

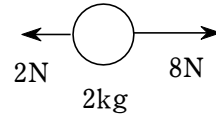
運動方程式

29. 運動方程式の基礎

(1) 1Nとは1kgの物体に1m/s²の加速度を生じさせる力の大きさである。このことに注意して以下の問いに答えよ。

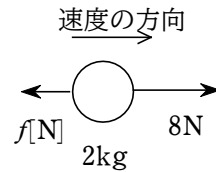
- ① 1kgの物体に2m/s²の加速度を生じさせる力の大きさ
- ② 1kgの物体にa[m/s²]の加速度を生じさせる力の大きさ
- ③ 2kgの物体にa[m/s²]の加速度を生じさせる力の大きさ
- ④ m[kg]の物体にa[m/s²]の加速度を生じさせる力の大きさ

(2) 右図のように質量2kgの物体に右側に8Nの力が、左側に2Nの力が作用している。この物体の運動について以下の問いに答えよ。



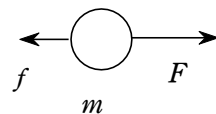
- ① 同一作用線上逆向き同じ大きさの力は互いに打ち消す。このことを利用すると、右側に作用している8Nの力のうち何Nが左側の力によって打ち消されるか。
- ② 物体を加速する力は打ち消されていない力である。この物体に作用している加速する力はどちら向きに何Nか
- ③ この物体の加速度の大きさと方向を答えよ。

(3) 右図のように右向きにある速度で動いている物体に右向きに8Nで、左向きの力は最初0で、時間とともに次第に増加させた。現在f[N]である。



- この状態について以下の各問いに答えよ。
- ① $f=0$ の時この物体は速くなるか遅くなるか
 - ② $f=4$ の時この物体は速くなるか遅くなるか
 - ③ $f=8$ の時この物体は速くなるか遅くなるか
 - ④ $f=10$ の時この物体は速くなるか遅くなるか
 - ⑤ この物体の速さが最大になるのはfがいくらのときか

(4) 右図のように質量mの物体に右側に力Fを左側に力f ($F > f$)を加えた。これについて以下の問いに答えよ。

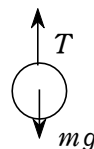


- ① $F > f$ である。この物体はどちら向きに加速するか。
- ② 力Fのうちfで打ち消される力の大きさはいくらか
- ③ この物体を加速する力の大きさはいくらか
- ④ この物体の加速度aを求めるための運動方程式を立てよ。

30. 1物体直線上の運動方程式

(1) 次の物体はすべて質量mであり、加速度aで加速している。それぞれの運動方程式を立てよ。

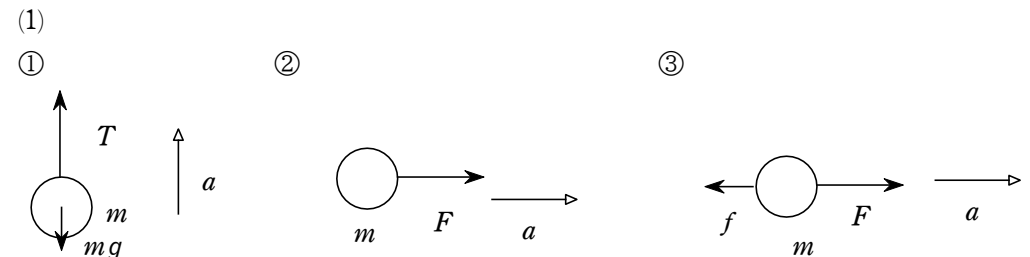
- ① 物体にひもをつなぎ、そのひもに張力Tを加えて引き上げるとき



解説

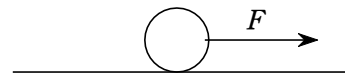
- (1)
- ① 加速度が2倍になっているから力も2倍必要である。 2N
 - ② 加速度がa倍になっているので力もa倍必要である。 a[N]
 - ③ ②に比べ質量が2倍になっているので力も2倍必要となる 2a[N]
 - ④ ②に比べ質量がm倍になっているので力も②のm倍必要である。 ma[N]
- (2)
- ① 同じ大きさの力が打ち消されるので8Nのうち2Nが打ち消される。 2N
 - ② 8Nの内2N打ち消されるので残った力は6N。物体はこの力で加速される 6N
 - ③ 6Nで質量が2kgであるから $F=ma$ より $6=2a$ $a=3\text{m/s}^2$ 右向き
- (3) ①② 右向きの力のほうが大きいので右向きに加速する。だんだん速くなる。
- ③ 力がつりあっているので速度は一定である。速さは変わらない。
 - ④ 左側の力のほうが大きいので、減速する。遅くなる。
 - ⑤ $f < 8$ のときだんだん速くなり $f > 8$ になると減速する。よって、 $f=8$ のとき最大速度となる。
- (4)
- ① Fの方が大きいので右向きに加速する
 - ② fと同じ大きさの力が打ち消されるので、Fのうちfが打ち消される。
 - ③ $F - f$
 - ④ $F - f = ma$

解説

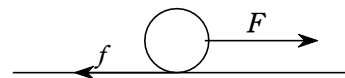


運動方程式

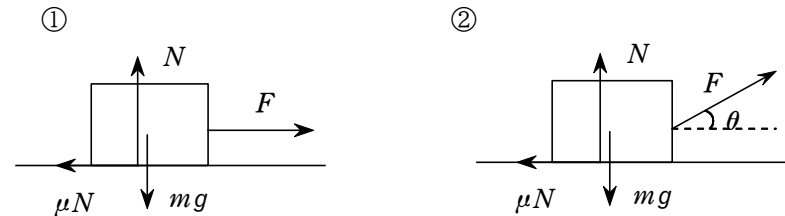
② 水平面上で物体に水平方向に力 F を加えて動かした。(動摩擦なし)



③ ②の時摩擦力 f が作用していた場合の加速度



(2) 下の図は動摩擦係数 μ の摩擦のある水平面上に質量 m の物体を設置し水平方向及び水平より角度 θ 上方に張力 F を働かせた場合に作用する力を図示したものである。 N は垂直抗力を表わしている。加速度が水平方向に a であったとして①②それぞれについて鉛直方向の力のつりあいの式及び水平方向の運動方程式をそれぞれ立てよ。

