

物体の運動の基礎問題

2. 平均の速さ

(1) <時速と秒速の変換>

10m/sは何km/hか

(2) <平均の速さとは>

ある列車は2000mの橋をを40sで通過した。平均の速さはいくらか

(3) ある人がA地点とB地点を往復するのに行きに4m/s、帰りに6m/sで移動した。往復したときの平均の速さはいくらか

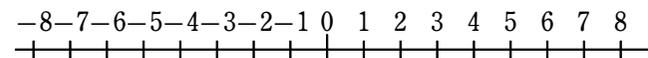
3. 変位と距離、速さと速度

(1) <変位と距離>

下の数直線は1目盛り1mとして考えよ。

① A君は座標-2の位置から座標4の位置まで移動した。このときのA君の動いた距離とA君の変位を求めよ。

② A君は座標2の位置から座標-4の位置まで移動した。このときのA君の動いた距離とA君の変位を求めよ。



③ A君は座標-2の位置から座標4の位置まで2秒間で移動した。このときのA君の動速さと速度を求めよ。

④ A君は座標2の位置から座標-4の位置まで2秒間で移動した。このときのA君の動速さと速度を求めよ。

⑤ A君は-2から4まで2秒で移動した後、原点に2秒で戻った。このときの移動距離、変位、平均の速さ、平均の速度をそれぞれ求めよ。

解説

解説書 P3 参照

$$(1) 10\text{m/s} = 10 \times \frac{1}{1000} \text{km} / \frac{1}{3600} \text{h} = 10 \times \frac{1000}{3600} \text{km/h} = 36\text{km/h}$$

<別解> 10m/s=36km/hを覚えておくとその何倍かで答えが出せる。

(2) 平均の速さとは移動した距離をかかった時間で割ったものである。

$$\text{平均の速さ} = \frac{2000}{40} = 50\text{m/s}$$

(3) 平均にもいろいろある。

a と b の平均

$$\text{相加平均 } \frac{a+b}{2} \quad \text{相乗平均 } \sqrt{ab} \quad \text{2乗平均 } \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} \quad \text{調和平均 } \frac{2ab}{a+b}$$

平均というと常に相加平均であると考えると間違いである。

平均の速さは、あくまで、動いた距離をかかった時間で割るものである。この場合片道を x [m]とすると、行きにかかった時間は $\frac{x}{4}$ [s]、帰りにかかった時間は $\frac{x}{6}$ [s]である。往復

$2x$ の距離を $\frac{x}{4} + \frac{x}{6}$ [s]で動いていることになるので

$$\text{平均の速さ} = \frac{2x}{\frac{x}{4} + \frac{x}{6}} = \frac{2 \times 6 \times 4}{6+4} = 4.8\text{m/s}$$

上の式を見て分かるとおり、これは調和平均となっており相加平均ではない。

解説

解説書 P3~P4 参照

① 距離は2点間の長さを示している。よって、距離は6mである。

変位は位置の変化を示している。この場合-2から4まで、正の方向に6m移動しているので変位は6mである。

② 距離は方向関係なしで6m、変位は負の方向に6mずれているので、-6mである。

③ 速さ = $\frac{\text{距離}}{\text{時間}}$ で速度 = $\frac{\text{変位}}{\text{時間}}$ である。 速さ = $\frac{6}{2} = 3\text{m/s}$ 速度 = $\frac{6}{2} = 3\text{m/s}$

