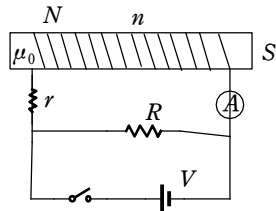


67.

自己誘導・相互誘導

(1) 長さ l 、断面積 S 、透磁率 μ_0 の棒に N 回巻いて、コイルを作った。コイル内の磁場の強さ H は電流を I 、巻密度 n として、 $H=nI$ が成り立つとする。



① このコイルの自己インダクタンスは

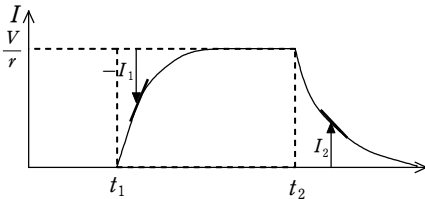
$$L = \frac{\mu_0 N^2 S}{l}$$

② スイッチを入れた直後抵抗 r を流れる電流が0であることを説明せよ。

③ スイッチを切った直後の R を流れる電流が $\frac{V}{r}$ であることを示せ。

④ ③のとき、コイルの起電力が $\frac{R+r}{r}V$ であることを示せ。

⑤ 右図はこの回路に流れる電流を各時刻において測定したものである。 t_1 はスイッチを入れた時刻、 t_2 はスイッチを切った時刻を示す。



太線は接線を示している。

このとき、 $-rI_1$ 、 $(R+r)I_2$ は何を意味しているか答えよ。

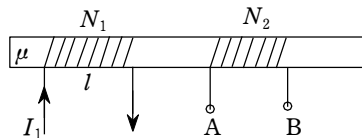
(2) 透磁率の高い鉄心でコイルを作った場合は磁束が鉄心の外にほとんど漏れない。この理由を説明しコイル一巻で発生する磁場が $H=kI$ であるとしてこのコイルの自己インダクタンスは $\mu N S k$ であることを導け。

(3) 電流計Aの値がスイッチを入れた直後0

であり、電流 I が流れているときスイッチを切った直後は I であることを説明せよ。

(4) 自己インダクタンス L のコイルに電流 I が流れているときにこのコイルにたまっている磁気エネルギーは $U = \frac{1}{2}LI^2$ であることを導け。

(5) 図のような透磁率の高い鉄心に1次コイル(長さ l 、 N_1 回巻き)と2次コイル(N_2 回巻き)を作った。コイル1巻あたり $H=kI$ の磁場を



作るとして、1次コイルに変動電流 I_1 を流したときAB間の起電力(Aが高い時正)及び、相互インダクタンスを求めよ。

(6) AB間を接続した場合AB間に電流が流れる。この場合AB間の電圧が下がる。この理由を説明せよ。

解説

(1) ① $\Phi = BS = \mu HS = \mu n SI = \frac{\mu NS}{l} I$

よって、 $V = -N \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\mu N^2 S}{l} \frac{dI}{dt}$ 自己インダクタンスは $L = \frac{\mu N^2 S}{l}$

② コイルは磁束の変化を妨げる方向に誘導起電力を生じ、急激な電流変化を妨げる。そのため、外部からの起電力に急激な変化が起こってもコイルは今までの電流を維持しようとする。スイッチを入れた場合、今までの電流が0であったため、スイッチを入れた直後も0である。

③ コイル自体は抵抗を持たないため、スイッチを切る前に抵抗を流れていた電流は $I = \frac{V}{r}$ である。スイッチを切ってもその電流は瞬間的に維持される。そして、スイッチのある部分を電流が流れることができないため、この電流は抵抗 R に流れ込む。そのため、抵抗 R を流れる電流は $\frac{V}{r}$ となる。

④ ③より、抵抗 r と R を流れる電流が $\frac{V}{r}$ である。オームの法則より、コイルの起電力は $\frac{R+r}{r}V$ となる。

⑤ スイッチを入れてしばらくすると、このコイルに $I = \frac{V}{r}$ の電流が流れている。

しかし、その途中では、 I_1 だけ電流が少ない。これはコイルに逆方向起電力がかかっているためである。回路の抵抗が r であるから、コイルの自己誘導起電力は rI_1 となる。

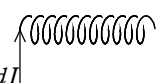
また、スイッチを切った後電源がないにもかかわらず、 I_2 の電流が流れている。これは、コイルの自己誘導起電力によるものである。回路の抵抗が $R+r$ であるから、 $(R+r)I_2$ はコイルの自己誘導起電力を意味している。また、 $V = -L \frac{dI}{dt}$ のとおり、共にグラフの接線の傾きに比例している。

スイッチを入れた直後電流が急増していないのはその間にコイルのエネルギーを蓄えているのであり、このエネルギーをスイッチを切った後放出している。

(2) 磁束は $B = \mu H$ である。磁場が同じでも透磁率が高い材質の場合は磁束が多くなり、透磁率が小さければ磁束はほとんどない。コイルの中の透磁率が圧倒的に高く外側の透磁率が小さい場合コイルの外に漏れる磁束の中の磁束に対する比率は下がる。よって、磁束はほとんど外へ漏れないことになる。よって、コイルの磁束は各巻の磁束がすべて合計されたものとなる。

$\Phi = BS = \mu HS = \mu N S k I$ よって、自己インダクタンスは $\mu N S k$ となる。

(3) コイルは磁束の変化を妨げる方向に誘導起電力を生ずる。そのため、スイッチを入れたり切ったりした直後は、その直前と同じ磁束となる。よって、電流はその直前と同じである。

(4) コイルに電流を dI 増加させると、逆方向に誘導起電力 $V = L \frac{dI}{dt}$ がかかる。これに逆らって電流を増加させるのであるから、 $W = IVt$ の式を利用して、電流を $0 \sim I_0$ まで変化させたときとすると、

$$W = \int_0^{\infty} IV dt = \int_0^{\infty} LI \frac{dI}{dt} dt = \int_0^{I_0} LI dI = \frac{1}{2} LI^2$$

このエネルギーがコイルのたまったエネルギーである。

よって、 $U = \frac{1}{2} LI^2$

(5) $\Phi = BS = N_1 k IS$ 、 $V = -N_2 \frac{d\Phi}{dt} = -N_1 N_2 k S \frac{dI_1}{dt}$

相互インダクタンスは $M = N_1 N_2 k S$ 、AB間は I_1 が増加したとき、Aの電位が高くなる。よって、 $V = \mu N_1 N_2 k S \frac{dI_1}{dt}$

(6) AB間を接続した場合電流が流れる。この電流がコイル内の磁束の変化を妨げる方向に働く、よって、磁束変化が少なくなり、誘導起電力が下がる。