

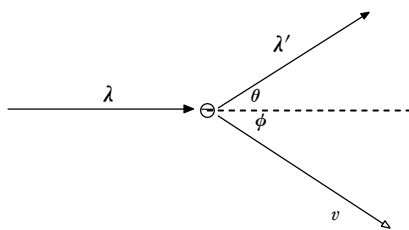
80.

コンプトン効果

波長 λ のX線が静止している質量 m の電子に衝突して電子は角度 ϕ の方向に速さ v でX線は角度 θ の方向に波長 λ' ではじかれた。

このとき $\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta)$

が成立していることを示せ。



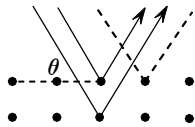
81.

X線

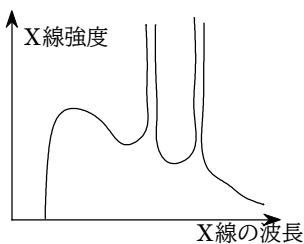
(1) フラッグ反射 金属格子に角度 θ で入射したX線が金属原子に反射して干渉し強めあった。格子間隔を d X線の波長を λ として、干渉 の条件式が

$2d\sin\theta = m\lambda$

であることを示せ。



(2) 右のグラフは金属に陰極線を当てたとき放出されたX線の強度を各波長ごとに表したものである。

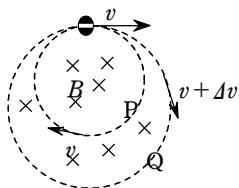


① 連続X線の最小波長は $\lambda_0 = \frac{hc}{eV}$ で

表されることを示せ。

② 連続X線と固有X線の違いを説明せよ。

(3) ① 電子が加速すると電磁波が出るとを 図を見て説明せよ。



② 温度が高い物質は熱放射して冷える ことを説明せよ。

解説

エネルギー保存則より、 $\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda'} + \frac{1}{2}mv^2 \dots ①$

運動量保存則 (水平) $\frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda'}\cos\theta + mv\cos\phi \dots ②$

運動量保存則 (縦) $0 = \frac{h}{\lambda'}\sin\theta - mv\sin\phi \dots ③$

②③より、

$$mv^2 = \frac{1}{m}m^2v^2 = \frac{1}{m}\{(mv\cos\phi)^2 + (mv\sin\phi)^2\}$$

$$= \frac{1}{m}\left\{\left(\frac{h}{\lambda} - \frac{h}{\lambda'}\cos\theta\right)^2 + \left(\frac{h}{\lambda'}\sin\theta\right)^2\right\}$$

$$= \frac{h^2}{m}\left(\frac{1}{\lambda^2} + \frac{1}{\lambda'^2} - \frac{2\cos\theta}{\lambda\lambda'}\right)$$

①より、 $\frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'} = \frac{h^2}{2m}\left(\frac{1}{\lambda^2} + \frac{1}{\lambda'^2} - \frac{2\cos\theta}{\lambda\lambda'}\right)$

$$\frac{\lambda' - \lambda}{\lambda\lambda'} = \frac{h}{mc}\left(\frac{1}{\lambda^2} + \frac{1}{\lambda'^2} - \frac{2\cos\theta}{\lambda\lambda'}\right)$$

ここで、 $\lambda \approx \lambda'$ より、 $\lambda^2 \approx \lambda\lambda' = \lambda'^2$ より、分母を払って、

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta)$$

解説

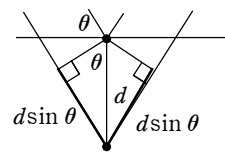
(1) 図の太線部が経路差となる。

図より、強め合うのは

$$2d\sin\theta = m\lambda$$

である。

一方破線の光とは経路差がなく干渉は起きない。



(2) ① X線の最小波長は電子のエネルギーを100%吸収した光子である。

よって、電子の運動エネルギー=光子のエネルギー なので、

$$eV = \frac{hc}{\lambda_0}$$

② 連続X線は原子に接近した電子が原子核で加速されるときに電磁波を発生するので、加速度が連続的に変化するので連続X線となる。固有X線は原子を回る軌道電子に衝突し、その結果上の軌道を回っている電子が空いた軌道に落ちたときに出るX線である。

これは、軌道のエネルギー差に相当するエネルギーのX線しかでないので、特定の波長のX線のみ出る。

(3) ① 電子が速さ v で運動していると、外部磁場により、 $r = \frac{mv}{Be}$ の円運動をする。こ

のとき、この半径の円電流があると考えても良い。磁束は $\Phi = \pi r^2 B = \frac{\pi m^2 v^2}{e^2 B}$ である。

何らかの理由により電子が $v + dv$ になったとき、軌道半径が大きくなり、磁束が増える。

その結果 $V = -\frac{d\Phi}{dt}$ の誘導起電力がかかり、電子の速度が遅くなる。このときの減少した運動エネルギーが電磁波のエネルギーとなる。このとき電子の運動の変化によって変化した磁束によって電子にブレーキをかける電場が発生しているのである。この電場・磁場の変化が伝わっていくのが電磁波である。

② 温度が高い物質中の原子・電子は振動(加速度運動)している。この加速度運動により、電磁波が発生し原子・電子の運動エネルギーを奪っている。よって、物質の温度は下がる。これが熱放射である。また、物質の温度が低い場合は周りの物質から電磁波を受ける。物質内の電子はそのエネルギーを吸収して運動エネルギーを増し、温度が上昇する。