④ 速さ = $\frac{6}{2} = 3\text{m/s}$ 、速度 = $\frac{-6}{2} = -3\text{m/s}$

⑤ 移動した距離は最初6m続いて4m合計10mである。平均の速さは10mを4秒で割って

$$\text{平均の速さ} = \frac{10}{4} = 2.5\text{m/s}$$

変位は最初+6mで続いて-4mであるから、 $6-4=2\text{m}$ （正方向）である。

$$\text{平均の速度} = \frac{2}{4} = 0.5\text{m/s}$$

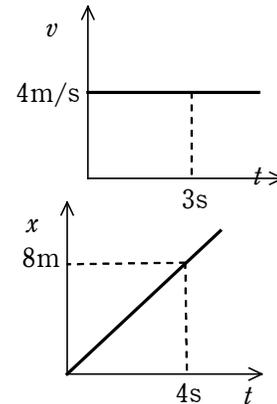
物体の運動の基礎問題

4. 等速直線運動

次の問いに答えよ。

(1) 等速直線運動の $v-t$ グラフ

- ① 右の $v-t$ グラフにおける物体の速度はいくらか
- ② 右の $v-t$ グラフにおいて、3秒間に移動した距離はいくらか



(4) 等速直線運動の $x-t$ グラフ

- ① この物体の速さはいくらか
- ② この物体が4秒間に動いた距離はいくらか

5. 加速度運動

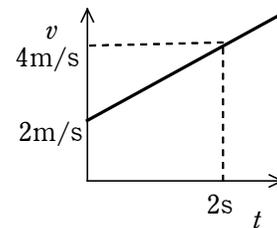
(1) <加速度の定義>

加速度とは1秒間の速度変化である。

4m/sで動いていた物体が一定の加速度で加速し、5秒後14m/sになった。この場合の加速度を求めよ。

(2) 等加速度直線運動の $v-t$ グラフ

- ① 右のグラフにおいて、この物体の初速度はいくらか
- ② この物体の加速度はいくらか
- ③ 2秒間の移動距離はいくらか



(3) 初速度2m/s、加速度4m/s²の等加速度直線運動

- ① 3秒後の速度はいくらか
- ② 3秒間に何m動いたか
- ③ 12m動くのは何秒後か
- ④ 10m/sに達するのは何秒後か

解説

解説書 P4~P5

(1) ① 4m/s ② 距離はグラフ下の面積 $4\text{m/s} \times 3\text{s} = 12\text{m}$

(2) ① 速さはグラフの傾き $\frac{8}{4} = 2\text{m/s}$

② 距離はグラフのy座標 8m

解説

解説書 P6~P8

(1) 5秒間で $14 - 4 = 10\text{m/s}$ だけ速くなっているのだから、1秒あたり $\frac{10}{5} = 2\text{m/s}$ だけ速くなっていることになる。これが加速度である。 2m/s^2

(2) ① 初速度はグラフの切片である。2m/s

② 等加速度直線運動における $v-t$ グラフの傾きが加速度である。

$$\text{傾きは } \frac{4-2}{2} = 1\text{m/s}^2$$

③ 移動距離はグラフ下の面積である。台形の面積 $= \frac{(2+4) \times 2}{2} = 6\text{m}$

(3) ① 加速度 4m/s^2 とは1秒間に 4m/s だけ速くなることを意味しているのだから、3秒間で $3 \times 4 = 12\text{m/s}$ だけ速くなる。よって、 $2\text{m/s} + 12\text{m/s} = 14\text{m/s}$
 <公式> $v = v_0 + at$ より、 $v = 2 + 4 \times 3 = 14\text{m/s}$

② 最初の速さが 2m/s で最後の速さが 14m/s なので、平均の速さは $\frac{2+14}{2} = 8\text{m/s}$
 8m/s で3秒間動くと 24m となる。

$$\text{<公式> } x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 = 2 \times 3 + \frac{1}{2} \times 4 \times 3^2 = 24\text{m}$$

③ 加速度 4m/s^2 なので、 t 秒後は $4t[\text{m/s}]$ だけ速くなる。よって、 t 秒後の速さは $2 + 4t[\text{m/s}]$ である。平均の速さは $\frac{2+(2+4t)}{2} = 2 + 2t[\text{m/s}]$ となる。よって、移動距離は平均の速さ \times 時間なので $(2+2t)t = 12$ この式は $t^2 + t - 6 = 0$ $t = 2, -3$ $t > 0$ より、2秒後となる。

$$\text{<公式> } x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \text{より、 } 12 = 2t + \frac{1}{2} \times 4t^2 \text{ これより } t = 2$$

