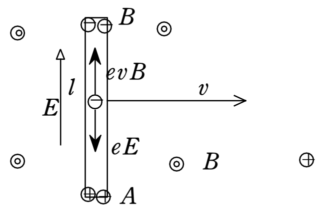
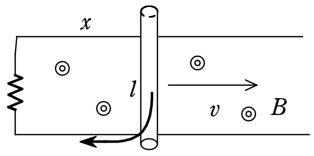
67.

電磁誘導

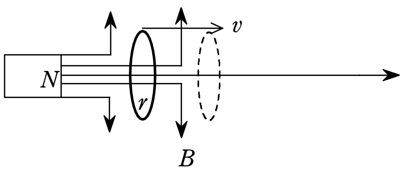
(1)　右図は磁束密度Bの磁場に垂直に長さlの導線を置き空中でその垂直方向に速さvで導線を動かしたときのものである。図を見て、このときにAB間に生じる電位差（誘導起電力）は$V=vBl$であることを導け



(2)　(1)の結果、図のような回路に矢印の方向に電流が流れる。磁束線の向きに対して右回りの方向を正と定義すると、誘導起電力は、Φを磁束として$V=-\dfrac{d\Phi}{dt}$であることを示せ。

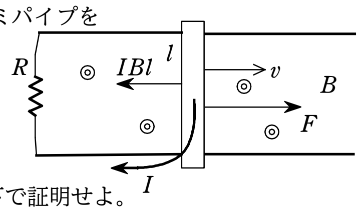


(3)　図のようにN極から磁束線が出ているとき、半径rの円形の環を速さvで遠ざける方向に動かした。



環内の磁束をΦとしたとき、誘導起電力が$V=-\dfrac{d\Phi}{dt}$で表されることを示せ。

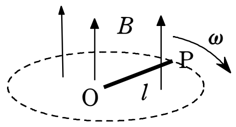
(4)　右図は間隔lのレール上に質量mのアルミパイプを置き、一定の力Fを加えて動かしたとき、抵抗Rに電流Iが流れていることを表している。今後$\varDelta t$秒間にこの力がした仕事は何にどれだけ使われているか次の条件の下で証明せよ。



①　等速運動のとき、力Fのした仕事はすべて抵抗による発熱に使われている。

②　加速しているとき、力Fのした仕事は導線の運動エネルギーの増加と抵抗による発熱に使われている。

(5)　一様な磁束密度Bの空間上で長さlの導体棒を磁束に垂直な面内で点Oを中心として角速度ωで回転させた。このときのOP間の電位差は$V=\dfrac{1}{2}Bl^2\omega$であることを示せ。



(6)　磁束の変化を妨げる方向に電磁誘導を起こすというレンツの法則を導け

(解説)

(1)　自由電子は導線と共に右方向に動かされ上向きにローレンツ力が発生する。それにより、電子が上方向に移動し上端が負極に下端が正極に帯電する。しばらくすると、逆方向に電場が発生し、電場によるクーロン力とローレンツ力がつりあった時点で電子の移動は止まる。このとき、$eE=evB$なる関係が成立している。

よって、　$V=El=vBl$となる。

(2)　このとき電流が流れる向きは磁束に対して左回りであるから、誘導起電力の符合も考慮に入れると、$V=-vBl$となる。

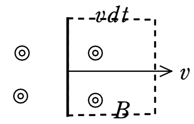
抵抗を基準とした導線の位置をxとすると、$v=\dfrac{dx}{dt}$と表される。

よって　$V=-vBl=-Bl\dfrac{dx}{dt}=-\dfrac{dBlx}{dt}$

このとき、lxは図の閉回路部分の面積を表している。$\Phi=BS=Blx$であるから、

$V=-\dfrac{d\Phi}{dt}$が成立。

(3)　この環を真上から見ると、右図のようになっており、導線の長さは環の一周である。$2\pi r$と考えることができるため、



$V=vBl=2\pi rvB$となる。

一方時間dtにおける磁束の減少は面積が図の破線領域（円柱の側面積）であるから、

$d\Phi=-BS=-2\pi rvdt\cdot B$

これより、

$\dfrac{d\Phi}{dt}=-2\pi rvB$となる。

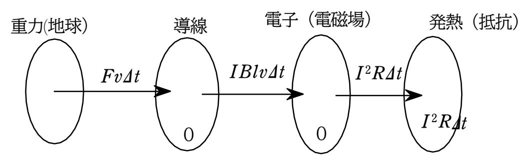
よって、$V=-\dfrac{d\Phi}{dt}$が成立。

(4)