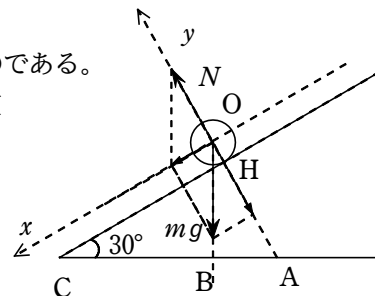


(3) 動摩擦係数 μ の水平面上で質量 m の物体に水平方向に力 T を加えた。垂直抗力を N として、この物体の加速度 a を求める方程式を立てよ。

(4) 動摩擦係数 μ の水平面上で質量 M の物体に水平方向より角度 θ 上方に向けて力 T を加えた。垂直抗力を N として、この物体の加速度 a を求める方程式を立てよ。

31. 斜面上の1物体の運動方程式

(1) 右図は滑らかな斜角 30° の斜面上に質量 2kg の物体を静かに置いたときのものである。物体の位置を O 、斜面と物体との接点を H 、物体から斜面垂直方向に延長した線分と斜面の底辺との交点を A 、重力の延長線との交点を B 、斜面の先端を C とし、斜面下向きを x 軸、垂直抗力の方向を y 軸として以下の問いに答えよ。重力加速度の大きさを 10m/s^2 とする。



- ① $\triangle CAH \sim \triangle BAH$ であることを確認して、 $\angle BHA$ の大きさを求めよ。
- ② 重力の大きさはいくらか
- ③ 重力の x 成分 y 成分を求めよ。

$$T - mg = ma$$

$$F = ma$$

$$F - f = ma$$

(2) ① 右図で、この物体は上下方向には速度変化しない。そのため、上下方向の力は打ち消しあっている。

よって、 $N = mg$

右方向に加速度 a で動くので、右向きの力の

ほうが左向きの力よりも強く、右向きの力 F から左向きの力 μN を打ち消した残りの力で加速する。よって、 $ma = F - \mu N$

② この物体には斜めの力が作用しているので、

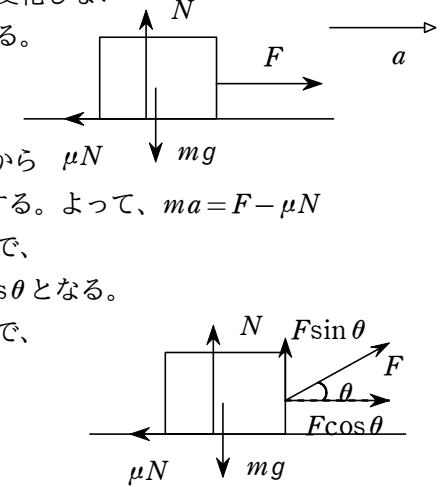
分解すると、上向きが $F \sin \theta$ 、右向きが $F \cos \theta$ となる。

前題と同じように上下方向には動かないので、上下方向は力がつりあっている。よって、

$$F \sin \theta + N = mg$$

左右方向は右向きに加速するので、

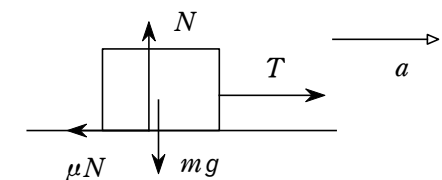
$$F \cos \theta - \mu N = ma$$



(3) (2)①と同様にして、

$$N = mg$$

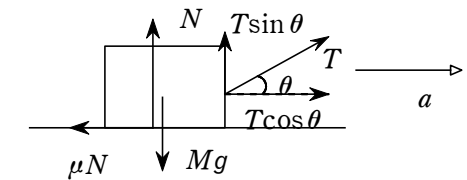
$$T - \mu N = ma$$



(4) (2)②と同様にして、

$$T \sin \theta + N = Mg$$

$$T \cos \theta - \mu N = Ma$$



解説

(1)

① $\triangle CAH$ と $\triangle OAB$ において、
 $\angle CHA = \angle OBA = 90^\circ$
 $\angle HAB =$ 共通
 以上により、 $\triangle CAH \sim \triangle OAB$ といえる。

よって、 $\angle ACH = \angle AOB = 30^\circ$

② $W = mg$ より $2 \times 10 = 20\text{N}$

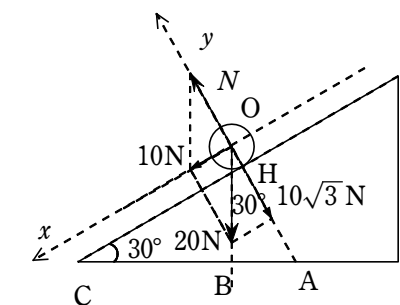
③ x 成分: $20 \sin 30^\circ = 10\text{N}$

y 成分: $20 \cos 30^\circ = 10\sqrt{3}\text{N}$

④ y 方向のつりあいより $N = 10\sqrt{3}\text{N}$

⑤ x 方向に作用する力は 10N でこの力で加速するので、

$$10 = 2a$$

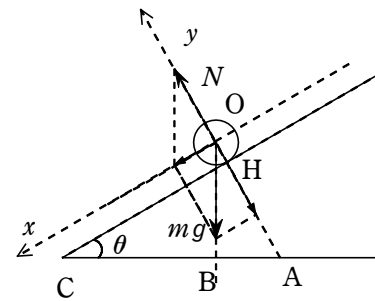


運動方程式

- ④ この物体はy軸方向には動かない。このことに注意し、垂直抗力の大きさを求めよ。
- ⑤ この物体はx軸方向に滑り降りていく。その加速度の大きさを a として、運動方程式を立てよ。
- ⑥ この物体の加速度の大きさを求めよ。
- ⑦ 重力加速度のx方向成分を求めよ。

(2) 右図は滑らかな斜角 θ の斜面上に質量 m の物体を静かに置いたときのものである。

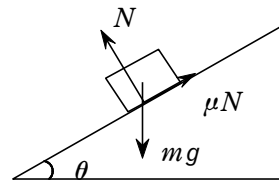
物体の位置をO、斜面と物体との接点をH、物体から斜面垂直方向に延長した線分と斜面の底辺との交点をA、重力の延長線との交点をB、斜面の先端をCとし、斜面下向きをx軸、垂直抗力の方向をy軸として以下の問いに答えよ。重力加速度の大きさを g とする。



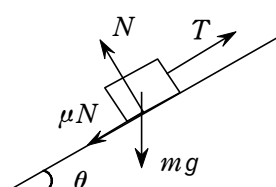
- ① $\triangle CAH \sim \triangle BAH$ であることを確認して、 $\angle BHA$ の大きさを求めよ。
- ② 重力の大きさはいくらか
- ③ 重力のx成分y成分を求めよ。
- ④ この物体はy軸方向には動かない。このことに注意し、垂直抗力の大きさを求めよ。
- ⑤ この物体はx軸方向に滑り降りていく。その加速度の大きさを a として、運動方程式を立てよ。
- ⑥ この物体の加速度の大きさを求めよ。
- ⑦ 重力加速度のx方向成分を求めよ。

