーの総和はいくらか

解説

- (1)
- ① kx ② 0
 - ③ 力の大きさが途中で変化している。 $W = Fs$ は F が一定であることが前提の公式である。(積の形をしている公式はすべてそうである。)
 - ④ $\bar{F} = \frac{0+kx}{2} = \frac{1}{2}kx$
 - ⑤ $W = \bar{F}x = \frac{1}{2}kx^2$
 - ⑥ A君がした仕事が位置エネルギーである。 $\frac{1}{2}kx^2$
 - ⑦ ばねの力とA君の引く力は作用反作用の関係にあるので同じ大きさ逆向きであるが動かす方向は同じである。よって仕事は負となる。 $-\frac{1}{2}kx^2$
 - ⑧ ばねが負の仕事をしているのでばねに $\frac{1}{2}kx^2$ のエネルギーがたまっている。
(負の仕事は仕事をしたものにエネルギーがたまる)
- (2) ① kx ② 0 ③ 力の大きさが途中で変化している。
- ④ $\bar{F} = \frac{0+kx}{2} = \frac{1}{2}kx$ ⑤ $W = \bar{F}x = \frac{1}{2}kx^2$
 - ⑥ A君がした仕事が位置エネルギーである。 $\frac{1}{2}kx^2$
 - ⑦ ばねの力とA君の引く力は作用反作用の関係にあるので同じ大きさ逆向きであるが動かす方向は同じである。よって仕事は負となる。 $-\frac{1}{2}kx^2$
 - ⑧ ばねが負の仕事をしているのでばねに $\frac{1}{2}kx^2$ のエネルギーがたまっている。
 - ⑨ ばねを縮めた場合と伸ばした場合は同じ位置エネルギーである。

解説

- ① $A+B=100+100=200\text{J}$ ② 50J ③ $A=50\text{J}$ $B=150\text{J}$
- ④ $A+B=50+150=200\text{J}$
- ⑤ 変化していない。

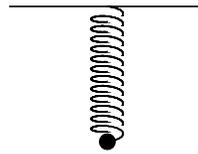
「物体間で何らかの変化があってもそれらが持つエネルギーの総和は一定である。」
これがエネルギー保存則である。

仕事とエネルギー基礎問題

⑤ 仕事をする前後でA,Bの持っているエネルギーの総和はどれだけ変化したか

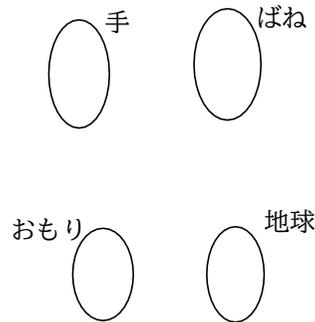
60. 鉛直状態のばね

(1) 右図のように質量 m のおもりをばね定数 k のばねにつなぎ、手で支えて自然長の状態からゆっくりと下げていくといくらか下がったところで、手からおもりが離れ、おもりはばねに釣り下がったまま静止した。重力加速度の大きさを g として以下の問いに答えよ。



・ ばねが x 伸びた瞬間について

- ① ばねがおもりを引く力の大きさはいくらか
- ② おもりに作用する重力の大きさはいくらか
- ③ 手が支える垂直抗力の大きさはいくらか
- ④ ばねにたまっている位置エネルギーはいくらか
- ⑤ ばねがおもりにした仕事はいくらか
- ⑥ 重力がおもりにした仕事はいくらか
- ⑦ 下のエネルギー流れ図を完成せよ。
- ⑧ 垂直抗力がした仕事はいくらか



・ 手が離れた瞬間について

- ⑨ おもりはつりあっている。 x はいくらか
- ⑩ 垂直抗力がした仕事はいくらか
- ⑪ つりあいの位置を基準とするとき、おもりが自然長の位置にあるときのおもりの重力による位置エネルギーはいくらか。
- ⑫ おもりが自然長にあるときのばねの位置エネルギーはいくらか
- ⑬ おもりが自然長にあるときの力学的エネルギーはいくらか
- ⑭ つりあいの位置にあるときの、つりあいの位置を基準とする重力による位置エネルギー及びばねによる位置エネルギーを求めよ。
- ⑮ つりあいの位置にあるときの力学的エネルギーはいくらか
- ⑯ おもりが自然長の位置からつりあいの位置に降りることによって力学的エネルギーはいくら減少したか
- ⑰ 手がした仕事と力学的エネルギーの減少とはどのような関係にあるか。

