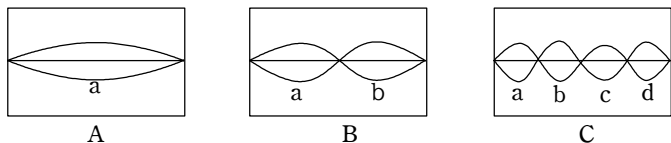


80.

水素原子

- (1) 光子の運動量が $p = \frac{h}{\lambda}$ であることから、電子のドブロイ波長が $\lambda = \frac{h}{mv}$ と予想されることを示せ。
- (2) 光電効果の実験により振幅のないところに電子は存在しないことがわかっている。これを利用し、図を見て、電子の粒子性と波動性の関係について解釈せよ。

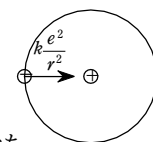


- (3) 水素原子の半径が $r = \frac{h}{4\pi m k e^2} n^2$ であることを導け。
- (4) 水素原子のエネルギー順位が $E_n = -\frac{2\pi m k^2 e^4}{h} \frac{1}{n^2}$ であることを導き、あわせて、水素原子の第一イオン化エネルギーが、 $E = \frac{2\pi m k^2 e^4}{h} N_0 [J/mol]$ であることを示せ。
- (5) リュードベリ定数が $R = \frac{2\pi m k^2 e^4}{h^2 c}$ であることを導け。

解説

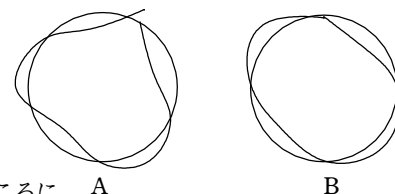
- (1) 電子波に対しても光子と同じ式が成立すると仮定すると、 $p = \frac{h}{\lambda}$ より、 $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$ となる。電子波の解析により、この式が正しいことが立証された。
- (2) Aの場合はこの中の電子が基本振動をしている。電子は1個である。この場合電子はaの領域に同時に存在していることになる。Bの場合は2倍振動である。aとbの間の節は振幅がないため電子は存在しない。この場合aにいた電子が瞬間的にbに移り、交互にa,b,a,bと移動している。Cは4倍振動である。この場合も、電子は瞬間的にa,b,c,d,c,b,aと順次隣に移っている。この場合は粒子が少しずつ移動している状態に似てくる。このように波長が短くなればなるほど粒子としての性質が強くなり、波長が長いほど波動としての性質が強くなる。
- (3) 電子が粒子であるとして、円運動の運動方程式が

$$\text{成立。} \quad m \frac{v^2}{r} = k \frac{e^2}{r^2} \quad \dots \text{①}$$



この状態において、電子は未知数が2つ (r, v) あるために、軌道が確定しない。電子はどの半径の軌道でも取れる。しかし、水素原子の半径は決まっておこれは事実と反する。もうひとつの方程式が必要となる。電子波の波長がほぼ原子サイズであることから電子の波動性も無視できない。波動としての方程式を考える。

ABは電子軌道を回る電子の波を表しているが、Aは1周したとき元と移送が一致していない。



この場合、何回も回るうち、互いに打ち消しあい振幅が0となる。波動としての性質は、振幅のないところに電子は存在しないため、Aの軌道を電子は回ることができない。しかし、Bは1周前と位相が一致しており、波は強め合っており、振幅は0にならない。このとき、電子は存在可能である。この干渉条件を式にすると、 n を整数として、

$$2\pi r = n\lambda = \frac{n\lambda}{mv} \dots \text{②}$$

①、②を連立して解くと、 $r = \frac{h}{4\pi m k e^2} n^2$ ($n = 1, 2, 3 \dots$)

$n = 1$ のときが基底状態で通常の水素原子の半径を意味している。化学でいうところのK殻である。以降 $n = 2$ がL殻、 $n = 3$ がM殻であるが、水素原子の場合電子は1個であるから電子が存在するのはK核のみ