(3) 下の図は角度 θ 、動摩擦係数 μ の斜面上に置いた物体の図である。①は静かに置いた場合で、下向きに加速度の大きさ a ですべりおり、②は斜面上向きに張力 T で引いたところ加速度の大きさ a で滑りあがった。それぞれの場合斜面方向の運動方程式と、斜面に垂直方向の力のつりあいの方程式を立てよ。

①



②

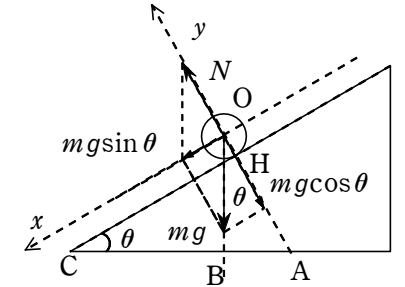


- (4) 動摩擦係数 μ 角度 30° の斜面上にある質量 m の物体が斜面上を滑り降りている。このときの加速度を求めよ。
- (5) 動摩擦係数0.2、角度 30° の斜面上にある質量10kgの物体に対して斜面上方に100Nの力で引き上げた。このときの加速度を求めよ。

- ⑥ $a = 5\text{m/s}^2$
- ⑦ x方向成分は $g \sin \theta = 10 \sin 30^\circ = 5\text{m/s}^2$
滑らかな斜面上の物体の加速度は重力加速度の斜面方向成分で求めることができる。

(2)

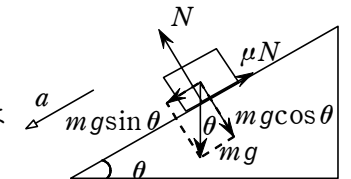
- ① θ ② mg
- ③ x成分 $mg \sin \theta$
y成分 $mg \cos \theta$
- ④ $N = mg \cos \theta$
- ⑤ $mg \sin \theta = ma$
- ⑥ $a = g \sin \theta$
- ⑦ $a = g \sin \theta$



(3) ①

運動方程式では一般に加速度の生じている方向とその直角方向で力を分解して考える。

よって、この問題の場合は斜面に沿う方向とその直角方向に分解することになる。分解の対象になる力は重力のみである。重力の斜面直角成分は $mg \cos \theta$ 、斜面水平成分は $mg \sin \theta$ となる。



斜面垂直方向には物体が動かないので、この方向の力はつりあっている。よって、 $N = mg \cos \theta$

そして、斜面に沿う方向は斜面下向きに物体が加速するのであるから、斜面下向きの力のほうが強い。よって、 $mg \sin \theta - \mu N = ma$ となる。

② ①と同様にして重力を分解すると、斜面垂直方向がつりあっているので、 $N = mg \cos \theta$

この物体は斜面上向きに加速するので、 T の方が斜面下向きの μN と $mg \sin \theta$ の和よりも大きいことになる。よって、

$$T - mg \sin \theta - \mu N = ma$$

となる。

(3) (2)①と同様にして

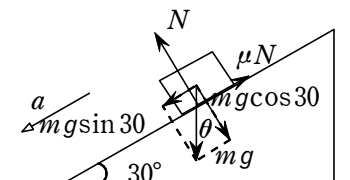
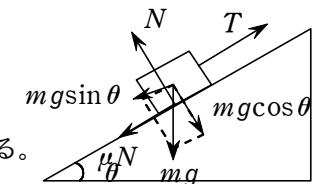
$$N = mg \cos 30^\circ$$

$$mg \sin 30^\circ - \mu N = ma$$

これを解くと

$$a = \frac{1 - \sqrt{3} \mu}{2} g$$

(4) (2)②と同様にして



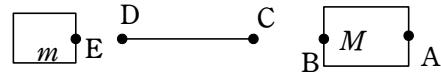
運動方程式

32. 連結物体の運動方程式

(1) 右図は質量 M と m の物体を軽いひもで結び、質量 M の物体のほうを水平に大きき F の力で引いた時のものである。これについて次のような考え方をした。



それぞれの物体に作用している力を考えるために物体とひもを引き離して各物体に作用している力を作図することを考えた。点Bに作用している力の大ききを f として以下の問いに答えよ。

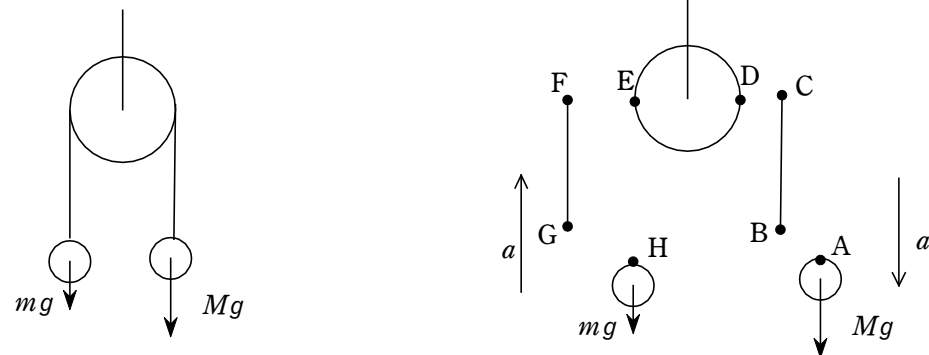


- ① Bに作用している力の方向を答えよ。
 - ② A, C, D, E点に作用している力の大ききと方向を答えよ。
- この連結物体が加速度 a で加速している。
- ③ 質量 M の物体の運動方程式をたてよ。
 - ④ 質量 m の物体の運動方程式をたてよ。

(2) 滑らかな水平面上にある質量5kgの物体Aにひもをつけ、質量3kgの物体Bをつないだ。この状態で物体Aを16Nの力で引っ張った時の加速度を求めよ。

(3) 上の問題で動摩擦係数が0.2の場合はどうなるか

(4) 左下の図は質量 M の物体と質量 m の物体を滑らかに回る定滑車を通してつるしたところ加速度 a で質量 M の物体の方が下がった。この運動状態を考えるために各物体を分離して描いたのが右下の図である。質量 m の物体に作用する張力の大ききが T であるとして以下の問いに答えよ。



