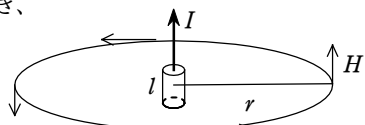


67.

電流による磁場

- (1) 長さ l の短い導線に I の電流が流れているとき、その水平方向 r 離れたところの磁場の強さは比例・反比例を利用し比例定数を k として、

$$H = k \frac{Il}{4\pi r^2}$$



- (2) 磁気量 m の磁気から r 離れた位置の磁場の強さが $H = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{m}{r^2}$ であることと導線の真横の磁場の強さを比較して、 k を適当に定義すると、 $m = \mu_0 Il$ なる関係が成り立つ。これを示せ。

- (3) (2) と $F = mH$ より、磁場の強さ H の空間に磁場と垂直に置かれた長さ l の導線に電流 I を流したとき、その導線に作用する力の大きさが、 $F = \mu_0 IlH$ で表されることを示せ。

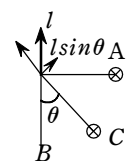
- (4) 電流に対して真横の点 A に存在する

$$H_A = \frac{Il \sin\theta}{4\pi r^2}$$

真下の点 B では $H_B = 0$ である。

B より角 θ 離れている点の磁場の強さが

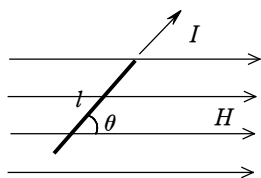
$$H_C = \frac{Il \sin\theta}{4\pi r^2}$$



- (5) 同様にして右図のような場合

作用する力は紙面上向きに

$$F = \mu_0 IlH \sin\theta$$



- (6) 無限に長い直線電流から r 離れた位置の磁場の強さは

$$H = \frac{I}{2\pi r}$$

- (7) 半径 r の円形電流の中心の磁場の強さは $H = \frac{I}{2r}$ であることを導け。

- (8) 無限に長いソレノイドの中心線上の磁場の強さは巻密度を n とすると、 $H = nI$ となることを導け。

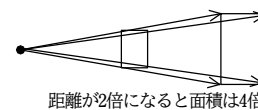
解説

- (1) 図のようにある点からの距離が2倍になると、

4倍の面積にいきわたるため、その影響力は $\frac{1}{4}$ になる。

よって、距離の2乗に反比例することになる。

そのため、万有引力の法則・クーロンの法則などはいずれも距離の2乗に反比例している。



磁気による磁場の強さは磁力線密度であるから $H = \frac{m}{4\pi r^2}$ である。電流によっても同等

の磁気が発生するため同じ強さの磁場を発生するには何[Wb]の磁気と何[A]の電流が対応するのか、考えてみる。電流から水平方向に r 離れた位置の磁場の大きさと

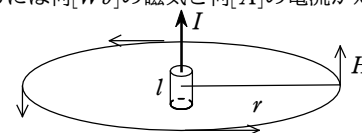
等しい磁場を発生する磁気と比較してみる。

磁場の強さは電流に比例し長さにも比例する。

(長さが2倍になるということと同じ長さの導線が2本あるということは同じことである。)

$$H = k \frac{Il}{4\pi r^2}$$

形をしているはずである。 4π は定数であるからつけなくても良いのであるが、磁気による磁場と比較しやすくするためにつけた。

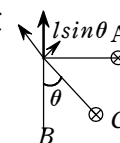


- (2) (1) の導線は磁気による磁場の式と比較して $\frac{m}{\mu_0} = kIl$ に相当する磁場を発生する能力を持つことが分かる。ここで、 $k=1$ となるように Wb の単位を定義すると、 $m = \mu_0 Il$ となる。(正式の定義は(6)参照のこと)

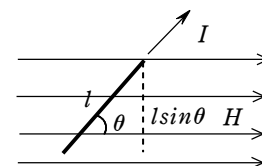
- (3) $m = \mu_0 Il$ を $F = mH$ に代入して、 $F = \mu_0 IlH$ となる。

- (4) (2) の関係は電流の真横についてのみ成立する。真下では磁場の発生は0である。斜めの場合は導線をベクトルと考えて横成分と縦成分に分解して考えればよい。縦方向から角度 θ ずれた方向の場合横成分は $l \sin\theta$ となるため、

$$H_C = \frac{Il \sin\theta}{4\pi r^2}$$



- (5) (4) と同様にして、磁場と平行な方向は力をまったく及ぼさないため、導線を水平方向と鉛直方向に分けて考えると垂直成分は $l \sin\theta$ となるため、 $F = \mu_0 IlH$ に代入して $F = \mu_0 IlH \sin\theta$ となる。この場合磁場 H を分解しても同じ結果が得られる。



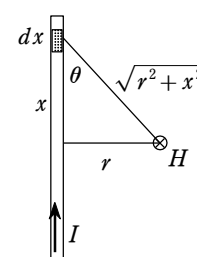
- (6) 図の dx 部分から受ける磁場の強さは(4)より、

$$\frac{I \sin\theta}{4\pi(r^2 + x^2)} dx$$

また、 $\sin\theta = \frac{r}{\sqrt{r^2 + x^2}}$

$$H = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{I}{4\pi(r^2 + x^2)} \frac{r}{\sqrt{r^2 + x^2}} dx$$

これを計算すると、 $H = \frac{I}{2\pi r}$ となる。



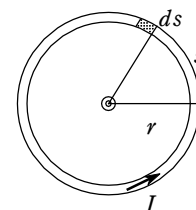
正式には、1 A の電流から 1 m はなれたところの磁場の強さが $\frac{1}{2\pi}$ [N/Wb] となるように磁気量の単位 Wb が定義されている。

- (7) 円の中心が ds 部分から受ける磁場の強さは

$$\frac{I}{4\pi r^2} ds$$

これを1周にわたって和を求めればよい。

$$H = \int_0^{2\pi r} \frac{I}{4\pi r^2} ds = \frac{I}{2r}$$



- (8) 環上の ds 部分より受ける磁場の強さは

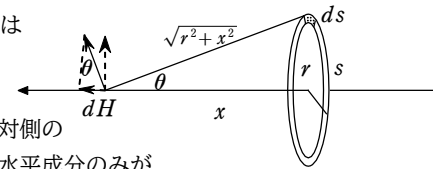
$$\frac{I ds}{4\pi(r^2 + x^2)}$$

この磁場の図における鉛直成分は反対側の電流によって打ち消される。よって水平成分のみがのこる。この磁場の水平成分は

$$dH = \frac{I ds}{4\pi(r^2 + x^2)} \sin\theta = \frac{I}{4\pi(r^2 + x^2)} \frac{r}{\sqrt{r^2 + x^2}} ds$$

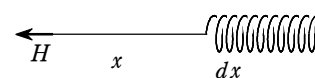
よって、ひとつの環から x 離れた位置が受ける磁場の強さは

$$H' = \int_0^{2\pi r} \frac{I r}{4\pi(r^2 + x^2)^{3/2}} ds = \frac{I r^2}{2(r^2 + x^2)^{3/2}}$$



巻密度を n とすると、長さ dx の

ソレノイドから受ける磁場の強さは



$H'ndx$ である。よって、

$$H = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{nI r^2}{2(r^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} dx = nI$$