④ 加速度 4m/s^2 なので、 t 秒後は $4t[\text{m/s}]$ だけ速くなる。よって、 t 秒後の速さは

物体の運動の基礎問題

6. 負の加速度運動

- (1) 初速度の方向を正とする。4m/sで走っていた物体が -2m/s^2 の加速度で運動を始めた。以下の問いに答えよ。
- この物体の1秒後の速度と1秒間の移動距離を求めよ。
 - この物体が静止するのは何秒後か
 - この物体が方向転換するのは何秒後か
 - この物体が方向転換する位置までの平均の速さはいくらか
 - この物体が方向転換する位置までの距離は何mか
 - この物体が出発点に戻ってくるのは何秒後か
 - この物体が出発点に戻ってきたときの速度はいくらか
- (2) 初速度 $v_0[\text{m/s}]$ で動いていた物体が加速度 $-a[\text{m/s}^2]$ の等加速度運動を始めた。
- この物体の t 秒後の速度と変位を求めよ。
 - この物体が静止するのは何秒後か
 - この物体が方向転換するのは何秒後か
 - この物体が方向転換する位置までの平均の速さはいくらか
 - この物体が方向転換する位置までの距離は何mか
 - この物体が出発点に戻ってくるのは何秒後か
 - この物体が出発点に戻ってきたときの速度はいくらか

7. 自由落下

- (1) 20mの高さからボールを自由落下させた。重力加速度の大きさを 10m/s^2 として以下の問いに答えよ。

$2+4t[\text{m/s}]$ である。 $2+4t=10$ これより、 $t=2$ 2秒後

<公式> $v=v_0+at$ より、 $10=2+4t$ $t=2$

解説

- (1)
- ① 加速度の意味は1sの速度変化であるから1秒後には -2m/s だけ速く(遅く)なっている。よって、 $4\text{m/s}-2\text{m/s}=2\text{m/s}$
平均の速さは $\frac{4+2}{2}=3\text{m/s}$ より、 $3\text{m/s}\times 1\text{s}=3\text{m}$
 - ② 静止するときは 0m/s となっている。 4m/s から1秒間に 2m/s ずつ遅くなるので、2秒後には静止することになる。2秒後
 - ③ 静止したときが方向転換するときである。2秒後
 - ④ 最初の速度が 4m/s 、静止したときが 0m/s であるので、
平均の速さは $\frac{4+0}{2}=2\text{m/s}$
 - ⑤ 平均の速さ 2m/s で2秒間移動しているので $2\text{m/s}\times 2\text{s}=4\text{m}$
 - ⑥ 方向転換する前と後では速度の符号が異なるだけであるので、行きと帰りは同じ時間となる。行きに2秒、帰りに2秒で4秒後に戻ってくることになる。
 - ⑦ 加速度 -2m/s^2 であるので、1秒ごとに -2m/s ずつ速度が変化するので、4秒では $-2\times 4=-8\text{m/s}$ だけ変化することになる。よって、 $4-8=-4\text{m/s}$
- (2)
- ① 加速度が $-a$ であるので、 t 秒間で $-at$ だけ速度が変化する。よって、 v_0-at
平均の速さは最初が v_0 で最後が v_0-at であるので、 $\frac{v_0+v_0-at}{2}=v_0-\frac{1}{2}at$
この平均の速さで t 秒間移動するので、 $(v_0-\frac{1}{2}at)\times t=v_0t-\frac{1}{2}at^2$
 - ② $v_0-at=0$ より、 $t=\frac{v_0}{a}$
 - ③ 方向転換する時刻と静止する時刻は同じなので、 $t=\frac{v_0}{a}$
 - ④ 最初の速度が v_0 、最後の速度が 0 なので、平均の速さは $\frac{v_0}{2}$
 - ⑤ $\frac{v_0}{2}$ の平均の速さで $t=\frac{v_0}{a}$ 秒間移動しているので、 $\frac{v_0}{2}\times\frac{v_0}{a}=\frac{v_0^2}{2a}$
 - ⑥ 行きと同じ時間で戻るなので、行きの2倍の時間が必要である。 $\frac{2v_0}{a}$
 - ⑦ 出発点に戻ったときは行きと同じ速さで方向が逆である $-v_0$

解説

- (1)
- ① 自由落下であるので初速度 0 である。加速度 10m/s^2 なので1秒間に 10m/s だけ速

物体の運動の基礎問題

- ① 1秒後の速さ及び1秒間の落下距離を求めよ。
 ② t 秒後の速さ及び t 秒間の落下距離を求めよ。
 ③ 何秒後に地上に落下するか。また、そのときの速さはいくらか
- (2) h [m/s]の高さからボールを自由落下させた。重力加速度の大きさを gm/s^2 として以下の問いに答えよ。
- ① 1秒後の速さ及び1秒間の落下距離を求めよ。
 ② t 秒後の速さ及び t 秒間の落下距離を求めよ。
 ③ 何秒後に地上に落下するか。また、そのときの速さはいくらか