・ 自然長の位置で急に手を離れた時、

- ⑱ おもりがつりあいの位置に降りた時の力学的エネルギーの減少はいくらか
- ⑲ おもりの運動エネルギーはいくらか

(2) (1)と同じばねに同じおもりを取り付け静かにつりあわせた。この状態からばねを x 引き伸ばして手を離れた。次の各問いに答えよ。

- ① ばねをつりあいの位置より x 伸ばした時、このばねは自然長からいくら伸びていることになるか。
- ② このとき、ばねによる位置エネルギーはいくらか。
- ③ つりあいの位置を重力の位置エネルギーの基準とするとき、このばねがつりあいの

解説

(1) ① kx ② mg ③ $mg - kx$ ④ $\frac{1}{2}kx^2$

⑤ $-\frac{1}{2}kx^2$ ⑥ mgx ⑦ 図の通り

⑧ 垂直抗力(手)がした仕事を W とする。

図より、おもりは地球から mgx のエネルギーをもらい、

ばねに $\frac{1}{2}kx^2$ のエネルギーを

渡している。手から W のエネルギーをもらったことになる。しかし、おもりはゆっくり引きおろしているため運動エネルギーは0と考えられ、増加していない。よって、

$$mgx + W = \frac{1}{2}kx^2$$

が成立する。

$$\text{よって、 } W = \frac{1}{2}kx^2 - mgx$$

垂直抗力の向きと動かす方向が逆なので、この仕事は負である。

⑨ $kx = mg$ より $x = \frac{mg}{k}$

⑩ ⑧に⑨を代入して $\frac{1}{2}kx^2 - mgx = -\frac{m^2g^2}{2k}$

⑪ 高さが $x = \frac{mg}{k}$ なので、 $\frac{m^2g^2}{k}$

⑫ 0 ⑬ $\frac{m^2g^2}{k}$

⑭ 重力 0 ばね $x = \frac{mg}{k}$ 伸びているので、 $\frac{1}{2}kx^2 = \frac{m^2g^2}{2k}$

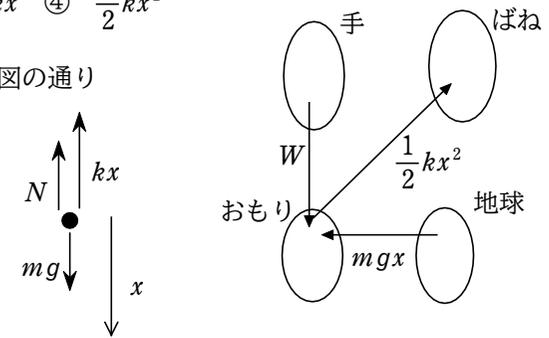
⑮ $\frac{m^2g^2}{2k}$ ⑯ ⑬ - ⑮ = $\frac{m^2g^2}{2k}$

⑰ 手のした仕事は負なので、手に行ったエネルギー分だけ力学的エネルギーが減少している。

⑱ ばね重力ともに同じであるから⑯と同じである。 $\frac{m^2g^2}{2k}$

⑲ 手が加わっていないため、この手に行くはずのエネルギーが物体にたまり運動エネルギーとなる。よって、 $\frac{m^2g^2}{2k}$

(2) ① (1)よりばねはつりあいの位置で $\frac{mg}{k}$ 伸びている。よって、 $\frac{mg}{k} + x$



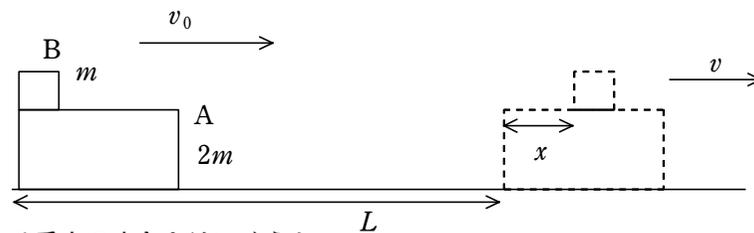
仕事とエネルギー基礎問題

位置より x 伸ばした時の重力の位置エネルギーはいくらか

- ④ ばねをつりあいの位置より x 伸ばした時の力学的エネルギーはいくらか
 ⑤ ばねから手を離れた後、つりあいの位置に戻った時のばねの位置エネルギーはいくらか。
 ⑥ つりあいの位置に戻った時のおもりの運動エネルギーはいくらか
 ⑦ 鉛直ばねが振動している時の運動エネルギーはつりあいの位置を基準としてばねの位置エネルギーを計算しても良い。⑥の結果を元にこの理由を考えよ。