- (4) 電子の軌道上の力学的エネルギーは、運動エネルギー+クーロンの位置エネルギーである。クーロンの位置エネルギーは電位の式 $V = \frac{kQ}{r}$ と $W = qV$ より、

$$W = \frac{kQq}{r} = \frac{ke^2}{r} \text{ となるが、引力であるために、負の値 (位置エネルギーは無限遠を0とし、そこから外力が運ぶ仕事) となる。よって、} U = -\frac{ke^2}{r}$$

$$\text{力学的エネルギーは } E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{ke^2}{r}$$

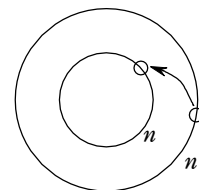
ここで、①より、 $mv^2 = \frac{ke^2}{r}$ 。これを用いて、

$$E = -\frac{ke^2}{2r} \text{ となる。}$$

ここに、水素原子の半径を代入すると、 $E_n = -\frac{2\pi m k^2 e^4}{h} \frac{1}{n^2}$

第一イオン化エネルギーは水素原子の場合 $n = 1$ にある電子が完全にイオン化 (電子を無限のかなたに放出) するエネルギーである。上式に $n = 1$ を代入してアボガドロ数をかけると、 $E = \frac{2\pi m k^2 e^4}{h} N_0 [J/mol]$ となる。

- (5) 電子が n' の軌道から n の軌道に遷移するときこの電子が放出する光子の波長を求める。その係数がリュードベリ定数である。軌道を回る電子の力学的エネルギーの差が光子のエネルギーである。よって、



$$\frac{hc}{\lambda} = E_{n'} - E_n = \frac{2\pi m k^2 e^4}{h} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right)$$

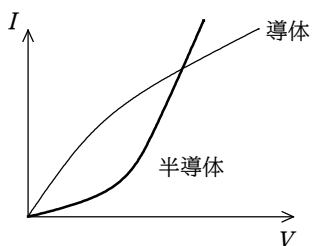
$$\frac{1}{\lambda} = \frac{2\pi m k^2 e^4}{h^2 c} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right)$$

よって、リュードベリ定数は $R = \frac{2\pi m k^2 e^4}{h^2 c}$ となる。

81.

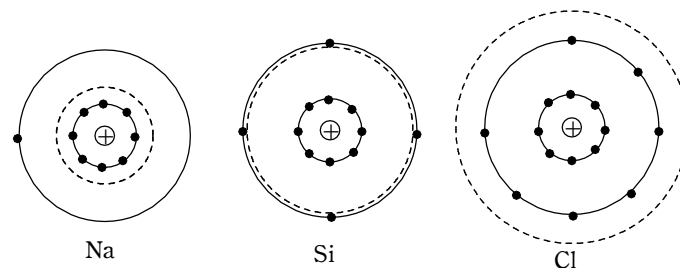
半導体

- (1) 導体・半導体・不導体の違いを説明せよ。
- (2) N型半導体の仕組みを説明せよ。
- (3) P型半導体の仕組みを説明せよ。
- (4) ダイオードの仕組みを説明せよ。
- (5) LEDの仕組みを説明せよ。
- (6) 太陽電池の仕組みを説明せよ。
- (7) 右図は導体と半導体の特性曲線をあらわしたものである。グラフの形の違いを説明せよ。



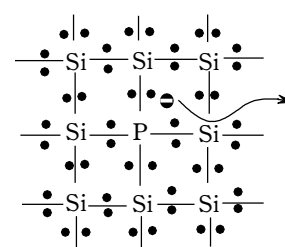
解説

(1)