8. 鉛直投げ下ろし

- (1) 20m/sの初速度でボールを真下に投げ下ろした。重力加速度の大きさを $10m/s^2$ として、以下の問いに答えよ。
- ① 1秒後の速さ及び、1秒間の落下距離を求めよ。
 ② t 秒後の速さ及び、 t 秒間の落下距離を求めよ。
- (2) v_0 [m/s]の初速度でボールを真下に投げ下ろした。重力加速度の大きさを g [m/s²]として、以下の問いに答えよ。
- ① 1秒後の速さ及び、1秒間の落下距離を求めよ。
 ② t 秒後の速さ及び、 t 秒間の落下距離を求めよ。

くなる。よって1秒後の速さは $10m/s$ 、平均の速さは $\frac{0+10}{2}=5m/s$ 。平均 $5m/s$ で1秒間落下するので、 $5m$ の落下になる。

- ② 加速度 $10m/s^2$ なので1秒間に $10m/s$ だけ速くなるので、 t 秒間に $10t$ [m/s]だけ速くなる。よって、 t 秒後は $10t$ [m/s]

平均の速さは $\frac{0+10t}{2}=5t$ [m/s] この平均の速さで t 秒間落下するので、 $5t^2$ [m]

となる。

- ③ $20m$ の落下であるので、 $5t^2=20$ で $t=2$ 。2秒後に落下する。2秒後の速さは②より $10t=10 \times 2=20m/s$

- (2) ① 自由落下であるので初速度 0 である。加速度 g [m/s²]なので1秒間に g [m/s]だけ速くなる。よって1秒後の速さは g [m/s]、平均の速さは $\frac{0+g}{2}=\frac{g}{2}m/s$ 。平均 $\frac{g}{2}m/s$

で1秒間落下するので、 $\frac{g}{2}m$ の落下になる。

- ② 加速度 g [m/s²]なので1秒間に g [m/s]だけ速くなるので、 t 秒間に gt [m/s]だけ速くなる。よって、 t 秒後は gt [m/s]

平均の速さは $\frac{0+gt}{2}=\frac{gt}{2}$ [m/s] この平均の速さで t 秒間落下するので、

$\frac{1}{2}gt^2$ [m/s]となる。

- ③ h [m]の落下であるので、 $\frac{1}{2}gt^2=h$ で $t=\sqrt{\frac{2h}{g}}$ 。 $\sqrt{\frac{2h}{g}}$ 秒後に落下する。

$\sqrt{\frac{2h}{g}}$ 秒後の速さは $gt=\sqrt{2gh}$ [m/s]

解説

- (1) ① 加速度 $10m/s^2$ の意味は1秒立ったら $10m/s$ だけ速くなるという意味なので、 $20m/s$ から1秒たつと、 $20+10=30m/s$ となる。

平均の速さは $\frac{20+30}{2}=25m/s$ 。この速さで1秒間落下したのだから、 $25m$ 落下

- ② 加速度 10 [m/s²]の意味は1秒立ったら $10m/s$ だけ速くなるという意味なので、 $20m/s$ から t 秒たつと、 $20+10t$ [m/s]となる。

平均の速さは $\frac{20+20+10t}{2}=20+5t$ [m/s]。

この速さで t 秒間落下したのだから、 $20t+5t^2$ [m]落下

- (2) ① 加速度 g m/s²の意味は1秒立ったら g m/sだけ速くなるという意味なので、 v_0 m/sから1秒たつと、 v_0+g [m/s]となる。

平均の速さは $\frac{v_0+v_0+g}{2}=v_0+\frac{1}{2}g$ [m/s]。この速さで1秒間落下したのだから、

9. 鉛直投げ上げ

(1) 20m/sで真上にボールを投げ上げた。重力加速度の大きさを 10m/s^2 として以下の問いに答えよ。

- ① 1秒後の速さ及び1秒後の高さを求めよ。
- ② 最高点での物体の速さを求めよ。
- ③ 最高点に達するのは何秒後か
- ④ 投げてから最高点に達するまでの平均の速さはいくらか
- ⑤ 最高点の高さはいくらか
- ⑥ 落下してくるのは何秒後か
- ⑦ 落下したときの速さはいくらか
- ⑧ 最高点に達する前、最高点、最高点通過後それぞれの加速度の大きさ及び方向を求めよ。