61. 連動して動く物体

(1) 滑らかな水平面上に質量 $2m$ の物体Aが静止している。物体Aの上に質量 m の物体Bが初速度の大きさ v_0 で右方向に動いており、AとBの間は動摩擦係数 μ の動摩擦力が作用しているものとする。物体Bは物体A上を x 滑った時に物体A上で静止し、AとBは同じ速度 v となった。この瞬間までに物体Aは水平面上を L 動いたものとし、重力加速度の大きさを g として以下の問いに答えよ。



- ① 物体Bに作用する重力の大きさはいくらか
 ② 物体BがAから受ける垂直抗力の大きさはいくらか
 ③ 物体BがAから受ける動摩擦力の方向と大きさを答えよ。
 ④ 物体Aが物体Bから受ける動摩擦力の大きさと方向を答えよ。
 ⑤ 物体Bが物体A上で静止するまでに物体Bが動いた距離はいくらか
 ⑥ 物体Aからの摩擦力が物体Bにした仕事（Bがされた仕事）はいくらか
 ⑦ 物体Bが物体A上で静止するまでに物体Aが動いた距離はいくらか
 ⑧ 物体Aに作用する摩擦力がした仕事（Aがされた仕事）はいくらか
 ⑨ 物体Bが失った運動エネルギーはいくらか
 ⑩ 物体Aが受け取った運動エネルギーはいくらか
 ⑪ ⑨と⑩が一致しないがこの差のエネルギーはどこへ行ったのか

② $\frac{1}{2}k\left(\frac{mg}{k} + x\right)^2$ ③ 基準より下であるから、 $-mgx$

④ $\frac{1}{2}k\left(\frac{mg}{k} + x\right)^2 - mgx = \frac{m^2g^2}{2k} + \frac{1}{2}kx^2$

⑤ ばねはつりあいの位置で $\frac{mg}{k}$ 伸びているので $\frac{1}{2}k\left(\frac{mg}{k}\right)^2 = \frac{m^2g^2}{2k}$

⑥ つりあいの位置の運動エネルギーを K とすると、力学的エネルギー保存の法則により、つりあいの位置の運動エネルギーと位置エネルギーの和はさらに x 伸ばした時の力学的エネルギーに等しいので、

$$K + \frac{m^2g^2}{2k} = \frac{m^2g^2}{2k} + \frac{1}{2}kx^2$$

よって、 $K = \frac{1}{2}kx^2$

⑦ ⑥のつりあいの位置のおもりの運動エネルギーはつりあいの位置を基準としたばねの位置エネルギー $K = \frac{1}{2}kx^2$ となっているため。

解説

- (1) ① mg ② $N = mg$ ③ μmg 物体Bは μ 減速している所以摩擦力は左向き
 ④ Aが受ける動摩擦力はBが受ける動摩擦力の反作用である 右向き μmg
 ⑤ $L + x$ ⑥ $W = Fs = -\mu mg(L + x)$ ⑦ L
 ⑧ $W = Fs = \mu mgL$
 ⑨ Bに作用する摩擦力がした仕事（Bがされた仕事）は $-\mu mg(L + x)$ なので、Bが失った運動エネルギーは $\mu mg(L + x)$
 ⑩ Aがされた仕事が μmgL なので、Aが受け取った運動エネルギーは μmgL
 ⑪ Bが失ったエネルギー $\mu mg(L + x)$ のうちAが受け取ったのが μmgL である。行方不明のエネルギーは $\mu mg(L + x) - \mu mgL = \mu mgx$ である。この仕事はA上でBが滑った距離 x に対応するものであり、摩擦による発熱で熱エネルギーとして失われたと考えられる。
 ⑫ Aが受け取った運動エネルギーと同じなので、 μmgL

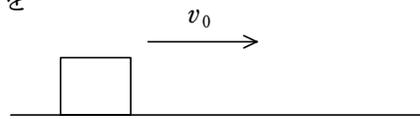
仕事とエネルギー基礎問題

② 速度が一致した後の物体Aの持つ運動エネルギーはいくらか

62. 静止位置の計算

(1) 動摩擦係数 μ の動摩擦が作用する水平面を質量 m の物体が初速度 v_0 で滑っている。

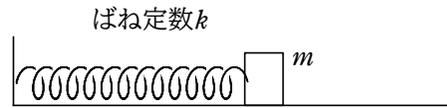
重力加速度の大きさを g として以下の問いに答えよ。



- ① この物体の持つ運動エネルギーはいくらか
- ② この物体に作用する重力の大きさはいくらか
- ③ この物体に作用する垂直抗力の大きさはいくらか
- ④ この物体に作用する動摩擦力の方向と大きさを求めよ。
- ⑤ この物体が x 滑って静止したとき、静止するまでに動摩擦力がした仕事を m, g, μ, x で表わせ。
- ⑥ 静止するときは運動エネルギーが0になっている。 x を求めよ。