- ① AからHに作用している力の大ききと方向を答えよ。
- ② 質量 M の物体の運動方程式をたてよ。
- ③ 質量 m の物体の運動方程式をたてよ。

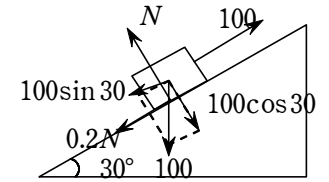
$$N = 100 \cos 30 = 50\sqrt{3}$$

$$100 - 100 \sin 30 - 0.2N = 10a$$

これは

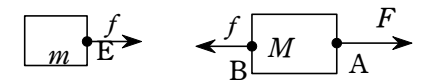
$$10a = 100 - 50 - 10\sqrt{3}$$

よって、 $a = 5 - \sqrt{3} = 3.3 \text{ m/s}^2$



解説

- (1)
 - ① Bは左向き
 - ② BとCは作用反作用
CとDは力のつりあい
DとEは作用反作用
の関係にある力である。



- よって
- A 右向き F , B 左向き f , C 右向き f , D 左向き f , E 右向き f
- ③ 上の図より $F - f = Ma$
 - ④ $f = ma$

(2) (1)と同様にして、

$$T = 3a$$

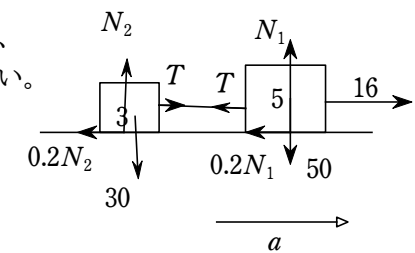
$$16 - T = 5a$$

これを解くと、

$$a = 2 \text{ m/s}^2, T = 6 \text{ N}$$

となる。

(3) この場合は各物体に摩擦力が加わるので、運動方程式に摩擦力を入れなければならない。そのために、鉛直方向の力も作図すると、右図のようになる。



鉛直方向の釣り合いにより、

$$N_1 = 50 \quad N_2 = 30$$

これを用いると、運動方程式は

$$T - 0.2 \times 30 = 3a$$

$$16 - T - 0.2 \times 50 = 5a$$

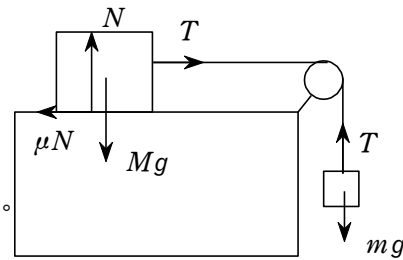
これを解くと $a = 0$ 、 $T = 6 \text{ N}$ となる。

つまり、この物体は等速運動をする。

運動方程式

(5) (4)において、 $M=6\text{kg}$ 、 $m=4\text{kg}$ 、重力加速度の大きさを 10m/s^2 として、物体 M が降下する加速度の大きさを求めよ。

(6) 動摩擦係数 μ の固定された水平な台の上に質量 M の物体を置き、滑車を通して質量 m の物体をつるしたところ m の物体が下降した。このロープに作用している張力の大きさを T 、加速度を a として以下の問いに答えよ。

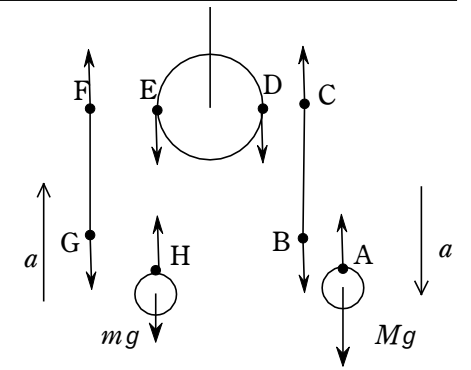


- ① 質量 m の物体の鉛直方向の運動方程式を立てよ。
- ② 質量 M の物体の垂直抗力を N として、鉛直方向の力のつりあいの式をたてよ。
- ③ 質量 M の物体の水平方向の運動方程式を立てよ。

(7) 動摩擦係数 0.2 の固定された水平な台の上に質量 5kg の物体がある。この物体にひもを結び滑車を通して質量 10kg の物体をつるしたところこの物体は滑り出した。このときの加速度の大きさを求めよ。

(4)

- ① 大学入試においては滑車は滑らかに回転するものとなっているので、滑車を通したときのひもの張力は常に同じである。
AとB、CとD、EとF、GとHはそれぞれ作用反作用の関係にある。
BとC、FとGは力のつりあいの関係にある。
EとDは回転のつりあいの関係にある。
よって、AからHまですべて同じ大きさ T である。
方向は図の通り



- ② この場合、滑車の右側の物体が下向きに左側の物体が上向きに加速する。この加速度の大きさは同じである。この場合も各物体それぞれに対して運動方程式を作る。右側の物体は重力が Mg で張力が T であり、下向きに加速するのであるから、重力 Mg の方が張力 T より大きい。よって、
 $Mg - T = Ma$ が成立する。
- ③ 左側の物体では逆に上向きに移動するので、張力 T の方が、重力 mg よりも大きくなる。よって、 $T - mg = ma$ が成立する。

(5) (4)と同じようにして、

M の重力は $6 \times 10 = 60\text{N}$ 、張力を T 、加速度を a とすると、 M に関する運動方程式は
 $60 - T = 6a$

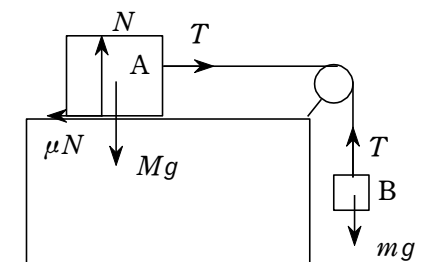
m の重力は $4 \times 10 = 40\text{N}$ 、張力は T 、加速度は a なので、 m に関する運動方程式は
 $T - 40 = 4a$

これを連立して解くと、

$$a = 2\text{m/s}^2 \quad T = 48\text{N}$$

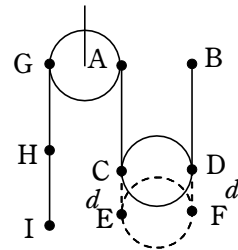
(6)

- ① 前題と同じく滑車を通した張力は等しい。物体 B は下向きに加速度 a で加速するので、重力 mg の方が張力 T よりも大きい。よって、
 $mg - T = ma$
- ② 物体 A は上下方向には動かないので、上下方向の力はつりあっている。よって、
 $N = Mg$
- ③ 物体 A は右向きに加速するため、張力 T の方が摩擦力 μN よりも大きい。よって、
 $T - \mu N = Ma$
となる。



33. 動滑車の運動方程式

(1) 右図は定滑車と動滑車を1本のロープで繋いだものである。最初Hの位置にあったロープの端をIの位置までおろしたところ動滑車はEFの位置からCDの位置に距離 d だけ上昇した。