(2) 初速度 v_0 で真上にボールを投げ上げた。重力加速度の大きさを g として以下の問いに答えよ。

- ① 時刻 t における速さ及び高さを求めよ。
- ② 最高点での物体の速さを求めよ。
- ③ 最高点に達するのは何秒後か
- ④ 投げてから最高点に達するまでの平均の速さはいくらか
- ⑤ 最高点の高さはいくらか
- ⑥ 落下してくるのは何秒後か
- ⑦ 落下したときの速さはいくらか

$$v_0 + \frac{1}{2}g[\text{m}] \text{落下}$$

- ② 加速度 $g[\text{m/s}^2]$ の意味は1秒立ったら $g\text{m/s}$ だけ速くなるという意味なので、 $v_0\text{m/s}$ から t 秒たつと、 $v_0 + gt[\text{m/s}]$ となる。

$$\text{平均の速さは} \frac{v_0 + v_0 + gt}{2} = v_0 + \frac{1}{2}gt[\text{m/s}]。$$

$$\text{この速さで}t\text{秒間落下したのだから、}v_0t + \frac{1}{2}gt^2[\text{m}] \text{落下}$$

解説

(1)

- ① 加速度が下向きに 10m/s^2 なので、初速度 20m/s に対して1秒ごとに 10m/s だけ遅くなる。よって、1秒後の速さは $20 - 10 = 10\text{m/s}$ 。

$$\text{この1秒間の平均の速さは} \frac{20 + 10}{2} = 15\text{m/s}、\text{この平均の速さで1秒間移動するので、}$$

15m移動したことになる。よって、1秒後の高さは15m

- ② 最高点では速さ0
 ③ 初速度 20m/s から1秒間に 10m/s ずつ遅くなっていくので、2秒後に静止する。よって、最高点に達するのは2秒後となる。
 ④ 初速度 20m/s 、最高点 0m/s なので、平均の速さは 10m/s
 ⑤ 平均の速さ 10m/s で2秒間上昇したことになるので、20mの高さが最高点
 ⑥ 上昇時間と落下時間は同じ時間なので、投げてから4秒後に落下してくることになる。
 ⑦ 2秒後に速さ 0m/s になって更に2秒間加速度 10m/s^2 で加速するので下向きに 20m/s となる。速さは 20m/s
 ⑧ 落下運動においては加速度は常に下向きに 10m/s^2 である。速度と加速度を混同しないようにすること。最高点で瞬間的に静止しているときも速度が遅くなる途中で一瞬 0m/s になっているだけである。

(2)

- ① 加速度が下向きに g なので、初速度 v_0 に対して1秒ごとに速度が $-g$ だけ変化する。よって、時刻 t における速さは $v_0 - gt$ 。

$$\text{この時刻}t\text{までの平均の速さは} \frac{v_0 + v_0 - gt}{2} = v_0 - \frac{1}{2}gt、\text{この平均の速さで}t\text{秒間移動するので、}$$

$$(v_0 - \frac{1}{2}gt) \times t \text{だけ移動したことになる。よって、時刻}t\text{の高さは}v_0t - \frac{1}{2}gt^2$$

- ② 最高点では速さ0
 ③ 初速度 v_0 から1秒間に $-g$ ずつ速度が変化していくので、 $\frac{v_0}{g}$ 秒後に静止する。よって

て、最高点に達する時刻は $\frac{v_0}{g}$ となる。

- ④ 初速度 v_0 、最高点0なので、平均の速さは $\frac{1}{2}v_0$
- ⑤ 平均の速さ $\frac{1}{2}v_0$ で $\frac{v_0}{g}$ 秒間上昇したことになるので、 $\frac{v_0^2}{2g}$ の高さが最高点
- ⑥ 上昇時間と落下時間は同じ時間なので、投げてから $\frac{2v_0}{g}$ 秒後に落下してくるようになる。
- ⑦ $\frac{v_0}{g}$ 秒後に速さ0m/sになって更に $\frac{v_0}{g}$ 秒間加速度 $-g$ で加速するので下向きに $-v_0$ となる。よって速さは v_0