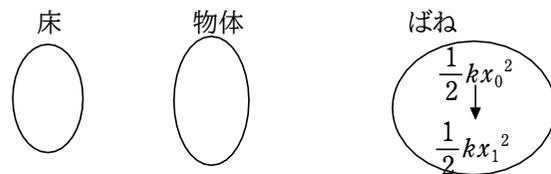
(2) 動摩擦係数 μ の摩擦のある水平面に

ばね定数 k のばねの一端を固定し質量 m の物体を他端に取り付け、自然長の状態から



x_0 縮めて急に手を離れた。物体は動き出し、自然長から x_1 縮んだところでのところでも速くなり、さらにしばらく滑ってから静止した。重力加速度の大きさを g として以下の問いに答えよ。

- ① ばねが x_0 縮んでいる時のばねが持つ位置エネルギーはいくらか
- ② この物体が動いている時の動摩擦力の大きさはいくらか
- ③ 物体に作用する力がつりあっていない時は加速度を生じているわけであるから、その直後か直前は瞬間よりもっと速くなっている。よって、力がつりあっているところが最も速くなっているところとなる。最高速になっている位置での力のつりあいの式を立てよ。
- ④ 最高速に達するまでに物体が滑った距離はいくらか
- ⑤ 最高速に達するまでに物体に作用している動摩擦力がした仕事はいくらか。
- ⑥ 最高速に達しているとき、ばねが持つ位置エネルギーはいくらか。
- ⑦ このときのエネルギーの流れ図を完成せよ。



- ⑧ このときの物体が持つ運動エネルギーはいくらか
- ⑨ 物体が静止したときのばねの伸びを x としたとき、この物体が滑った距離はいくらか

解説

(1) ① $\frac{1}{2}mv_0^2$ ② mg ③ mg ④ 左向き μmg

⑤ 力の向きと動かす方向が逆なので負の仕事 $-\mu mgx$

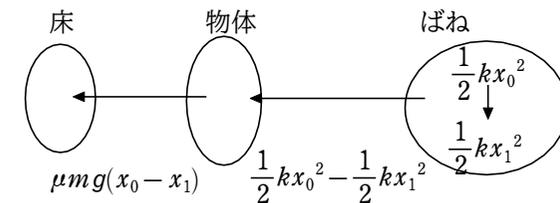
⑥ 動摩擦力がした仕事は物体がされた仕事である。された仕事は受け取るエネルギーであり、それが負であるということは物体はエネルギーを失ったことを意味している。最初 $\frac{1}{2}mv_0^2$ あったエネルギーが μmgx 失ったことにより0になればよい。

よって、 $\frac{1}{2}mv_0^2 - \mu mgx = 0$

$$x = \frac{v_0^2}{2\mu g}$$

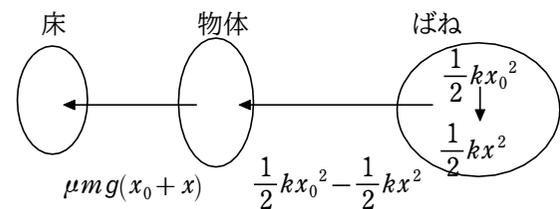
(2) ① $\frac{1}{2}kx_0^2$ ② μmg ③ $kx_1 = \mu mg$ ④ $x_0 - x_1$ ⑤ $-\mu mg(x_0 - x_1)$

⑥ $\frac{1}{2}kx_1^2$ ⑦ 下図の通り



⑧ 図より $\frac{1}{2}kx_0^2 - \frac{1}{2}kx_1^2 - \mu mg(x_0 - x_1)$

⑨ $x_0 + x$ ⑩ $-\mu mg(x_0 + x)$ ⑪ 0 ⑫ 下図の通り



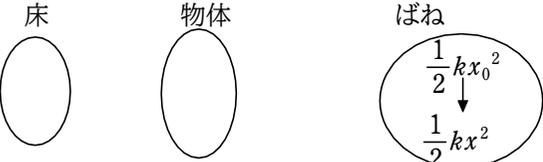
⑬ 運動エネルギーが0であるので、

$$\frac{1}{2}kx_0^2 - \frac{1}{2}kx^2 = \mu mg(x_0 + x)$$

$$\text{これを解くと } x = x_0 - \frac{2\mu mg}{k}$$

仕事とエネルギー基礎問題

- ⑩ 動摩擦力がした仕事はいくらか
- ⑪ 静止したときの運動エネルギーはいくらか
- ⑫ このときのエネルギーの流れ図を完成せよ。



- ⑬ x はいくらか