① AからBまでのロープの長さは

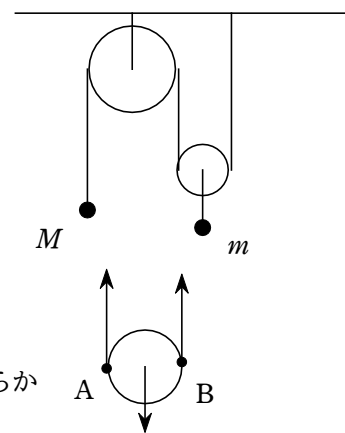
最初 $BF + \text{弧}EF + AE$ だったのが、動滑車が上昇することにより $BD + \text{弧}CD + AC$ になっている。AB間のロープの長さはいくら短くなったか。

② HIの長さはいくらか

③ 動滑車が速さ v で上昇した時、ロープの左端Hはいくらの速さで下がったことになるか。

④ 動滑車が加速度 a で上昇した時、ロープの端Hはどれだけの加速度で下がったことになるか。

(2) 質量が無視でき滑らかに回る動滑車と定滑車を用い質量 M のおもりと質量 m のおもりを右図のように繋いだ。重力加速度の大きさを g として以下の問いに答えよ。



① 質量 m のおもりが加速度 a で下がった時

質量 M のおもりはいくらの加速度で上がるか。

② 質量 M の物体に作用する張力の大きさを T とするとき動滑車上の点A、Bにかかる張力の大きさはいくらか

③ 質量 m の物体に作用している張力の大きさはいくらか

④ 質量 M の物体の運動方程式をたてよ。

⑤ 質量 m の物体の運動方程式をたてよ。

(3) (2)において $M=2\text{kg}$ 、 $m=2\text{kg}$ のとき、重力加速度の大きさを 10m/s^2 として、それぞれの物体の加速度を求めよ。

(7) (6)と同様にして方程式を立てると、

$$100 - T = 10a$$

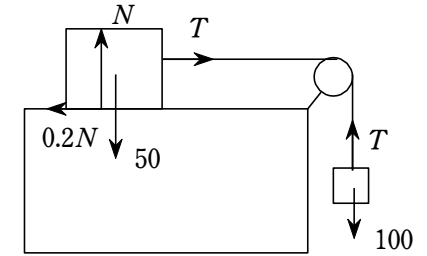
$$N = 50$$

$$T - 0.2N = 5a$$

これを解くと

$$a = \frac{10}{3} = 3.3\text{m/s}^2$$

$$T = 67\text{N}$$



解説

(1)

① AB間のロープの長さは動滑車がEFからCDに上昇する間に $CE + DF$ だけ短くなっている。 $CE = DF = d$ なので、 $2d$ 短くなったことになる。

② AB間が短くなった分だけHからIに下がったことになるので $2d$

③ 動滑車が d 上昇すると、左側のロープの端は $2d$ 下がらなければならない。つまり距離比 $1:2$ である。これが同時に起こるわけであるので速さの比も $1:2$ となる。よって、 $2v$

④ 速さの比が常に $1:2$ なので、ロープの左端の速さは常に動滑車の速さの2倍であり、その変化も2倍である。その結果、加速度も2倍となる。よって、 $2a$

(2) ① M の加速度は m の2倍なので、 $2a$

② ロープにかかる力の大きさは等しいので、 A も B も T

③ 質量が無視できる動滑車なので、動滑車が加速していても自体に力の釣り合いが成立している。よって $2T$

④ 張力が T で重力が Mg で、 M は加速度 $2a$ で上昇するので、 $T - Mg = 2Ma$

⑤ 張力が $2T$ で重力が mg 、 m は加速度 a で下降するので、 $mg - 2T = ma$

(3) 質量 $m=2\text{kg}$ (重力 20N) の加速度を上向きに a とすると、質量 $M=2\text{kg}$ (重力 20N) の加速度は下向きに $2a$ となる。

質量 m の張力が $2T$ とすると、質量 M の張力は T である。

運動方程式を立てると

$$20 - T = 2 \cdot 2a \quad 2T - 20 = 2a$$

これを解くと $a = 2\text{m/s}^2$ 、 $T = 12\text{N}$

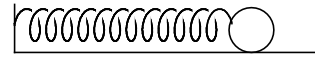
よって、 m は加速度 4m/s^2 で上昇、 M は加速度 2m/s^2 で下降する。

運動方程式

34. 加速度が変化する場合の運動方程式

(1) 摩擦のない滑らかな水平面上に質量 m の

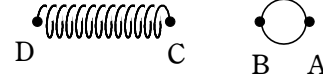
物体を置き、ばね定数 k のばねを取り付け
ばねの他端を壁に固定した。この物体に



右方向から力を加えることにより、ばねを x 縮めて急に手を離れた。このことに関して以下の問いに答えよ。

① この物体に加わっている力を

考えるためにばねと物体を離して
力を考えることにした。

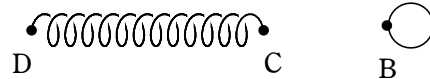


A点に左向きに大きさ f の力を加えた場合、B,C,Dにはそれぞれどの方向にどれだけの大きさの力がかかっているか。

② ばねが x 縮んでいることから f を kx で表わせ。

③ 急に手を離れた時のこの物体の加速度を a とすると、この物体の運動方程式を k, x, m, a を用いて表わせ。

④ ばねが自然長を超えて自然長より x 伸びた時、B,C,Dにかかる力の方向と大きさを k, x を用いて答えよ。



⑤ 手を離れた後、この物体は加速するが、この物体の速さが最も速くなるのはばねの長さがどうなった時か。

(2) (1)と同じばねに質量 M の板を取り付け、滑らかな

水平面で、質量 m の物体を押し付けてばねを x 押し
縮めた。



① 物体 M が物体 m を押し力(垂直抗力)を kx で表わせ。

押し縮めた状態で急に手を離れた時、この物体は加速し物体ある位置で物体 m が M から離れた。

② m と M が離れる瞬間、この物体間に作用している垂直抗力の大きさはいくらになっているか

③ ②の時の x の値を求めよ。

(3) (2)のとき、 M, m ともに水平面に動摩擦係数 μ の摩擦があるとき、重力加速度の大きさを g として以下の問いに答えよ。

① ばねが x 縮んで静止しているとき、 m に作用しているすべての力の大きさと方向を答えよ。(静止摩擦力はないものとする)

② 物体が動いているとすると、 M, m に作用している動摩擦力の大きさはいくらか

③ ばねが x 縮んでいる時、 M と m の間に作用している垂直抗力の大きさを N とし、加速度の大きさを a として、 M, m の運動方程式をたてよ。

④ この物体 M が最大速度になる時、 M が m からはなれる時の x の値を求めよ。

解説

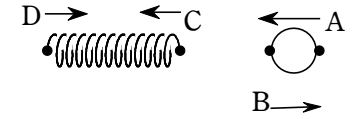
(1)