①　力Fがする仕事は$W_F=Fv\varDelta t$である。導線はこのエネルギーを重力から受け取っている。導線は等速であるから、受け取ったエネルギーはローレンツ力によりすべて電気エネルギー（電子の運動エネルギー）にかえている。これは、磁場から導線が受ける力がIBlであるから、この力がした仕事は、$W_B=-IBlv\varDelta t$であり、力のつりあい$F=IBl$より、$W_F+W_B=0$となることで証明できる。

電子が受け取った運動エネルギーは抵抗での発熱に変えられる。発熱量はI^2Rである。$V=Blv$、$V=IR$より、$IBlv\varDelta t=IV\varDelta t=I^2R\varDelta t$となり、電子が受け取ったエネルギーはすべて発熱に使われていることがわかる。

よって、この力Fがした仕事は、すべて抵抗による発熱に使われていることになる。



②　この場合変化が起こっているのは、運動エネルギーの増加分と抵抗による発熱である。加速度をaとして、それぞれを求めてみよう。

運動エネルギーの増加分

$\varDelta t$秒後の速さは$v'=v+\varDelta v=v+a\varDelta t$であるから、

$W_K=\dfrac{1}{2}m(v+a\varDelta t)^2-\dfrac{1}{2}mv^2=mav\varDelta t$　（$\varDelta t^2$の項は無視できる）

発熱量

$I=\dfrac{V}{R}=\dfrac{vBl}{R}$　　$W_Q=I^2R\varDelta t$

力Fのした仕事は　$W_G=Fv\varDelta t$　である。

運動方程式より

$ma=F-IBl$

両辺に$v\varDelta t$をかけると、

$mav\varDelta t=Fv\varDelta t-IBlv\varDelta t$

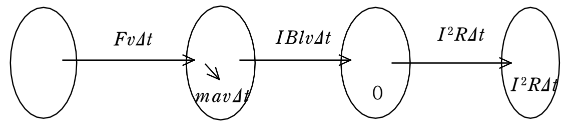
ここで、$IBlv=IV=I^2R$　であるため、

$mav\varDelta t=Fv\varDelta t-I^2R\varDelta t$

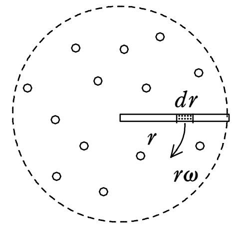
これは、$W_K=W_G-W_Q$となり、エネルギーが保存されていることを意味している。

外力(F)　　導線　　電子　　抵抗

(　　)組(　　)番　名前(　　　　　　　　　　　　)

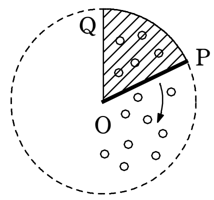


(5)　回転の中心からr離れた位置に微小部分の長さdrをとる。
この部分で発生する誘導起電力は$dV=vBl=r\omega Bdr$
である。



よって、$V=\int_0^l r\omega Bdr=\frac{1}{2}\omega Bl^2$となる。

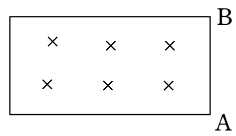
＜別解＞
図のように扇形OPQの回路を作る。回路内の磁束を
計算して求めることができる。
時間$\varDelta t$における磁束の変化を計算すると、



$\varDelta\Phi=BS=B\cdot\frac{1}{2}l^2\omega\varDelta t$

これより、$V=\frac{1}{2}Bl^2\omega$となる。

(6)　電磁誘導の法則は$V=-\frac{d\Phi}{dt}$である。



起電力の向きは磁束に対して右ねじの方向を
＋として定義されている。それが－であるということは、磁束の向きと逆方向に起電力が生じるということである。
右図において磁束が増加する場合、起電力の＋の向きは右回り（B→A）であるが、誘導起電力は電磁誘導の法則より－になる。この場合磁束が増えるのを邪魔するために逆方向の磁束が発生すると考えても同じである。そのため、磁束が手前方向に発生し右ねじの法則より左回りに誘導起電力が発生する。
　磁束が減少する場合もすべて逆方向になり、上と同じことが言える。
よって、磁束の変化を妨げる方向に電流が流れると考えてよい。

（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　　）