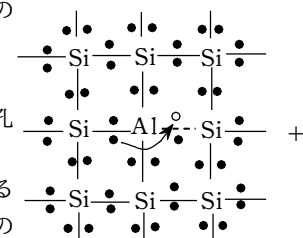
上の図は導体Na、半導体Si、不導体Clの各原子の電子配置を示したものである。点線の円は原子核の影響の強く及ぶ領域で、この円内の電子は通常以上に大きなエネルギーを加えなければ電子は原子から出て行かない。Naの場合、この領域が狭く、最外殻電子はすぐに原子から放出されこの電子は自由電子となる。この電子が移動するため、この物質は導体となる。Clの場合、すべての電子がこの領域内にあるために、自由電子が存在しない。この物質は不導体となる。Siの場合はこの領域と、最外殻がほぼ重なっている。この場合は、条件次第で自由電子が出てくることになる。この条件とは温度や光などである。温度が高くなったり、この物質に光が当たったりすると、そのエネルギーで電子が外に飛び出し、自由電子ができる。通常は不導体であるが、温度が上がれば電流が流れる物質である。

- (2) 4価の半導体Si、Geなどに5価の半導体を少し混ぜると、右の図のようにSiの電子はSiどおし、あるいはPと共有結合して、自由電子にならない。しかし、Pの価電子は5個あり、Siと結合できるのは4個であり、1個あまる。この1個が自由電子となる。この図の場合原子9個に対し、自由電子1個

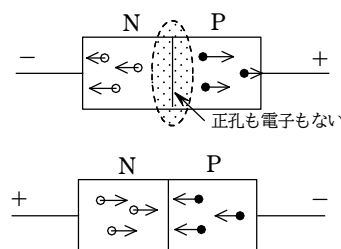


になり、原子数に対する自由電子の割合が以上に小さい半導体ができる。これをN型半導体という。コンピューターなど多量の情報を扱う場合、大きな電流を流すと多量の熱が発生するがこの半導体を使えば電流はきわめて小さくなる。

- (3) 4価の半導体に3価の半導体を混ぜると、Siどうしの価電子、及び、Alの価電子と共有結合をするが、Siの価電子が4個に対し、Alの価電子が3個しかないので、電子がひとつ不足である。その部分を正孔という。この物質に右側が正の電圧がかかると、図の矢印のように同じような結合にかかわっている左側の共有結合電子が右の正孔に移動して、正孔の位置が左に動いている。正孔を埋めるように共有結合電子が動くことで、正孔が+の電子のように負極の方に動く。このような半導体をP型半導体という。N型半導体同様ごくわずかの電流を流す。



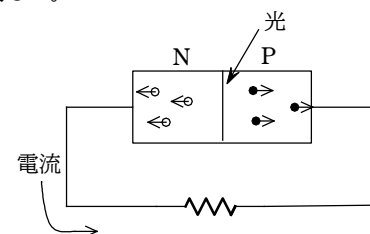
- (4) N型半導体とP型半導体を貼り付けたものをダイオードという。P型半導体の方を正極につなぐと、自由電子が+極へ正孔が-極へ動くため、ダイオードの中央部に電荷を運ぶ担い手が存在しなくなり、電流が流れなくなる。逆につないだ場合、正孔



・自由電子共に中央に集まり、正孔に電子が落ち込み共に消滅する。-極からは、自由電子が補充され、P型半導体の左端は+極に電子が流れるために、正孔が次々と誕生している。そのため、継続して電流が流れる。このようにダイオードは電流を一方通行にする装置である。

- (5) ダイオードで、N型半導体とP型半導体の境界線で正孔に自由電子が落ち込むとき、自由電子の持っていた運動エネルギーとクーロンの位置エネルギーが余り、このエネルギーが光として放出される。これが発光ダイオード (LED) である。LEDは特定の波長の光が出て熱が出ないので、電力の割りに明るい。

- (6) LEDの逆でダイオードの境界部に光を当てると、電子が飛び出す。飛び出した電子の跡に正孔ができる。次々に発生するため、互いに逆方向に動き、電流が流れる。これが太陽電池である。



- (7) 導体は高い電圧がかかると、多くの電流が流れ導体の温度が上昇して、抵抗が大きくなる。そのため、次第に傾きが小さくなるが、これに対し、半導体は高い電圧がかかると、導体の温度が上昇し、それにつれて自由電子数が増えるため、抵抗が下がる。この結果次第に傾きが大きくなる。