① Aに左向きに f の力がかかっている。

この物体は静止しているのでBにはつりあう

力が作用している。よって、右向きに f

BとCの力は作用反作用の関係にあるので、Cは左向きに f 、ばねはつりあっているの
でDは右向きに f の力になる。



② ばねが x 縮んでいるので $f = kx$

③ この物体のA点の力を0にしたので、B点の力 ($f = kx$) のみになる。よって、
 $kx = ma$

④ ばねを伸ばすには、ばねからみて
外向きに力を加えなければならない。



よって、Cは右向きに kx 、Dは左向きに kx

である。BはCの反作用となるので、右向きに kx となる。

⑤ ばねが縮んでいる時は物体に右向きの力がかかっており、この物体は加速する。ば
ねが自然長を超えたとき、物体には左向きの力がかかり物体は減速する。よって、ば
ねが自然長になった時に物体に力はかからなくなりこの瞬間が最大速度となる。
最大速度になるのは力が作用していない時(つりあっている時)である。

(2)

① ばねが x 縮んでいるのでばねが M を押し力の大きさは kx 、 M は静止しているので m
から受ける垂直抗力の大きさも kx である。 m が M から受ける垂直抗力は作用反作用
の関係にあるので、同じく kx

② 垂直抗力は物体どおしが接触していないと作用しないので0

③ ①②より垂直抗力 kx が0の時に離れることになる。よって、 $x = 0$
「ばねが自然長のときばねから物体が離れる。」

(3)

① 物体が静止しているので、動摩擦力が作用していない(2)①と同じく kx

② M の重力の大きさは Mg であり、この物体は上下に動かないので上下方向は力がつ
りあっている。よって、水平面から受ける垂直抗力の大きさは Mg 。動摩擦係数が μ
なので、動摩擦力は μMg となる。

物体 m も同様に μmg

③ M は右図のように力が

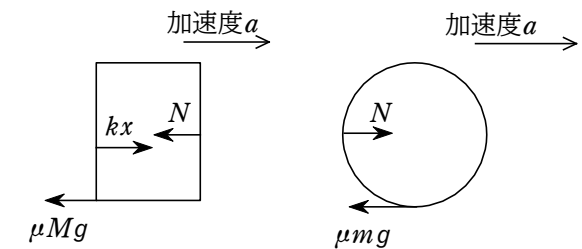
作用しているので、
 $kx - N - \mu Mg = Ma$

m は

$N - \mu mg = ma$

④ ③を解くと

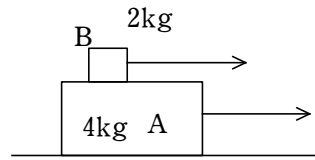
$$N = \frac{mkx}{M+m} \quad a = \frac{k}{M+m}x - \mu g$$



運動方程式

35. 土台が動く場合の加速度

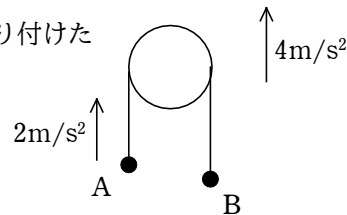
- (1) 右図のように4kgの物体Aの上に2kgの物体Bが乗っている。今物体Aは 4m/s^2 の加速度で右向きに加速している。物体Bは物体Aの上で物体Aに対して左向きに 3m/s^2 の加速度で加速している。



これについて以下の問いに答えよ。

- ① 物体Aに作用している力の方向と大きさはいくらか
- ② 物体Bの加速度は床から見ていくらか
- ③ 物体Bに作用している力の方向と大きさはいくらか
- ④ 物体Aの上に乗っている人が見た場合物体Bにはどの方向にいくらの力が作用しているように見えるか。

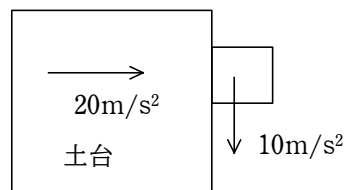
- (2) 右図のように定滑車に二つのおもりを取り付けたロープを取り付けた。この状態でこの装置を加速度 4m/s^2 で上向きに加速させた。定滑車から見たおもりAの加速度は上向きに 2m/s^2 であった。



これについて以下の問いに答えよ。

- ① おもりBの定滑車から見た加速度の方向と大きさを答えよ。
 - ② 地上から見たおもりA、Bの加速度の方向と大きさをそれぞれ求めよ。
- (3) 右図のように土台の端から質量

2kgの物体を自由落させた。このとき土台が加速度 20m/s^2 で右向きに加速していた。重力加速度の大きさを 10m/s^2 として以下の問いに答えよ。



- ① この物体に作用している重力の大きさはいくらか
 - ② この物体は下向きにいくらの加速度で落下するか
 - ③ この物体は水平方向右向きにいくらの加速度で加速するか
 - ④ この物体は土台からどれだけの垂直抗力を受けるか
 - ⑤ この物体の実際の加速度の大きさはいくらか
- (4) 右図のように傾角 30° の斜面上に物体を置き斜面を

これより、 M が m から離れるのは $N=0$ の時なので、 $x=0$ のときとなる。即ち自然長のときである。

最大速度になるのは力がつりあっている時である。即ち $a=0$ のときである。

$$x = \frac{M+m}{k} \mu g$$

解説

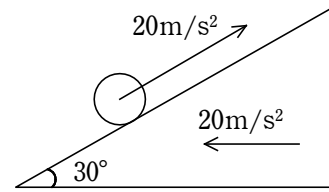
- (1)
 - ① $F=ma$ より $4 \times 4 = 16\text{N}$
 - ② 右向きに 4m/s^2 の上で左向きに 3m/s^2 なので、床から見ると右向きに $4-3=1\text{m/s}^2$
 - ③ 2kg で加速度 1m/s^2 なので、右向きに $2 \times 1 = 2\text{N}$
 - ④ BはAの上で左向き 3m/s^2 の加速度なので、左向きに $2\text{kg} \times 3\text{m/s}^2 = 6\text{N}$ 物体Bには実際には右向き 1N の力が作用しているが左向き 6N のように見える。
- (2)
 - ① 定滑車から見るとAは上昇しているのBは同じ加速度で下降しているように見える。よって、下向きに 2m/s^2
 - ② Aは滑車から見て上向きに 2m/s^2 で加速しており、滑車自身が上向きに 4m/s^2 なので、 6m/s^2 で加速していることになる。
Bは滑車から見て下向きに 2m/s^2 で加速しており、滑車自身が上向きに 4m/s^2 なので、Bは実際は $4-2=2\text{m/s}^2$ で上向きに加速していることになる。
- (3)
 - ① $W=mg$ より $2\text{kg} \times 10\text{m/s}^2 = 20\text{N}$
 - ② 重力加速度 10m/s^2
 - ③ 土台と同じ 20m/s^2
 - ④ この物体は右向きに 20m/s^2 なので、 $2\text{kg} \times 20\text{m/s}^2 = 40\text{N}$
 - ⑤ この物体の加速度は下向きに 10m/s^2 、右向きに 20m/s^2 なので、ベクトル合成して大きさを求めると三平方の定理より $\sqrt{10^2 + 20^2} = 10\sqrt{5} \text{m/s}^2$
- (4)
 - ① 30° 方向に 20m/s^2 なので、水平成分は $20\cos 30^\circ = 10\sqrt{3} \text{m/s}^2$
鉛直成分は $20\sin 30^\circ = 10\text{m/s}^2$
 - ② 実際の加速度は斜面を滑りあがる加速度に斜面の加速度を加えたものである。
よって、水平成分は 左向きに $20 - 10\sqrt{3} = 20 - 17.3 = 2.7\text{m/s}^2$
鉛直成分はそのまま 10m/s^2 である。

運動方程式

左方向に 20m/s^2 で加速した時、物体は斜面上を 20m/s^2 で滑りあがった。

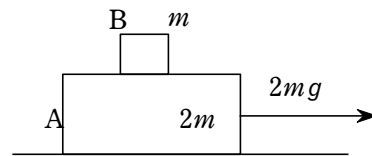
これについて以下の問いに答えよ。

- ① 斜面を滑りあがった加速度の水平成分、鉛直成分の大きさはいくらか
- ② 斜面上の物体の実際の加速度の水平成分、鉛直成分を求めよ。



36. 土台が動く場合の運動方程式

- (1) 右図は滑らかな水平面上に質量 $2m$ の物体Aを置き、その物体の上に質量 m の物体Bを載せた。物体AとBの間には動摩擦係数 $\frac{1}{2}$ の摩擦があるものとする。



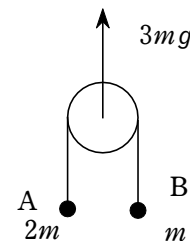
今、物体Aに $2mg$ の力を右向きに加えた。

重力加速度の大きさを g として以下の問いに答えよ。

- ① 物体Bは台A上をどちら向きに滑るか
- ② 物体Bは水平面から見てどちら向きに加速するか
- ③ 力は速度を変化させるものである。この点に注意して物体Bに作用する摩擦力の方向はどちら向きか答えよ。
- ④ 物体Bに作用する動摩擦力の大きさはいくらか
- ⑤ 物体Aに作用している物体Bからの動摩擦力の方向と大きさを答えよ。
- ⑥ 物体Aの加速度を a 、物体Bの加速度を b とすると、A,Bの運動方程式をたてよ。
- ⑦ 物体A、Bの加速度を求めよ
- ⑧ 物体Bを取り去り、⑤の摩擦力と同じ力を物体Aに加えて同じ実験をした。物体Aの加速度はいくらになるか。

- (2) 上の問題と同じ装置において物体Aの質量を 4kg 、物体Bの質量を 2kg とし、動摩擦係数を 0.2 、物体Aに加える力を 20N 、重力加速度の大きさを 10m/s^2 として、物体A、Bの加速度を求めよ。

- (3) 質量の無視できる軽い滑車に質量 $2m$ の物体Aと質量 m の物体Bを軽いひもで滑車に通し、滑車自体を右図のように大きさ $3mg$ の力で引き上げた。このとき重力加速度の大きさを g とし、上向きを正として以下の問いに答えよ。



- ① 滑車から見た物体Bの加速度を a 、滑車自体の加速度を b とすると、物体A、Bの実際の加速度を a 、 b を用いて表わせ。
- ② 定滑車は質量 0 と考えてよい。定滑車の力のつりあいに注目して物体A、Bに作用しているひもの張力を求めよ。
- ③ 物体A、Bの運動方程式をたてよ。

解説

(1)

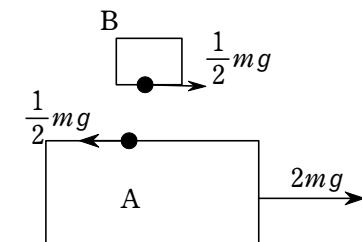
- ① BはA上を後ろへすべり左端から落ちる。後ろへ滑る
- ② 物体Bは水平面上から見ると右向きに加速する
- ③ 速度が変化する方向（加速度の方向）に力が作用している。よって、摩擦力は右向き
- ④ 物体Bの重力の大きさは mg なので、垂直抗力は重力と等しく mg 。よって、動摩擦力は $\frac{1}{2}mg$
- ⑤ 物体Aに作用する動摩擦力はBに作用する動摩擦力の反作用である。よって、左向きに $\frac{1}{2}mg$ となる。

⑥ $A: 2mg - \frac{1}{2}mg = 2ma$

$B: \frac{1}{2}mg = mb$

⑦ $a = \frac{3}{4}g, b = \frac{1}{2}g$

⑧ 同じ物体に同じ力が加われば加速度は同じである。よって、 $a = \frac{3}{4}g$



- (2) 物体Bに作用する重力の大きさは $2 \times 10 = 20\text{N}$ なので、垂直抗力も 20N 。よって、動摩擦力は $0.2 \times 20\text{N} = 4\text{N}$ となる。

物体Bの運動方程式は $4\text{N} = 2\text{kg} \times b \quad b = 2\text{m/s}^2$

物体Aの運動方程式は $20 - 4 = 4a \quad a = 4\text{m/s}^2$

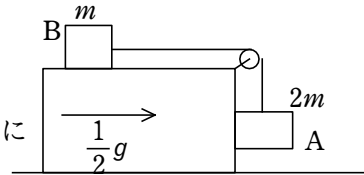
(3)

- ① Bは滑車から見た加速度が a で滑車自体の加速度が b なので、Bの実際の加速度は $a + b$ となる。AはBと滑車から見た加速度の向きが逆になるので、Aの実際の加速度は $-a + b$
- ② ひもの張力を T とすると、質量が 0 なので、滑車の加速度に関係なく滑車自体に力の釣り合いが成立しており、 $3mg = 2T$ これより、 $T = \frac{3}{2}mg$
- ③ すべて上向きを正として

運動方程式

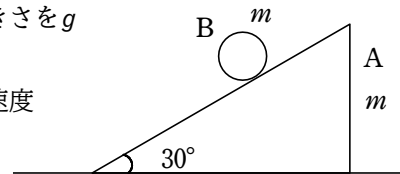
- ④ この物体A,Bの実際の加速度及び滑車自体の加速度を求めよ。
- (4) 上の問題でAの質量を2kg、Bの質量を1kg、滑車自体に60Nを加えたとし、重力加速度の大きさを 10m/s^2 として、上向きを正とした時の物体A,Bの実際の加速度及び滑車自体の加速度を求めよ。

- (5) 右図のように水平な台に滑らかに回る滑車を取り付け、質量 m の物体Bを台上の乗せ滑車を通して質量 $2m$ の物体Aを取り付け、台を右向きに $\frac{1}{2}g$ の加速度で動かした。すべての



- 面に摩擦はないものとし、重力加速度の大きさを g として以下の問いに答えよ。
- ① 物体Aの水平方向の加速度の大きさはいくらか
 - ② 物体Aの鉛直方向の加速度の大きさを a とするとき、台上から見た物体Bの加速度の大きさを a で表わせ。
 - ③ 物体Bの実際の加速度の大きさを a, g で表わせ。
 - ④ 物体Aの水平方向の加速度を考慮し、物体Aが台から受ける垂直抗力の大きさを求めよ。
 - ⑤ ひもの張力を T とするとき物体Aの鉛直方向、Bの水平方向の運動方程式をたてよ。
 - ⑥ a を g で表わせ。
- (6) 上の問題でAの質量を4kg、Bの質量を2kg、台の加速度の大きさを 5m/s^2 、 $g=10\text{m/s}^2$ として、物体Bの実際の加速度の大きさを求めよ。

- (7) 滑らかな水平面上に傾角 30° の滑らかな斜面を持った質量 m の三角形の台Aを置き、斜面上に質量 m の物体を静かにおき手を離したところ斜面Aは右向きに動き始め物体Bは斜面を下り始めた。重力加速度の大きさを g として以下の問いに答えよ。



- ① 物体Bが台上を降りる台から見た加速度の大きさを b とするとき、この加速度の水平成分と鉛直成分を b を用いて表わせ。
- ② 台Aの加速度の大きさを a とするとき、物体Bの実際の加速度の水平成分と鉛直成分を a, b を用いて表わせ。
- ③ 物体Bが台Aから受ける垂直抗力の大きさを N とした時、垂直抗力の水平成分と鉛直成分を N を用いて表わせ。
- ④ 物体Bに関する水平方向と鉛直方向の運動方程式を立てよ。
- ⑤ 物体Aが物体Bから受ける垂直抗力(③の反作用)の水平成分を N で表わせ。
- ⑥ 物体Aは⑤の力を受けて加速する。物体Aの水平方向の運動方程式を立てよ。

$$A: \frac{3}{2}mg - 2mg = 2m(-a + b)$$

$$B: \frac{3}{2}mg - mg = m(a + b)$$

- ④ ③の方程式を解くと $a = \frac{3}{8}g$ 、 $b = \frac{1}{8}g$ である。よって、

$$A \text{の加速度は } -a + b = -\frac{1}{4}g$$

$$B \text{の加速度は } a + b = \frac{1}{2}g$$

$$\text{滑車自体の加速度は } \frac{1}{8}g$$

- (4) 滑車から見た物体Aの加速度を $-a$ 、Bの加速度を a とし、滑車自体の加速度を b とすると、Aの実際の加速度は $-a + b$ 、Bの実際の加速度は $a + b$ である。滑車自体に加えている力が60Nなので、A,Bの張力はともに30Nである。

$$A \text{の重力は} 20\text{N} \text{なので、運動方程式は } 30 - 20 = 2(-a + b)$$

$$B \text{の重力は} 10\text{N} \text{なので、運動方程式は } 30 - 10 = 1(a + b)$$

$$\text{これを解くと } a = 7.5\text{m/s}^2 \quad b = 12.5\text{m/s}^2$$

$$A \text{の加速度は } -a + b = -7.5 + 12.5 = 5\text{m/s}^2$$

$$B \text{の加速度は } a + b = 7.5 + 12.5 = 20\text{m/s}^2$$

$$\text{滑車自体の加速度は} 12.5\text{m/s}^2$$

- (5)

① 台に押されて加速するので台と同じ加速度になる。 $\frac{1}{2}g$

② Aが下に下りた分だけBが台上を右に動くので、台から見た加速度の大きさはAが下がる加速度と同じ大きさである。 a

③ 物体Bの実際の加速度の大きさは a に台の加速度を加えればよい。 $a + \frac{1}{2}g$

④ Aの水平方向の運動方程式より $F = 2m \times \frac{1}{2}g = mg$

⑤ Aの鉛直方向 $2mg - T = 2ma$

Bの水平方向 $T = m\left(a + \frac{1}{2}g\right)$

⑥ これを解くと $a = \frac{1}{2}g$

- (6) 物体Aが下がる加速度の大きさを a とすると、物体Bの台から見た加速度の大きさが a となるので、Bの実際の加速度は台の加速度を加えて $a + 5$ となる。ひもの張力の大きさを T とすると、Aの重力は $4 \times 10 = 40\text{N}$ なので、

$$A \text{の鉛直方向の運動方程式 } 40 - T = 4a$$

$$B \text{の水平方向の運動方程式 } T = 2(a + 5)$$

$$\text{これを解くと } a = 5\text{m/s}^2$$

実際の加速度の大きさはこれに台の加速度を加えて 10m/s^2

(7)

① 図より水平成分は $b\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}b$

鉛直方向は $b\sin 30^\circ = \frac{1}{2}b$

② 実際の加速度はBの加速度に台の加速度を加えれば良いので

水平成分は左向きを正として $\frac{\sqrt{3}}{2}b - a$

鉛直成分は $\frac{1}{2}b$

③ 図より水平成分は $N\sin 30^\circ = \frac{1}{2}N$

鉛直成分は $N\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}N$

④ 鉛直方向は下向きを正とする。重力が mg なので、

$$mg - \frac{\sqrt{3}}{2}N = m \times \frac{1}{2}b$$

水平成分は

$$\frac{1}{2}N = m \left(\frac{\sqrt{3}}{2}b - a \right)$$

⑤ ③の反作用であるから大きさは③と同じである。よって、 $\frac{1}{2}N$

⑥ Aの水平方向の運動方程式は $\frac{1}{2}N = ma$

<参考> この方程式を解くと、加速度の大きさは $a = \frac{\sqrt{3}}{7}g$ 、 $b = \frac{4}{7}g$

